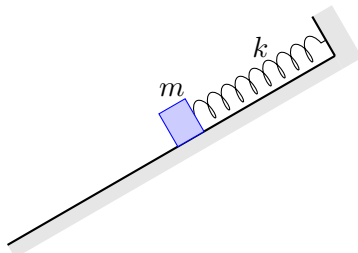


3.2 Ανάλυση δύναμης - Ισορροπία

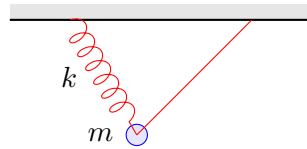
Όταν ένα σώμα ισορροπεί τότε ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} \Sigma \vec{F}_x = \vec{0} \\ \Sigma \vec{F}_y = \vec{0} \end{cases}$$

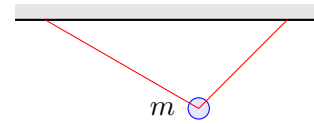
1. Στα παρακάτω σχήματα τα σώματα ισορροπούν. Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που δέχονται. Ποιές είναι δυνάμεις από επαφή και ποιές από απόσταση;



(α')

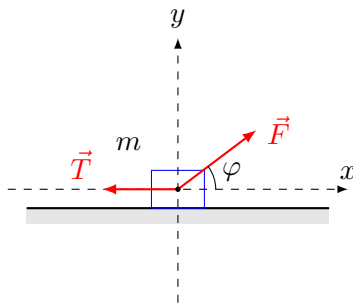


(β')

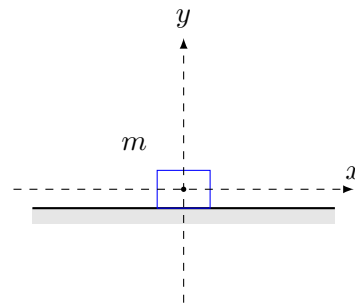


(γ')

2. Στο παρακάτω σχήμα το σώμα μάζας $m = 2 \text{ kg}$ δέχεται τις δυνάμεις \vec{T} και \vec{F} που σχηματίζει γωνία φ με τον x' άξονα και ισορροπεί.



σχήμα α



σχήμα β

- (α') Αναλύστε την δύναμη F στους άξονες x και y .

Δίνονται: $F = 20 \text{ N}$ και $\eta\mu\varphi = 0,6$, $\sigma\upsilon\upsilon\varphi = 0,8$

$$F_x = F \cdot \underline{\hspace{1cm}} = 20 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

$$F_y = F \cdot \underline{\hspace{1cm}} = 20 \cdot \underline{\hspace{1cm}} = \underline{\hspace{1cm}}$$

- (β') Σχεδιάστε όλες τις δυνάμεις που δέχεται το σώμα στους άξονες, στο σχήμα β. και εφαρμόστε την Συνθήκη Ισορροπίας στον άξονα $y'y$, $\Sigma \vec{F}_y = \vec{0}$, που τώρα γίνεται αλγεβρική σχέση: $\Sigma F_y = 0$

$$\Sigma F_y = F_y + \underline{\hspace{1cm}} - \underline{\hspace{1cm}} = 0 \Leftrightarrow \dots$$

Άρα η κάθετη δύναμη στήριξης $N = \underline{\hspace{1cm}} \text{ N}$

Είναι πάντα η κάθετη δύναμη στήριξης ίση με το βάρος του σώματος;

- (γ') Εφαρμόστε την Συνθήκη Ισορροπίας στον άξονα $x'x$, $\Sigma F_x = 0$

$$\Sigma F_x = F_x - \underline{\hspace{1cm}} = 0 \Leftrightarrow \dots$$

Άρα η τριβή $T = \underline{\hspace{1cm}} \text{ N}$

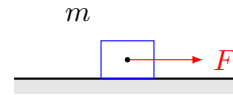
3.3 Τριβή

3.3.1 Στατική τριβή

Η στατική τριβή εμποδίζει την σχετική κίνηση μίας επιφάνειας πάνω σε μία άλλη. Έχει μέτρο τέτοιο ώστε να μην ολισθαίνει το ένα σώμα ως προς το άλλο.

Για τη στατική τριβή ισχύει: $0 \leq T \leq \mu N$

1. Το διπλανό σώμα έχει μάζα $m = 2\text{Kg}$ και ισορροπεί σε επίπεδο με συντελεστή τριβής $\mu_s = \mu_o = 0.5$. Το σώμα δέχεται οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 5\text{N}$.



