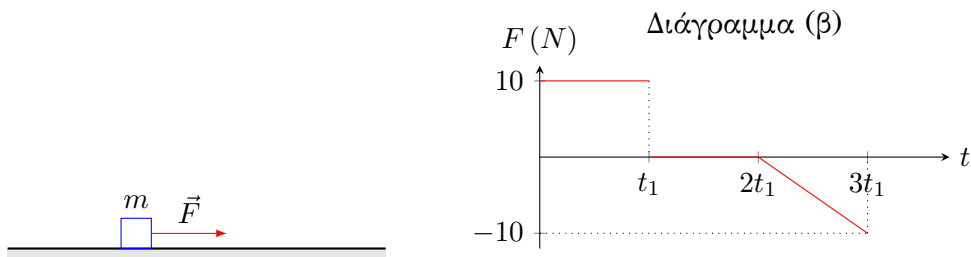


## 5 Προβλήματα Επανάληψης

### 5.1 Θέμα Α, Β

1. Ένα σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, στο σημείο Ο. Σε μια στιγμή  $t_0 = 0$  δέχεται την επίδραση οριζόντιας δύναμης, η τιμή της οποίας μεταβάλλεται όπως στο διάγραμμα

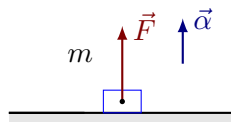


Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

- (α') Από  $0 - t_1$  το σώμα κινείται και η κίνησή του είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.
- (β') Στο χρονικό διάστημα  $t_1 - 2t_1$  το σώμα ηρεμεί.
- (γ') Στο χρονικό διάστημα  $2t_1 - 3t_1$  το σώμα κινείται επιταχυνόμενο προς τα αριστερά.
- (δ') Τη στιγμή  $3t_1$  το σώμα απέχει μεγαλύτερη απόσταση από την αρχική θέση Ο, από ότι τη στιγμή  $2t_1$ .
- (ε') Τη στιγμή  $3t_1$  το σώμα έχει ταχύτητα προς τα δεξιά.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

2. Σε ένα σώμα μάζας  $m$  που αρχικά ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο ασκούμε κατακόρυφη σταθερή δύναμη μέτρου  $F$ , οπότε το σώμα κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή επιτάχυνση μέτρου  $\alpha = 2g$ , όπου  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας.

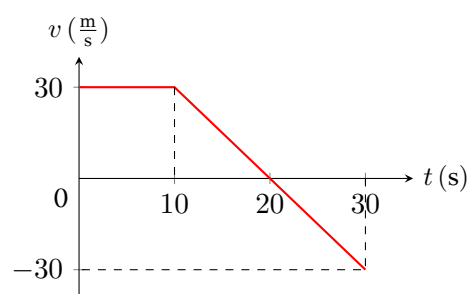


Αν η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα τότε το βάρος Β του σώματος θα έχει μέτρο:

- (α')  $F$
- (β')  $3F$
- (γ')  $\frac{F}{3}$

3. Αυτοκίνητο κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο. Στη διπλανή εικόνα παριστάνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο.

Η μετατόπιση του αυτοκινήτου κατά το χρονικό διάστημα από 0 s - 30 s είναι:



(α') 300 m

(β') 600 m

(γ') -300 m

4. Δύο κινητά A και B κινούνται κατά μήκος του θετικού ημιάξονα Ox και έχουν εξισώσεις κίνησης  $x_A = 6t$  (SI) και  $x_B = 2t^2$  (SI) αντίστοιχα.

Τα κινητά θα έχουν ίσες κατά μέτρο ταχύτητες, τη χρονική στιγμή:

(α')  $t = 2$  s(β')  $t = 1.5$  s(γ')  $t = 3$  s

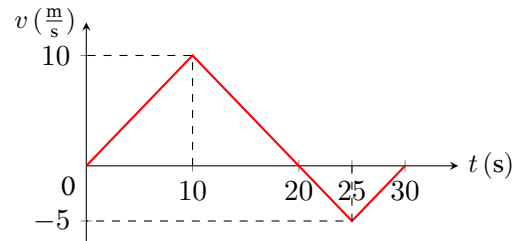
5. Μία μπίλια κινείται πάνω στον άξονα  $x'x$  και τη στιγμή  $t = 0$  βρίσκεται στη θέση  $x_0 = 0$ . Η τιμή της ταχύτητας της μπίλιας σε συνάρτηση με το χρόνο παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα.

Η μπίλια τη χρονική στιγμή  $t = 30$  s βρίσκεται στη θέση

(α') 125 m

(β') 100 m

(γ') 75 m



6. Δύο πέτρες A, και B αφήνονται αντίστοιχα από τα ύψη  $h_A$ ,  $h_B$  πάνω από το έδαφος να εκτελέσουν ελεύθερη πτώση. Αν για τους χρόνους πτώσης μέχρι το έδαφος ισχύει η σχέση  $t_A = 2t_B$ , τότε τα ύψη  $h_A$  και  $h_B$  ικανοποιούν τη σχέση:

(α')  $h_A = 2h_B$ (β')  $h_A = 4h_B$ (γ')  $h_A = 8h_B$ 

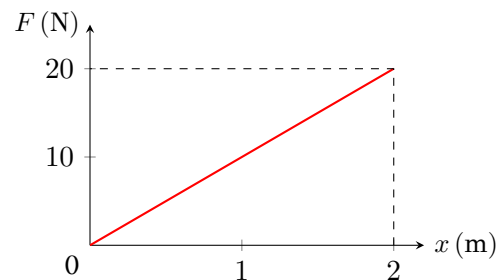
7. Σε μικρό σώμα ασκείται δύναμη σταθερής κατεύθυνσης της οποίας η τιμή μεταβάλλεται με την μετατόπιση όπως φαίνεται στο διάγραμμα.

Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  για τη μετατόπιση του σώματος από τη θέση  $x = 0$  m στη θέση  $x = 2$  m θα είναι:

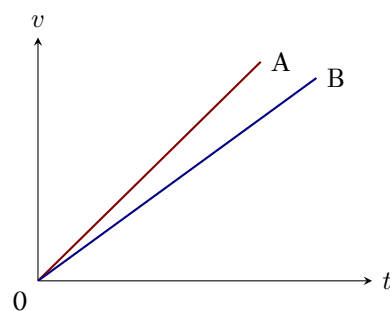
(α') 40 J

(β') 20 J

(γ') 10 J



8. Δύο μαθητές, ο Αντώνης (A) και ο Βασίλης (B) συναγωνίζονται με τα ποδήλατά τους ποιος από τους δύο μπορεί να φτάσει πρώτος να κινείται με ταχύτητα ίση με 25 km/h. Για τον λόγο αυτό σταματούν στο ίδιο σημείο ενός ευθύγραμμου οριζόντιου δρόμου και αρχίζουν τη χρονική στιγμή  $t = 0$  να κινούνται παράλληλα. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση ταχύτητας - χρόνου για τους δύο μαθητές.



