ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 2ο (16950)

α) Να κατασκευάσετε ένα γραμμικό σύστημα δυο εξισώσεων με δυο αγνώστους με συντελεστές διάφορους του μηδενός, το οποίο να είναι αδύνατο.

(Μονάδες 10)

β) Να παραστήσετε γραφικά στο επίπεδο τις δυο εξισώσεις του συστήματος που ορίσατε στο α) ερώτημα και, με βάση το γράφημα, να εξηγήσετε γιατί το σύστημα είναι αδύνατο.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2ο (16954)

Δίνεται η εξίσωση: $8x + 2y = 7$ (1)

α) Να γράψετε μια άλλη εξίσωση που να μην έχει καμία κοινή λύση με την εξίσωση (1).

(Μονάδες 10)

β) Να παραστήσετε γραφικά στο επίπεδο τις δυο εξισώσεις και, με βάση το γράφημα, να εξηγήσετε γιατί το σύστημα είναι αδύνατο. (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2ο (16957)

Δύο φίλοι, ο Μάρκος και ο Βασίλης, έχουν άθροισμα ηλικιών *27* χρόνια, και ο Μάρκος είναι μεγαλύτερος από το Βασίλη.

α) Μπορείτε να υπολογίσετε την ηλικία του καθενός; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 13)

β) Δίνεται επιπλέον η πληροφορία ότι η διαφορά των ηλικιών τους είναι *5* χρόνια. Να υπολογίσετε την ηλικία του καθενός.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2ο (17647)

Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} x - 2y = 8 \\ \alpha x + \beta y = \gamma \end{cases}$ με παραμέτρους $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$.

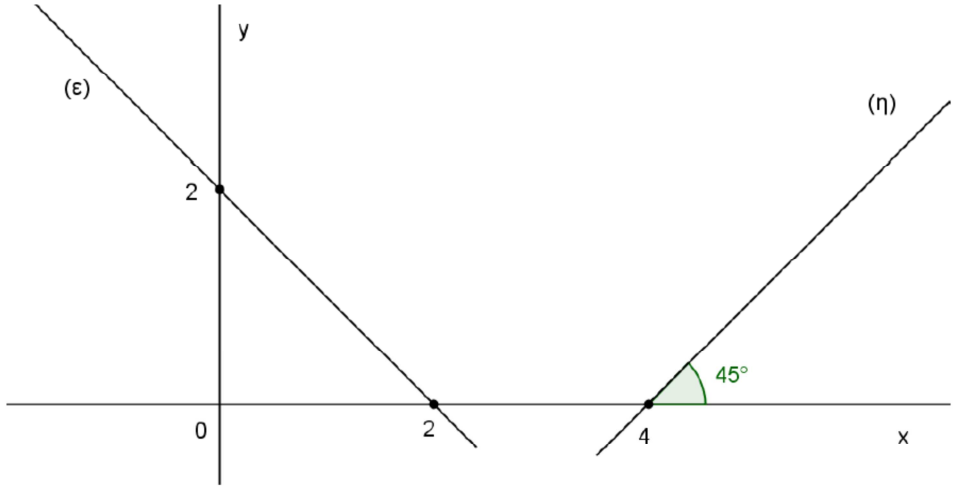
α) Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους α, β, γ ώστε το σύστημα αυτό να έχει μοναδική λύση το ζεύγος (2, -3). (Μονάδες 13)

β) Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους α, β, γ ώστε το σύστημα αυτό να είναι αδύνατο.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2^{ο} (16960)

α) Με βάση τα δεδομένα του σχήματος, να προσδιορίσετε τις εξισώσεις των ευθειών (*ε*) και (*η*).



(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής τους. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2^{ο} (17650)

Δίνεται ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με μήκος *x cm*, πλάτος *y cm*, περίμετρο ίση με 38*cm* και με την ακόλουθη ιδιότητα:

Αν αυξήσουμε το μήκος του κατά 2*cm* και μειώσουμε το πλάτος του κατά 4*cm*, θα προκύψει ένα ορθογώνιο με εμβαδόν ίσο με το εμβαδόν του αρχικού.

α) Να εκφράσετε τα δεδομένα με ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.

(Μονάδες 10)

β) Να βρείτε τις τιμές των διαστάσεων *x, y* του ορθογωνίου. (Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2^{ο} (17651)

Στο δημοτικό parking μιας επαρχιακής πόλης στις 10 το πρωί, το σύνολο των δίκυκλων και τετράτροχων οχημάτων που έχουν παρκάρει είναι 830 και το πλήθος των τροχών τους 2.700.

α) Να εκφράσετε τα δεδομένα με ένα σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους.