▷ Η μέγιστη (οριακή) στατική τριβή είναι: $T_{max} =$

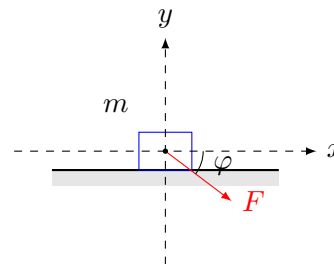
▷ Η τριβή είναι: $T =$

▷ Το σώμα (α) θα κινηθεί προς το μέρος της δύναμης F (β) θα παραμείνει ακίνητο.

▷ Η μέγιστη οριζόντια δύναμη για την οποία το σώμα θα παραμείνει ακίνητο είναι: $F_{max} =$

▷ Πάνω στο σώμα τοποθετούμε και δεύτερο ίδιο σώμα, οπότε η συνολική μάζα γίνεται $2m$. Πόση οριζόντια δύναμη μπορούμε να ασκήσουμε στο σώμα ώστε αυτό να παραμείνει ακίνητο;

2. Το διπλανό σώμα έχει μάζα $m = 2\text{Kg}$ και ισορροπεί σε επίπεδο με συντελεστή τριβής $\mu_s = \mu_o = 0,5$. Το σώμα δέχεται οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 10\text{N}$ με γωνία φ .



Δίνεται το $\eta\mu\varphi = 0,6$, $\sigma\eta\mu\varphi = 0,8$

▷ Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που δέχεται το σώμα.

▷ Οι συνιστώσες της F στους άξονες x και y είναι

$$F_x =$$

$$F_y =$$

Ισορροπία στον $y'y$ άξονα: $\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow$

Επομένως η κάθετη δύναμη στήριξης $N =$

Η μέγιστη στατική τριβή είναι $T_{max} =$

Στον $x'x$ άξονα το σώμα δέχεται την F_x και την στατική τριβή $T =$

επομένως το σώμα: (α) θα επιταχυνθεί προς το μέρος της F_x (β) θα επιταχυνθεί προς το μέρος της στατικής τριβής T (γ) θα παραμείνει ακίνητο.

3. Στο προηγούμενο σώμα η δύναμη \vec{F} σχηματίζει γωνία φ προς τα πάνω, ενώ όλες οι υπόλοιπες τιμές παραμένουν ίδιες.

(α') Βρείτε αν το σώμα θα κινηθεί ή αν θα παραμείνει ακίνητο.

(β') Υπολογίστε τον συντελεστή στατικής τριβής ώστε το σώμα μόλις να παραμένει ακίνητο.

3.3.2 Τριβή ολίσθησης

Η τριβή ολίσθησης σε αντίθεση με τη στατική έχει μόνο μία τιμή: $T = \mu_o N$, όπου μ_o ο συντελεστής τριβής ολίσθησης. Η μέγιστη στατική τριβή είναι λίγο μεγαλύτερη από τη τριβή ολίσθησης αλλά συνήθως θα θεωρούμε τους δύο συντελεστές τριβής ίσους $\mu_s = \mu_o = \mu$. Τότε η μέγιστη στατική τριβή θα είναι ίση με την τριβή ολίσθησης.

1. Το διπλανό σώμα έχει μάζα $m = 2Kg$ και τοποθετείται σε κεκλιμένο επίπεδο με συντελεστή τριβής $\mu_s = \mu_o = 0,5$. Το επίπεδο σχηματίζει γωνία φ με τον ορίζοντα όπου $\eta\mu\varphi = 0,6$ και $\sigma\upsilon\varphi = 0,8$.

▷ Να σχεδιαστεί η δύναμη της τριβής που δέχεται το σώμα.

▷ Να αναλυθεί η δύναμη του βάρους στους δύο άξονες.

▷ Οι συνιστώσες του βάρους B στους άξονες x και y είναι

$$B_x =$$

$$B_y =$$

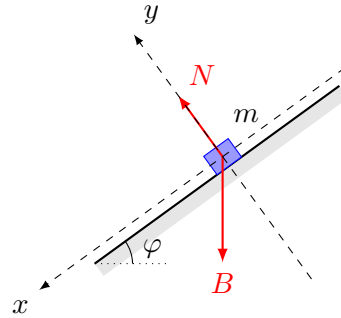
Ισορροπία στον $y'y$ άξονα: $\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow$

Επομένως η κάθετη δύναμη στήριξης $N =$

Η μέγιστη στατική τριβή είναι $T_{max} =$

Στον $x'x$ άξονα το σώμα δέχεται την B_x και την τριβή $T =$

επομένως το σώμα: (α) θα επιταχυνθεί προς το μέρος της B_x (β) θα επιταχυνθεί προς το μέρος της τριβής T (γ) θα παραμείνει ακίνητο.