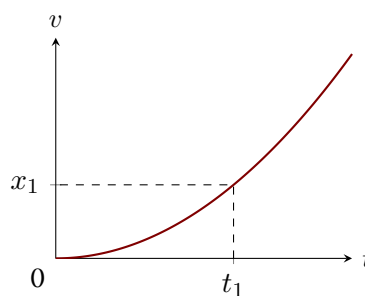
Ο μαθητής που θα καταφέρει πρώτος να "φτάσει" τα 25 km/h, είναι:

α) ο Αντώνης β) ο Βασίλης γ) κανένας από τους δύο

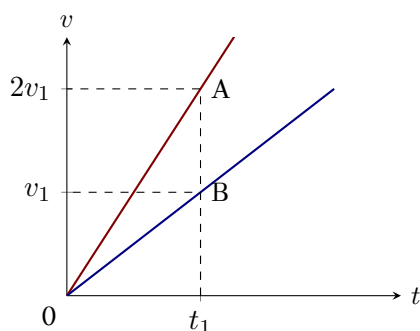
9. Ένας σκιέρ κινείται ευθύγραμμα. Η γραφική παράσταση της θέσης του σκιέρ σε συνάρτηση με το χρόνο είναι παραβολή και παριστάνεται στο διπλανό διάγραμμα.

Από το διάγραμμα αυτό συμπεραίνουμε ότι το μέτρο της ταχύτητας του σκιέρ:

α) αυξάνεται. β) μειώνεται γ) δε μεταβάλλεται



10. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται το διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου, για δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  που κινούνται ευθύγραμμα με σταθερή επιτάχυνση, σε οριζόντιο δρόμο.



Από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1$ , το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα  $\Sigma_1$ , είναι:

(α') ίσο με το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα  $\Sigma_2$ .

(β') διπλάσιο από το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα  $\Sigma_2$ .

(γ') ίσο με το μισό του διαστήματος που έχει διανύσει το σώμα  $\Sigma_2$ .

11. Σε ένα αρχικά ακίνητο σώμα ασκείται οριζόντια συνισταμένη δύναμη μέτρου  $F$  και κινείται σε οριζόντιο δάπεδο. Αν το σώμα μετατοπιστεί κατά  $\Delta x$ , τότε το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά είναι ίσο με  $v$ .

Αν στο σώμα ασκείται συνισταμένη δύναμη μέτρου  $4F$  και μετατοπιστεί στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο κατά  $\Delta x$ , τότε το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά είναι ίσο με:

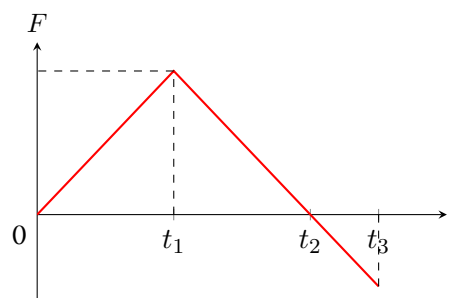
(α')  $2v$

(β')  $4v$

(γ')  $\frac{v}{2}$

12. Σε μια μπάλα που αρχικά ηρεμεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο ασκείται οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  και αρχίζει να κινείται ευθύγραμμα. Στο διπλανό διάγραμμα, φαίνεται πώς μεταβάλλεται η αλγεβρική τιμή της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο.

Η κινητική ενέργεια της μπάλας έχει τη μέγιστη τιμή της:

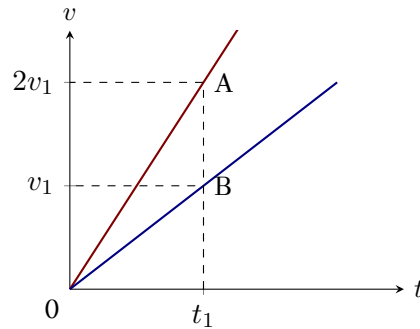


(α') τη χρονική στιγμή  $t_1$ .

(β') τη χρονική στιγμή  $t_2$ .

(γ') τη χρονική στιγμή  $t_3$ .

13. Δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$ , με μάζες  $m_1$  και  $m_2$  αντίστοιχα, είναι ακίνητα σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , στα σώματα ασκούνται οριζόντιες δυνάμεις οι οποίες έχουν ίσα μέτρα και αρχίζουν να κινούνται ευθύγραμμα. Στο διπλανό διάγραμμα ταχύτητας - χρόνου, φαίνεται πως μεταβάλλεται το μέτρο της ταχύτητας των σωμάτων σε συνάρτηση με το χρόνο.



Για τις μάζες των σωμάτων ισχύει η σχέση:

(α')  $m_1 = m_2$

(β')  $m_1 = 2m_2$

(γ')  $m_2 = 2m_1$

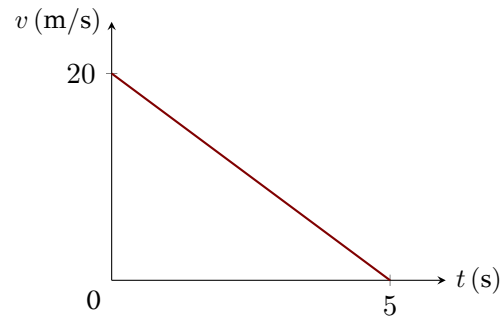
14. Σφαίρα μικρών διαστάσεων βρίσκεται ακίνητη σε μικρό ύψος  $h$  πάνω από το έδαφος. Στο ύψος αυτό με επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος, η σφαίρα έχει δυναμική ενέργεια ίση με 120 J. Η σφαίρα αφήνεται ελεύθερη, οπότε εκτελεί ελεύθερη πτώση με την επίδραση του αέρα να θεωρείται αμελητέα. Όταν η σφαίρα βρεθεί σε απόσταση ίση με  $h/4$ , από το σημείο εκκίνησης, τότε η δυναμική της ενέργεια  $U$  και η κινητική της ενέργεια  $K$  θα είναι αντίστοιχα:

(α')  $U = 30\text{ J}, \quad K = 90\text{ J}$

(β')  $U = 60\text{ J}, \quad K = 60\text{ J}$

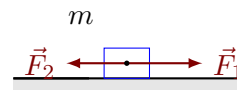
(γ')  $U = 90\text{ J}, \quad K = 30\text{ J}$

15. Ένα κινητό κινείται ευθύγραμμα και η τιμή της ταχύτητάς του μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.



Κατά την κίνηση του κινητού, από τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , μέχρι να σταματήσει, το κινητό κινείται με: α) επιτάχυνση ίση με  $4\text{ m/s}^2$  και μετατοπίζεται κατά 50 m. β) επιτάχυνση ίση με  $-4\text{ m/s}^2$  και μετατοπίζεται κατά 100 m. γ) επιτάχυνση ίση με  $-4\text{ m/s}^2$  και μετατοπίζεται κατά 50 m.

16. Στο κιβώτιο που φαίνεται στο διπλανό σχήμα ασκούνται δύο οριζόντιες δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$ , με μέτρα  $F_1 = 4\text{ N}$  και  $F_2 = 3\text{ N}$ . Το κιβώτιο παραμένει συνεχώς ακίνητο στο οριζόντιο δάπεδο.



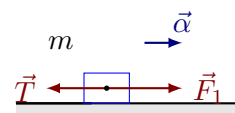
Στο κιβώτιο, ασκείται από το δάπεδο στατική τριβή, η οποία έχει:

(α') φορά προς τα δεξιά και μέτρο ίσο με 1 N.