(Μονάδες 13)

β) Να βρείτε τον αριθμό των δίκυκλων καθώς και τον αριθμό των τετράτροχων οχημάτων.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2^{ο} (17659)

α) Να λύσετε αλγεβρικά το σύστημα $\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ x - y = -1 \end{cases}$.

(Μονάδες 15)

β) Να ερμηνεύσετε γεωμετρικά τις λύσεις του συστήματος που βρήκατε στο ερώτημα α).

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2^{ο} (17683)

Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} (\lambda+1)x + 2y = 3 \\ 4x + (\lambda-1)y = -6 \end{cases}$, με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$.

α) Αν $\lambda = -3$, να δείξετε ότι το σύστημα έχει άπειρες λύσεις. Να βρείτε μια λύση.

(Μονάδες 8)

β) Αν $\lambda = 3$, να δείξετε ότι το σύστημα είναι αδύνατο. (Μονάδες 8)

γ) Αν $\lambda = 0$, να δείξετε ότι το σύστημα έχει μοναδική λύση την οποία και να προσδιορίσετε.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2^{ο} (17703)

Δίνονται οι ευθείες με εξισώσεις:

$$(\varepsilon_1): 2x - y = -1$$

$$(\varepsilon_2): (\lambda - 1)x - y = 6, \quad \text{με παράμετρο } \lambda \in \mathbb{R}$$

α) Να βρείτε την τιμή του λ ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να είναι παράλληλες. (Μονάδες 8)

β) Να παραστήσετε γραφικά τις ε_1 και ε_2, για $\lambda = 3$. (Μονάδες 8)

γ) Υπάρχει τιμή του $\lambda \in \mathbb{R}$, ώστε οι ευθείες ε_1 και ε_2 να ταυτίζονται; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 2^{ο} (17709)

Δίνονται οι ευθείες $\varepsilon_1 : 2x + y = 5$, $\varepsilon_2 : -2x + 3y = -9$ και $\varepsilon_3 : 3x + 2y = 7$.

α) i. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ε_1 και ε_2.

ii. Να βρείτε τις συντεταγμένες του σημείου τομής των ε_1 και ε_3.

(Μονάδες 12)

β) Με τη βοήθεια του ερωτήματος (α), να δείξετε ότι το κοινό σημείο των ε_2 και ε_3 είναι σημείο της ε_1. (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2^{ο} (17717)

Ένα θέατρο έχει 25 σειρές καθισμάτων χωρισμένες σε δύο διαζώματα. Η κάθε μια από τις σειρές του κάτω διαζώματος έχει 14 καθίσματα και η κάθε μια από τις σειρές του πάνω διαζώματος έχει 16 καθίσματα, ενώ η συνολική χωρητικότητα του θεάτρου είναι 374 καθίσματα.

α) Αν x ο αριθμός σειρών του κάτω και y ο αριθμός σειρών του πάνω διαζώματος, να εκφράσετε τα δεδομένα του προβλήματος με ένα σύστημα δύο εξισώσεων.

(Μονάδες 12)

β) Πόσες σειρές έχει το πάνω και πόσες το κάτω διάζωμα; (Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ 2^{ο} (17734)

Δίνονται οι ευθείες: ε_1: $2x + y = 6$ και ε_2: $x - 2y = -3$

α) Να προσδιορίσετε αλγεβρικά το κοινό τους σημείο *Μ*. (Μονάδες 13)

β) Να βρείτε για ποια τιμή του *α*, η ευθεία $3x + \alpha y = \alpha + 5$ διέρχεται από το *Μ*.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2^{ο} (18637)

Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} x - 2y = 9 \\ \alpha x + \beta y = \gamma \end{cases}$ με παραμέτρους *α, β, γ*$\in \mathbb{R}$

α) Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους *α, β, γ,* ώστε το σύστημα αυτό να έχει μοναδική λύση το ζεύγος (1, -4). (Μονάδες 13)

β) Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους *α, β, γ,* ώστε το σύστημα αυτό να είναι αδύνατο και να επαληθεύσετε γραφικά την επιλογή σας. (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2^{ο} (18638)

Δίνεται το σύστημα: $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ \alpha x + \beta y = \gamma \end{cases}$ με παραμέτρους *α, β, γ*$\in \mathbb{R}$

α) Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους *α, β, γ,* ώστε το σύστημα αυτό να έχει μοναδική λύση το ζεύγος (-1, 5). (Μονάδες 13)

β) Να επιλέξετε τιμές για τις παραμέτρους *α, β, γ,* ώστε το σύστημα αυτό να έχει άπειρες λύσεις και να επαληθεύσετε γραφικά την επιλογή σας. (Μονάδες 12)