2. Το διπλανό σώμα έχει μάζα $m = 2Kg$ και ισορροπεί σε επίπεδο με συντελεστή τριβής $\mu_s = \mu_o = 0,5$. Το σώμα δέχεται δύναμη μέτρου $F = 20N$ με γωνία φ .

Δίνεται το $\eta\mu\varphi = 0,6$, $\sigma\upsilon\varphi = 0,8$

▷ Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που δέχεται το σώμα.

▷ Οι συνιστώσες της F στους άξονες x και y είναι

$$F_x =$$

$$F_y =$$

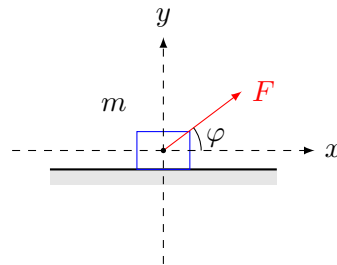
Ισορροπία στον $y'y$ άξονα: $\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow$

Επομένως η κάθετη δύναμη στήριξης $N =$

Η μέγιστη στατική τριβή είναι $T_{max} =$

Στον $x'x$ άξονα το σώμα δέχεται την F_x και την τριβή $T =$

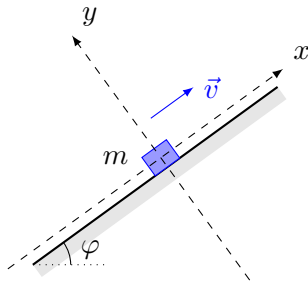
επομένως το σώμα: (α) θα επιταχυνθεί προς το μέρος της F_x (β) θα παραμείνει ακίνητο.



3. Το διπλανό σώμα έχει μάζα $m = 2Kg$ και βάλλεται με αρχική ταχύτητα v_0 προς τα πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο με συντελεστή τριβής $\mu_s = \mu_o = 0,5$. Το επίπεδο σχηματίζει γωνία φ με τον ορίζοντα όπου $\eta\mu\varphi = 0,6$ και $\sigma\upsilon\varphi = 0,8$.

▷ Να σχεδιαστούν οι δυνάμεις που δέχεται το σώμα.

▷ Να αναλυθούν οι δυνάμεις στους δύο άξονες (όσες δεν είναι στους άξονες).



▷ Οι συνιστώσες του βάρους B στους άξονες x και y είναι

$$B_x =$$

$$B_y =$$

Ισορροπία στον y/y άξονα: $\Sigma F_y = 0 \Leftrightarrow$

Επομένως η κάθετη δύναμη στήριξης $N =$

Η τριβή τώρα είναι σίγουρα _____ και το μέτρο της είναι $T =$

Στον x/x άξονα το σώμα δέχεται την B_x και την τριβή $T =$

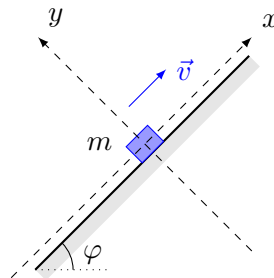
επομένως από τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στον x/x άξονα θα έχουμε

$$\Sigma F_x = ma \Leftrightarrow$$

και η επιτάχυνση του σώματος (επιβράδυνση) θα είναι: $a =$

4. Λύστε το ίδιο πρόβλημα για το παρακάτω σχήμα, όπου η γωνία είναι $\varphi = 45^\circ$.

Δίνεται $\eta_{45^\circ} = \text{συν}45^\circ \approx 0.7$



5. Στα παρακάτω σχήματα το σώμα έχει μάζα $m=2$ Kg και αφήνεται στο κεκλιμένο επίπεδο χωρίς αρχική ταχύτητα. Να εξετάσετε αν το σώμα θα κινηθεί σε κάθε περίπτωση και αν κινηθεί να βρείτε την επιτάχυνσή του. Όλα τα κεκλιμένα παρουσιάζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής -στατικής και ολίσθησης- με το σώμα, $\mu=0,8$.

Θεωρήστε: $\eta_{30^\circ} = 0.5$, $\text{συν}30^\circ \approx 0.9$, $\eta_{45^\circ} = \text{συν}45^\circ \approx 0.7$, $\eta_{60^\circ} = 0.9$, $\text{συν}60^\circ = 0.5$