(β') φορά προς τα αριστερά και μέτρο ίσο με 1 N.

(γ') φορά προς τα αριστερά και μέτρο ίσο με 7 N.

17. Ένα κιβώτιο μάζας 2 kg ολισθαίνει σε οριζόντιο δάπεδο με την επίδραση οριζόντιας δύναμης  $\vec{F}$ . Το κιβώτιο ολισθαίνει με επιτάχυνση μέτρου  $\alpha = 1\text{ m/s}^2$ . Διπλασιάζουμε το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  οπότε το κιβώτιο ολισθαίνει με επιτάχυνση μέτρου ίσου με 3



Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

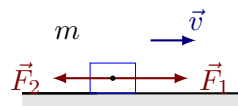
Το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  ισούται με

(α') 8N

(β') 6N

(γ') 4N

18. Στο κιβώτιο που φαίνεται στο διπλανό σχήμα ασκούνται δύο οριζόντιες δυνάμεις  $\vec{F}_1$  και  $\vec{F}_2$ , με μέτρα  $F_1 = 10 \text{ N}$  και  $F_2 = 6 \text{ N}$ . Το κιβώτιο κινείται με σταθερή ταχύτητα  $\vec{v}$  στο οριζόντιο δάπεδο.



Στο κιβώτιο, ασκείται από το δάπεδο:

(α') στατική τριβή με φορά προς τα αριστερά και μέτρο ίσο με 4 N.

(β') τριβή ολίσθησης με φορά προς τα αριστερά και μέτρο ίσο με 4 N.

(γ') τριβή ολίσθησης με φορά προς τα δεξιά και μέτρο ίσο με 4 N.

19. Σε ένα κιβώτιο μάζας  $m$  που βρίσκεται ακίνητο πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο ασκείται οριζόντια σταθερή δύναμη  $\vec{F}_1$  και το σώμα κινείται με επιτάχυνση μέτρου  $\alpha$ .

Αν μαζί με την  $\vec{F}_1$  ασκούμε στο κιβώτιο και δεύτερη οριζόντια δύναμη  $\vec{F}_2$  με μέτρο  $F_2 = \frac{F_1}{3}$  και αντίθετης κατεύθυνσης από την  $\vec{F}_1$ , τότε η επιτάχυνση με την οποία θα κινείται το κιβώτιο θα έχει μέτρο ίσο με :

(α')  $\frac{\alpha}{2}$

(β')  $\frac{2\alpha}{3}$

(γ')  $\frac{\alpha}{3}$

20. Μπίλια βρίσκεται σε ύψος  $h = 9 \text{ m}$  πάνω από το έδαφος και αφήνεται να πέσει ελεύθερα. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και η βαρυτική δυναμική ενέργεια της μπίλιας είναι μηδέν στο έδαφος.

Η κινητική ενέργεια της μπίλιας είναι διπλάσια από τη βαρυτική δυναμική της ενέργεια σε ύψος:

(α')  $h_1 = 2,25 \text{ m}$

(β')  $h_1 = 4,5 \text{ m}$

(γ')  $h_1 = 3 \text{ m}$

21. Σε αυτοκίνητο που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με ταχύτητα μέτρου  $v_1$ , ο οδηγός του φρενάρει οπότε το αυτοκίνητο διανύει διάστημα  $d_1$  μέχρι να σταματήσει. Αν το αυτοκίνητο κινείται με ταχύτητα διπλάσιου μέτρου, δηλαδή  $v_2 = 2v_1$ , τότε για να σταματήσει πρέπει να διανύσει διάστημα  $d_2$ .

Αν το αυτοκίνητο σε κάθε φρενάρισμα επιβραδύνεται με την ίδια επιβράδυνση, τότε ισχύει:

(α')  $d_1 = 2d_2$

(β')  $d_1 = 3d_2$

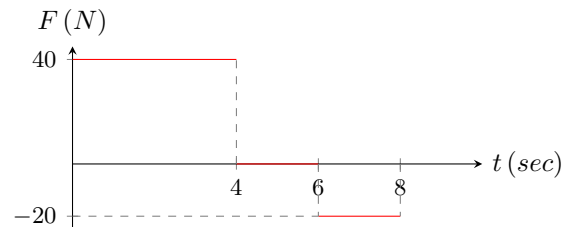
(γ')  $d_1 = 4d_2$

## 5.2 Θέμα Γ, Δ

1. Δύο κιβώτια A και B με μάζες  $m_A = 5 \text{ kg}$  και  $m_B = 10 \text{ kg}$ , κινούνται παράλληλα με έναν οριζόντιο προσανατολισμένο άξονα  $Ox$ . Τη χρονική στιγμή  $t_o = 0 \text{ s}$  τα κιβώτια διέρχονται από τη θέση  $x_o = 0 \text{ m}$ , κινούμενα και τα δύο προς τη θετική φορά. Το κιβώτιο A κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v_A = 10 \text{ m/s}$ , ενώ το κιβώτιο B έχει ταχύτητα  $v_o = 30 \text{ m/s}$ , και κινείται με σταθερή επιτάχυνση η οποία έχει μέτρο  $a_B = 2 \text{ m/s}^2$  και φορά αντίθετη της ταχύτητας  $v_o$ . Να υπολογίσετε:

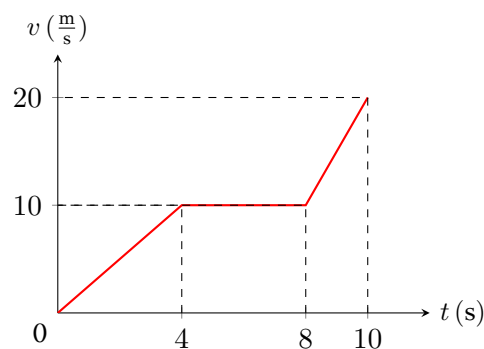
- (α') το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται σε κάθε κιβώτιο,  
 (β') τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα κιβώτια A και B θα βρεθούν πάλι το ένα δίπλα στο άλλο μετά τη χρονική στιγμή  $t_o$ ,  
 (γ') τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες τα μέτρα των ταχυτήτων των δυο κιβωτίων θα είναι ίσα,  
 (δ') τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε κιβωτίου από τη χρονική στιγμή  $t_o = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή κατά την οποία τα μέτρα των ταχυτήτων τους θα είναι ίσα για πρώτη φορά.

2. Σε σώμα  $m = 2 \text{ kg}$  αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο ασκείται οριζόντια δύναμη  $F$  της οποίας η αλγεβρική τιμή δείχνεται στο διάγραμμα:



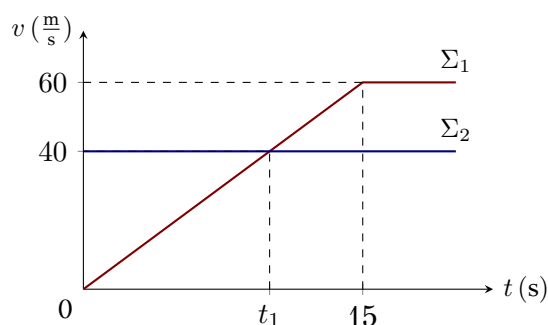
- (α') Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή  $t = 8 \text{ s}$ .  
 (β') Να γίνει το διάγραμμα  $(v, t)$ .

3. Στο διάγραμμα του σχήματος φαίνεται η γραφική παράσταση της τιμής της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σώμα που κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο.

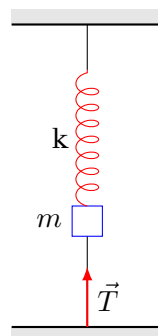


- (α') Να υπολογίσετε τις επιταχύνσεις  $a_1$  και  $a_2$  με τις οποίες κινείται το σώμα κατά τα χρονικά διαστήματα  $0 \text{ s} - 4 \text{ s}$  και  $8 \text{ s} - 10 \text{ s}$  αντίστοιχα.  
 (β') Να κατασκευάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση της τιμής της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  έως και την χρονική στιγμή  $t = 10 \text{ s}$ .  
 (γ') Να υπολογίσετε τη μέση ταχύτητα του σώματος κατά το χρονικό διάστημα  $0 \text{ s} - 10 \text{ s}$ .  
 (δ') Αν  $K_1$  και  $K_2$  είναι οι τιμές της κινητικής ενέργειας του σώματος τις χρονικές στιγμές  $t_1 = 2 \text{ s}$  και  $t_2 = 9 \text{ s}$  αντίστοιχα, να υπολογίσετε το λόγο  $\frac{K_2}{K_1}$ .

4. Δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με ίσες μάζες 40 kg το καθένα, βρίσκονται στον ίδιο οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το  $\Sigma_1$  ξεκινά να κινείται από ένα σημείο του δρόμου και την ίδια στιγμή διέρχεται από το ίδιο σημείο το σώμα  $\Sigma_2$  κινούμενο με σταθερή ταχύτητα ίση με 40 m/s, στην ίδια κατεύθυνση με το  $\Sigma_1$ . Στο διπλανό διάγραμμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις ταχύτητας - χρόνου για τα δύο αυτά σώματα.



- (α') Να υπολογίσετε το μέτρο της συνισταμένης δύναμης που ασκείται στο  $\Sigma_1$  κατά τη διάρκεια της επιταχυνόμενης κίνησης που εκτελεί.
- (β') Να υπολογίσετε τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας κάθε σώματος, από τη χρονική στιγμή  $t_1$ , που φαίνεται στο διάγραμμα, μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_2 = 15$  s.
- (γ') Να βρείτε την απόσταση μεταξύ των δύο σωμάτων τη χρονική στιγμή  $t_1$ .
- (δ') Να εξετάσετε αν τα δύο σώματα συναντηθούν ξανά μετά τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , και να υπολογίσετε ποια χρονική στιγμή θα συμβεί κάτι τέτοιο.
5. Ένα σώμα μάζας  $m = 4$  kg ηρεμεί δεμένο στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, αλλά και δεμένο επίσης και με τοέδαφος μέσω νήματος. Το ελατήριο έχει σταθερά  $k = 200$  N/m, ενώ η τάση του νήματος είναι  $T = 60$  N



- (α') Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα υπολογίζοντας και τα μέτρα τους.
- (β') Να βρεθεί η επιμήκυνση του ελατηρίου.
- (γ') Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα, οπότε το σώμα κινείται προς τα πάνω.
- Ποια η αρχική του επιτάχυνση;
  - Πόσο πρέπει να ανέβει το σώμα, μέχρι να φτάσει σε μια θέση που να μηδενιστεί η επιτάχυνσή του;
  - Τελικά το σώμα σταματά την προς τα πάνω κίνησή του, αφού ανέβει συνολικά κατά  $h=0,6$ m. Για την κίνηση μέχρι τη θέση αυτή, να βρεθούν τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκήθηκαν στο σώμα.

Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

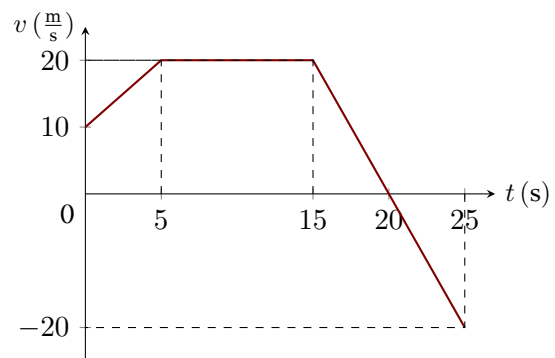
6. Ένα σιδερένιο κιβώτιο μάζας  $m = 100$  kg βρίσκεται ακίνητο στο έδαφος. Με τη βοήθεια γερανού ασκείται στο κιβώτιο κατακόρυφη δύναμη  $\vec{F}$  προς τα πάνω η τιμή της οποίας μεταβάλλεται με το ύψος  $y$  από το έδαφος σύμφωνα με τη σχέση  $F = 3000 - 100y$  (SI). Η



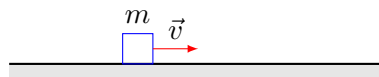
δύναμη  $\vec{F}$  σταματάει να ασκείται αμέσως μετά το μηδενισμό της. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$  και ότι η επίδραση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Να υπολογίσετε:

- (α) Σε ποιο ύψος από το έδαφος η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα μηδενίζεται
- (β) Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  από τη στιγμή που άρχισε να ανυψώνεται το κιβώτιο μέχρι τη στιγμή που μηδενίζεται η δύναμη  $\vec{F}$ .
- (γ) Να χαρακτηρίσετε το είδος της κίνησης που θα εκτελέσει το κιβώτιο αμέσως μετά το μηδενισμό της δύναμης  $\vec{F}$ .
- (δ) Το μέτρο της ταχύτητας του κιβωτίου στη θέση που μηδενίζεται η δύναμη  $\vec{F}$ .

7. Ένα αυτοκίνητο με μάζα  $900 \text{ kg}$  κινείται σε οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο, που ταυτίζεται με τον άξονα  $x'x$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , το αυτοκίνητο κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα, διέρχεται από τη θέση  $x_0 = +25 \text{ m}$ . Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_4 = 25 \text{ s}$ .



- (α) Να προσδιορίσετε το χρονικό διάστημα κατά το οποίο το αυτοκίνητο επιβραδύνεται.
  - (β) Να υπολογίσετε το μέτρο της συνισταμένης των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_1 = 5 \text{ s}$ .
  - (γ) Να προσδιορίσετε τη θέση του αυτοκινήτου τις χρονικές στιγμές  $t_2 = 15 \text{ s}$  και  $t_4 = 25 \text{ s}$ .
  - (δ) Να υπολογίσετε το συνολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο αυτοκίνητο, από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_4 = 25 \text{ s}$ .
8. Ένα σώμα ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ( $t = 0$ ) ασκούμε πάνω του μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F = 8$ , μετατοπίζοντας το σώμα κατά  $4 \text{ m}$ , μέχρι τη στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$ , όπου και μηδενίζουμε την ασκούμενη δύναμη.



Ζητούνται:

- (α) Η μάζα του σώματος.
  - (β) Η μετατόπιση του σώματος μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_2 = 6 \text{ s}$ .
  - (γ) Να γίνει η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.
9. Ένα σώμα μάζας  $m = 20 \text{ kg}$ , ισορροπεί ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  ασκούνται σ' αυτό τρεις οριζόντιες συγγραμμικές δυνάμεις  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  και  $\vec{F}_3$ . Οι δυνάμεις  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ , έχουν την ίδια κατεύθυνση και μέτρα  $35 \text{ N}$  και  $45 \text{ N}$ , αντίστοιχα, ενώ η  $\vec{F}_3$ , έχει αντίθετη κατεύθυνση από τις άλλες δύο. Το σώμα αρχίζει να κινείται με σταθερή επιτάχυνση προς την κατεύθυνση των  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$ , και τη χρονική στιγμή  $t_1 = 6 \text{ s}$  έχει διανύσει διάστημα ίσο με  $45 \text{ m}$ . Να υπολογίσετε:



(α') το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος στη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow t_1$ .

(β') το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}_3$ .

Τη χρονική στιγμή  $t_1$ , καταργούμε μία από τις τρεις παραπάνω δυνάμεις. Το σώμα συνεχίζει την κίνησή του και από τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ , μέχρι τη στιγμή  $t_2 = 10$  s, έχει διανύσει συνολικά διάστημα ίσο με 137 m.

(γ') Να προσδιορίσετε και να δικαιολογήσετε ποια δύναμη καταργήσαμε.

(δ') Να υπολογίσετε το ολικό έργο των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα στη χρονική διάρκεια από  $0 \rightarrow t_2$

10. Ένα σώμα μάζας  $m_1 = 2kg$  ηρεμεί δεμένο στο κάτω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου, αλλά και δεμένο επίσης και με δεύτερο σώμα μάζας  $m_2 = 4Kg$  μέσω νήματος. Το ελατήριο έχει σταθερά  $k = 200/m$ . Το έδαφος βρίσκεται  $h = 0.8m$  κάτω από το σώμα  $m_2$ .

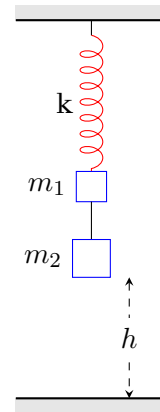
Ζητούνται:

(α') Η τάση του νήματος.

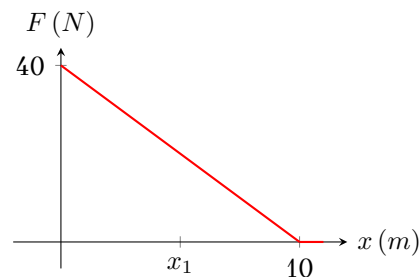
(β') Η παραμόρφωση του ελατηρίου.

(ε') Σε μια στιγμή ( $t_0 = 0$ ) κόβουμε το νήμα, οπότε τα σώματα κινούνται ανεξάρτητα.

- i. Ποια η αρχική του επιτάχυνση κάθε σώματος;
- ii. Σε πόσο ύψος θα ανέβει το σώμα  $m_1$  μέχρι να μηδενιστεί στιγμιαία η ταχύτητά του;
- iii. Σε πόσο χρόνο θα φτάσει το σώμα  $m_2$  στο έδαφος;
- iv. Με ποια ταχύτητα θα φτάσει το σώμα  $m_2$  στο έδαφος;
- v. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος  $m_2$  τη στιγμή που φτάνει στο έδαφος.



11. Ένα σώμα μάζας  $m = 2kg$  ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu=0,5$ . Τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  δέχεται την επίδραση μεταβλητής οριζόντιας δύναμης  $\vec{F}$ , το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με την μετατόπιση  $x$  του σώματος όπως στο διάγραμμα. Η δύναμη καταργείται όταν μηδενιστεί το μέτρο της.



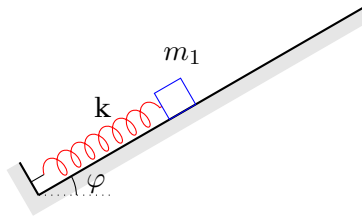
(α') Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή  $t_1$ , όπου το σώμα έχει μετατοπιστεί κατά  $x_1 = 5m$ .

(β') Για την παραπάνω χρονική στιγμή να βρεθούν:

- i. Η (στιγμιαία) ισχύς της δύναμης  $F$ .
- ii. Ο ρυθμός με τον οποίο παράγεται θερμότητα εξαιτίας της τριβής.
- iii. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος.

(γ) Πόσο θα μετατοπισθεί το σώμα συνολικά;

12. Ένα σώμα ισορροπεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας  $\varphi = 30^\circ$  στο πάνω άκρο ελατηρίου σταθεράς  $k$ . Το σώμα δεν είναι δεμένο στο ελατήριο, το οποίο είναι συμπιεσμένο κατά  $\Delta x = 0.2\text{m}$ .

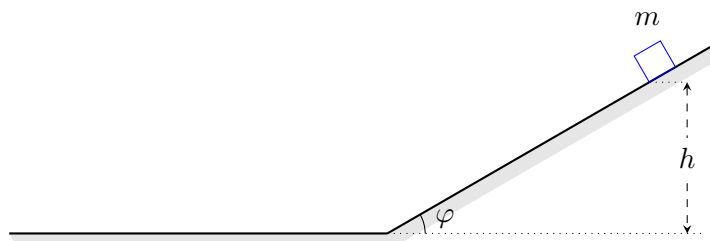


(α) Να βρεθεί η μάζα του σώματος.

Κάποια στιγμή συμπιέζουμε επιπρόσθετα το σώμα κατά  $\Delta x' = 0.2$  και το αφήνουμε να τιναχθεί προς τα επάνω στο κεκλιμένο.

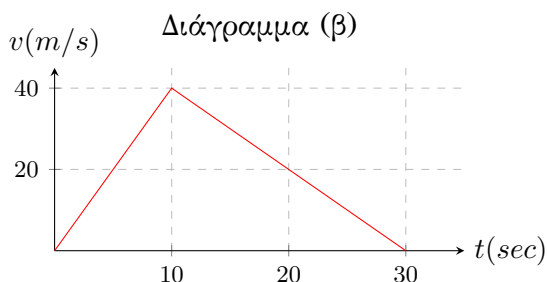
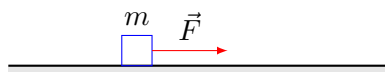
- (β) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος όταν το ελατήριο φτάνει στο φυσικό του μήκος.  
 (γ) Να βρεθεί το μέγιστο ύψος  $h$  στο οποίο θα φτάσει το σώμα από το έδαφος.  
 (δ) Αν το σώμα παρουσιάζει τριβή με το κεκλιμένο επίπεδο, με συντελεστή  $\mu=0.2$ , πόση απόσταση θα διανύσει το σώμα στο κεκλιμένο πριν σταματήσει στιγμιαία;  
 (ε) Αν το σώμα είναι δεμένο στο ελατήριο και το έδαφος είναι λείο, σε πόση απόσταση από την θέση που το αφήσαμε θα σταματήσει στιγμιαία το σώμα;

13. Ένα σώμα μάζας  $m = 2\text{Kg}$  αφήνεται να κινηθεί από ύψος  $h = 1\text{m}$  σε κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας  $\varphi = 30^\circ$ , με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής  $\mu = \frac{\sqrt{3}}{5}$ . Το σώμα συναντά οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστή τριβής  $\mu = 0.5$ .

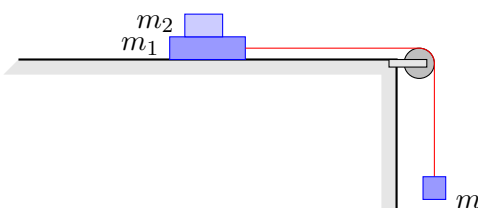


- (α) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος όταν φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο.  
 (β) Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος λίγο πριν εγκαταλείψει το κεκλιμένο επίπεδο.  
 (γ) Να βρεθεί ο ρυθμός μετατροπής της ενέργειας σε θερμική λίγο πριν εγκαταλείψει το κεκλιμένο επίπεδο.  
 (δ) Να βρεθεί ο ρυθμός μετατροπής της ενέργειας σε θερμική όταν το σώμα μπαίνει στο οριζόντιο επίπεδο.  
 (ε) Πόση απόσταση θα διανύσει το σώμα στο οριζόντιο επίπεδο πριν σταματήσει;

14. Σώμα μάζας  $m = 5\text{Kg}$  που ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο δέχεται ξαφνικά οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  μέτρου  $F = 30\text{N}$  και ξεκινάει να κινείται. Η δύναμη καταργείται την χρονική στιγμή  $t_1 = 10\text{s}$ . Το διάγραμμα της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με τον χρόνο δίνεται από το σχήμα (β).



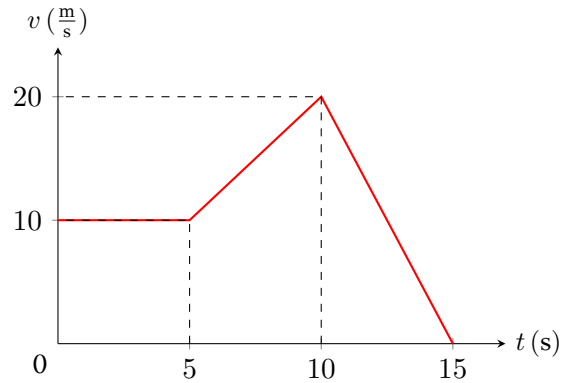
- (α') Να αποδειχθεί ότι το έδαφος δεν είναι λείο και να βρεθεί ο συντελεστής τριβής που παρουσιάζει το σώμα στο επίπεδο.
- (β') Να βρεθεί η συνολική μετατόπιση του σώματος.
- (γ') Να υπολογιστεί το έργο που πρόσφερε η δύναμη  $\vec{F}$  στο σώμα.
- (δ') Να υπολογιστεί το ποσοστό του έργου της  $\vec{F}$  που μετατράπηκε σε θερμότητα τη χρονική στιγμή που καταργείται η  $\vec{F}$ .
- (ε') Πόση είναι η μετατόπιση του σώματος τη χρονική στιγμή  $t = 18s$ ;
15. Ένα σώμα μάζας  $m_1 = 4Kg$  βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Πάνω του αφήνεται σώμα μάζας  $m_2 = 2Kg$ . Στο σώμα  $m_1$  είναι δεμένο μή-εκτατό νήμα το οποίο περνάει από ελαφριά τροχαλία (αμελητέας μάζας) και στο άλλο άκρο του είναι δεμένο τρίτο σώμα  $m_3 = 12Kg$ . Το σύστημα κρατείται ακίνητο και την χρονική στιγμή  $t_0 = 0$  αφήνεται ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα  $m_2$  μόλις που δεν γλιστράει πάνω στο σώμα  $m_1$ .



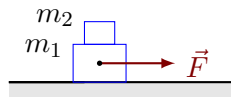
- (α') Να βρεθεί η επιτάχυνση του συστήματος.
- (β') Ποιά δύναμη κινεί το σώμα  $m_2$ ; Να την υπολογίσετε.
- (γ') Να βρεθεί ο συντελεστής τριβής μεταξύ των σωμάτων  $m_1$  και  $m_2$ .
- (δ') Πόση είναι η ταχύτητα του σώματος  $m_1$  όταν το  $m_3$  έχει μεταβολή στη δυναμική του ενέργεια  $\Delta U = 60 J$ ;
- (ε') Πόσος είναι τότε ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος  $m_3$ ;
16. Κιβώτιο μάζας  $m = 2 kg$  αρχικά ηρεμεί σε τραχύ οριζόντιο δρόμο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , ασκείται στο κιβώτιο μεταβλητή οριζόντια δύναμη το μέτρο της οποίας μεταβάλλεται με τη θέση του κιβωτίου σύμφωνα με τη σχέση  $F = 10 + 2x$  (SI). Θεωρήστε ως  $x = 0$  τη θέση που βρισκόταν το κιβώτιο τη χρονική στιγμή  $t = 0$  και ότι το κιβώτιο κινείται προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα  $Ox$ . Η δύναμη  $\vec{F}$  καταργείται όταν το μέτρο της γίνει ίσο με 50 N. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δρόμου είναι 0,4. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι ίση με  $g = 10 m/s^2$  και η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα. Να υπολογίσετε:
- (α') Το μέτρο της δύναμης της τριβής που ασκείται στο κιβώτιο.
- (β') Την επιτάχυνση του κιβωτίου όταν βρίσκεται στη θέση  $x = 10 m$ .

- (γ) Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  για τη μετατόπιση του κιβωτίου από την θέση  $x = 0$  έως τη θέση στην οποία καταργείται η δύναμη  $\vec{F}$ .
- (δ) Το συνολικό διάστημα που θα διανύσει το κιβώτιο από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι να σταματήσει.

17. Ένα σώμα με μάζα 120 kg ολισθαίνει σε οριζόντιο ευθύγραμμο δρόμο, που ταυτίζεται με τον άξονα  $x'x$ . Στο σώμα ασκείται δύναμη  $F$  στη διεύθυνση της κίνησης του και τη χρονική στιγμή  $t = 0$ , διέρχεται από τη θέση  $x_0 = 0$  m, κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση του άξονα. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της αλγεβρικής τιμής της ταχύτητας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος και του δρόμου είναι  $\mu = 0,2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



- (α) Να υπολογίσετε το μέτρο της οριζόντιας δύναμης  $\vec{F}$ , που ασκείται στο σώμα, στη χρονική διάρκεια  $0 \rightarrow 5$  s.
- (β) Να υπολογίσετε το ρυθμό παραγωγής έργου από τη δύναμη  $\vec{F}$  (ισχύ της δύναμης  $\vec{F}$ ), τη χρονική στιγμή  $t_1 = 3$  s.
- (γ) Να προσδιορίσετε τη θέση του σώματος τη χρονική στιγμή  $t_2 = 10$  s.
- (δ) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $\vec{F}$ , στη διάρκεια του 4ου δευτερολέπτου της κίνησης του σώματος.
18. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δύο σώματα  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  με μάζες  $m_1 = 6$  kg και  $m_2 = 4$  kg αντίστοιχα, με το  $\Sigma_2$  τοποθετημένο πάνω στο  $\Sigma_1$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ασκούμε στο  $\Sigma_1$  οριζόντια δύναμη όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Τα σώματα εξαιτίας της στατικής τριβής που αναπτύσσεται μεταξύ τους κινούνται μαζί σαν ένα σώμα με σταθερή ταχύτητα, πάνω στο οριζόντιο δάπεδο προς την κατεύθυνση της δύναμης. Το μέτρο της τριβής ολίσθησης που εμφανίζεται μεταξύ του σώματος  $\Sigma_1$  και του δαπέδου είναι ίσο με 30 N και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



- (α) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ .
- (β) Να βρείτε πόση ενέργεια πρέπει να προσφέρουμε μέσω του έργου της δύναμης  $\vec{F}$ , για να μετακινήσουμε τα σώματα κατά 120 m.
- (γ) Να υπολογίσετε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος  $\Sigma_1$  και του οριζόντιου δαπέδου.
- (δ) Τη χρονική στιγμή  $t_1$  απομακρύνουμε απότομα το σώμα  $\Sigma_2$ , χωρίς να καταργήσουμε τη δύναμη  $\vec{F}$  και αμέσως μετά η ταχύτητα του  $\Sigma_1$  είναι ίση με 10 m/s. Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος  $\Sigma_1$ , τη χρονική στιγμή  $t_2 = t_1 + 5$  s.
19. Σε ένα κιβώτιο μάζας  $m = 5$  kg ασκείται οριζόντια σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  και το κιβώτιο ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα μέτρου 8 m/s, σε οριζόντιο δρόμο που ταυτίζεται με τον

άξονα  $x'x$ . Το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  κατά τη μετατόπιση του κιβωτίου από τη θέση  $x_0 = 0$  μέχρι τη θέση  $x_1 = 15$  m είναι ίσο με 300 J. Να υπολογίσετε:

- (α') το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$ .
- (β') το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου.
- (γ') το ρυθμό με τον οποίο η προσφερόμενη στο κιβώτιο ενέργεια μετατρέπεται σε θερμότητα.
- (δ') Τη χρονική στιγμή που το κιβώτιο διέρχεται από τη θέση  $x_1$ , καταργείται η δύναμη  $\vec{F}$ . Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της κινητικής ενέργειας του κιβωτίου σε συνάρτηση με τη θέση του  $x$  πάνω στον άξονα, από τη θέση  $x_0 = 0$ , μέχρι τη θέση όπου αυτό σταματά.

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.

20. Ένα τρακτέρ σέρνει μέσω αλυσίδας ένα κουτί με εργαλεία μάζας  $m = 100$  Kg με σταθερή ταχύτητα μέτρου  $v = 5$  m/s πάνω σε ευθύγραμμο οριζόντιο δρόμο. Η δύναμη  $\vec{F}$  που ασκείται στο κουτί από την αλυσίδα είναι οριζόντια. Ξαφνικά σπάει η αλυσίδα οπότε το κουτί ολισθαίνει λίγο ακόμα επιβραδυνόμενο μέχρι που σταματά. Δίνεται ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του κουτιού και του δρόμου  $\mu=0,4$ , η επιτάχυνση της βαρύτητας ίση με  $g = 10$  m/s<sup>2</sup> και ότι η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα. Να υπολογισθούν:

- (α') Η τριβή που ασκείται στο κουτί.
- (β') Ο ρυθμός με τον οποίο προσφέρεται ενέργεια στο κουτί μέσω του έργου της δύναμης  $\vec{F}$  (ισχύς) κατά τη διάρκεια της κίνησης με σταθερή ταχύτητα.
- (γ') Το έργο της τριβής από τη θέση που σπάει η αλυσίδα ως την θέση που σταμάτησε το κουτί.
- (δ') Ο μέσος ρυθμός απώλειας ενέργειας του κουτιού λόγω τριβής (μέση ισχύς) από τη στιγμή που σπάει η αλυσίδα ως την στιγμή που σταμάτησε.

21. Ένα άδειο κιβώτιο, μάζας 10 Kg βρίσκεται ακίνητο πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Ένας εργάτης ασκεί στο κιβώτιο οριζόντια δύναμη μέτρου 60 N για χρονικό διάστημα  $\Delta t$  και μετατοπίζει το κιβώτιο κατά 25 m πάνω στο οριζόντιο δάπεδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κιβωτίου και δαπέδου είναι 0,4 και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Να υπολογίσετε:

- (α') το χρονικό διάστημα  $\Delta t$ ,
- (β') τα έργα όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο κιβώτιο στο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ ,
- (γ') την κινητική ενέργεια του κιβωτίου όταν το κιβώτιο έχει μετατοπιστεί κατά 25 m.

Ένα ίδιο κιβώτιο είναι γεμάτο με άμμο μάζας 40 Kg βρίσκεται ακίνητο πάνω στο ίδιο οριζόντιο δάπεδο.

- (δ') Να υπολογίσετε το μέτρο της οριζόντιας δύναμης που πρέπει να ασκήσει ο εργάτης στο γεμάτο κιβώτιο ώστε στο ίδιο χρονικό διάστημα  $\Delta t$  να το μετατοπίσει κατά 25 m.

22. Ένας κύβος μάζας 10 kg ολισθαίνει πάνω σε λείο δάπεδο με σταθερή ταχύτητα  $v_0 = 3$  m/s, κατά μήκος μιας ευθείας που ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα  $x'x$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  s ο κύβος βρίσκεται στη θέση  $x = 0$  m του άξονα και αρχίζει να ασκείται σε αυτόν οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$  ίδιας κατεύθυνσης με την ταχύτητα. Το μέτρο της δύναμης μεταβάλλεται με την θέση  $x$  του κύβου, σύμφωνα με την σχέση  $F = 10x$  [F σε N και x σε m]. Τη χρονική στιγμή που ο κύβος διέρχεται από τη θέση  $x = 4$  m η δύναμη παύει να

ασκείται. Αμέσως μετά ο κύβος συνεχίζει την κίνηση σε δεύτερο τραχύ οριζόντιο δάπεδο που ακολουθεί το πρώτο, μέχρι που σταματά. Η κίνηση με τριβές στο τραχύ δάπεδο διαρκεί χρόνο ίσο με 2,5 s. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- (α') Να υπολογίσετε το μέτρο της επιτάχυνσης του κύβου στη θέση  $x = 2 \text{ m}$ .
- (β') Να κατασκευάσετε το διάγραμμα του μέτρου της δύναμης  $\vec{F}$  σε συνάρτηση με τη θέση  $x$  για τη μετατόπιση από  $0 \text{ m} \rightarrow 4 \text{ m}$ . Στη συνέχεια να υπολογίσετε την ενέργεια που μεταφέρθηκε στον κύβο, μέσω του έργου της δύναμης  $\vec{F}$ , κατά τη διάρκεια της μετατόπισης του κύβου από την θέση  $x = 0 \text{ m}$  έως την θέση  $x = 4 \text{ m}$ .
- (γ') Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του κύβου στη θέση  $x = 4 \text{ m}$ .
- (δ') Να υπολογίσετε το συντελεστή τριβής ολίσθησης μεταξύ του κύβου και του δεύτερου δαπέδου.

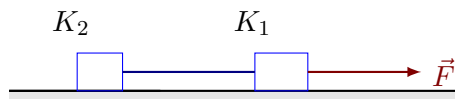
23. Θέλουμε να μετακινήσουμε ένα βαρύ κιβώτιο μάζας 500 kg αναγκάζοντας το να ολισθήσει πάνω σε οριζόντιο δάπεδο. Δίδεται ότι ο συντελεστής τριβής μεταξύ του δαπέδου και του κιβωτίου είναι  $\mu = 0,2$  και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Να θεωρήσετε ότι η τριβή ολίσθησης είναι ίση με τη μέγιστη στατική τριβή (οριακή τριβή), μεταξύ του κιβωτίου και του δαπέδου και ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα.

- (α') Να υπολογίσετε το μέτρο της ελάχιστης οριζόντιας δύναμης που πρέπει να ασκήσουμε στο κιβώτιο για να το μετακινήσουμε πάνω στο οριζόντιο δάπεδο.

Αν στο αρχικά ακίνητο κιβώτιο ασκηθεί οριζόντια σταθερή δύναμη με μέτρο ίσο με 1500 N, τότε να υπολογίσετε:

- (β') το μέτρο της επιτάχυνσης με την οποία κινείται το κιβώτιο.
- (γ') το μέτρο της ταχύτητας που θα έχει το κιβώτιο, αφού διανύσει διάστημα ίσο με 32 m.
- (δ') Αν κάποια στιγμή μέσου του έργου της δύναμης έχει μεταφερθεί στο κιβώτιο ενέργεια ίση με 3.000 J, τότε να υπολογίσετε το ποσό της ενέργειας που έχει αφαιρεθεί από το σώμα, μέσου του έργου της τριβής ολίσθησης, στο ίδιο χρονικό διάστημα.

24. Τα κιβώτια  $K_1$  και  $K_2$  του διπλανού σχήματος έχουν μάζες  $m_1 = 3 \text{ kg}$  και  $m_2 = 5 \text{ kg}$  αντίστοιχα και βρίσκονται αρχικά ακίνητα σε οριζόντιο δάπεδο, με το οποίο εμφανίζουν τον ίδιο συντελεστή τριβής  $\mu = 0,5$ . Τα κιβώτια είναι δεμένα μεταξύ τους με ένα μη εκτατό νήμα αμελητέας μάζας, το οποίο είναι οριζόντιο και τεντωμένο. Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  ένας εργάτης ασκεί στο κιβώτιο  $K_1$  οριζόντια σταθερή δύναμη  $\vec{F}$  στη διεύθυνση του νήματος, όπως φαίνεται στο σχήμα και μετακινεί τα κιβώτια με σταθερή επιτάχυνση  $\alpha = 1 \text{ m/s}^2$ .



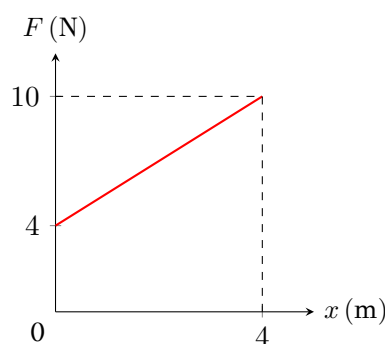
- (α') Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται σε καθένα κιβώτιο.
- (β') Να εφαρμόσετε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής στο κιβώτιο  $K_2$  και να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που ασκείται στο κιβώτιο αυτό από το νήμα.
- (γ') Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης που ασκεί το νήμα στο κιβώτιο  $K_1$ , από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη χρονική  $t_1 = 4 \text{ s}$ .
- (δ') Να υπολογίσετε πόσο τοις εκατό από την ενέργεια που μεταβιβάζει ο εργάτης στα κιβώτια, μεταφέρεται ως κινητική στο κιβώτιο  $K_1$ .

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

25. Ένα σώμα μάζας  $4 \text{ Kg}$ , αφήνεται από ύψος  $h$ , πάνω από το έδαφος και φθάνει στο έδαφος με ταχύτητα μέτρου  $v = 30 \text{ m/s}$ . Η επιτάχυνση της βαρύτητας στη διάρκεια της κίνησης είναι σταθερή, με τιμή  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Θεωρήστε ως επίπεδο αναφοράς για τη δυναμική ενέργεια το έδαφος, καθώς και την αντίσταση του αέρα αμελητέα

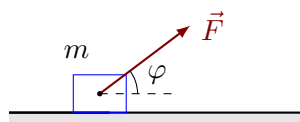
- (α) Να υπολογίσετε το ύψος  $h$ .
- (β) Να υπολογίσετε την απόσταση του σώματος από το έδαφος τη στιγμή που κινείται με ταχύτητα μέτρου  $20 \text{ m/s}$ .
- (γ) Να παραστήσετε γραφικά σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων το διάστημα που διανύει το σώμα σε συνάρτηση με το χρόνο.
- (δ) Να υπολογίσετε το έργο του βάρους του σώματος, στο τελευταίο δευτερόλεπτο της κίνησης του σώματος.

26. Μικρό σώμα μάζας  $m = 1 \text{ kg}$  βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu = 0,2$ . Στο σώμα, το οποίο αρχικά βρίσκεται στη θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$  του οριζόντιου άξονα  $x'x$ , ασκείται οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ , η τιμή της οποίας μεταβάλλεται με τη θέση  $x$  του κιβωτίου, όπως φαίνεται στο διάγραμμα. Δίνεται ότι η επίδραση του αέρα είναι αμελητέα και η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Να υπολογίσετε:



- (α) την επιτάχυνση του σώματος στην θέση  $x = 4 \text{ m}$ ,
- (β) το έργο της δύναμης  $\vec{F}$ , κατά τη μετατόπιση του σώματος από τη θέση  $x = 0$  έως τη θέση  $x = 4 \text{ m}$ ,
- (γ) την ενέργεια που μετατράπηκε σε θερμότητα μέσω του έργου της τριβής, κατά τη μετατόπιση του σώματος από τη θέση  $x_0 = 0 \text{ m}$  έως τη θέση  $x = 4 \text{ m}$ ,
- (δ) την κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση  $x = 4 \text{ m}$ .

27. Σώμα μάζας  $m = 5 \text{ kg}$  βρίσκεται αρχικά ακίνητο σε οριζόντιο δάπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής  $\mu = 0,5$ . Τη χρονική στιγμή  $t = 0$  το σώμα δέχεται δύναμη  $\vec{F}$  με διεύθυνση που σχηματίζει γωνία  $\varphi$  ( $\eta\mu\varphi = 0,6$ ,  $\sigma\upsilon\eta\varphi = 0,8$ ) και μέτρο  $F = 50 \text{ N}$  όπως φαίνεται στο σχήμα.



- (α) Να υπολογίσετε το μέτρο της τριβής ολίσθησης που ασκείται στο σώμα.
- (β) Να εφαρμόσετε το θεμελιώδη νόμο της Μηχανικής και να υπολογίσετε την επιτάχυνση του σώματος.

Την χρονική στιγμή  $t_1 = 2 \text{ s}$  η δύναμη  $\vec{F}$  καταργείται και το σώμα μετά από λίγο σταματά.

- (α) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης  $\vec{F}$ , από τη χρονική στιγμή  $t = 0$  μέχρι τη χρονική  $t_1$ .



(β') Να βρείτε τη συνολική μετατόπιση του σώματος, καθώς και τη συνολική θερμότητα που παράγεται.

Δίνεται ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .