ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1ο ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 2ο (18556)

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{\beta}$ με $\left(\widehat{\vec{a},\vec{\beta}}\right)=\frac{\pi}{3}$ και $|\vec{a}|=\sqrt{2}$, $|\vec{\beta}|=2\sqrt{2}$.

α) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a}\ \vec{\beta}$.

(Μονάδες 8)

β) Αν τα διανύσματα $2\vec{a}+\vec{\beta}$ και $\kappa\vec{a}+\vec{\beta}$ είναι κάθετα να βρείτε την τιμή του κ.

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε το μέτρο του διανύσματος $2\ \vec{a}+\vec{\beta}$.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 2ο (18558)

Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι: $\overrightarrow{AB}=(-4,-6)$, $\overrightarrow{A\Gamma}=(2,-8)$.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{AM}$, όπου ΑΜ είναι η διάμεσος του τριγώνου ΑΒΓ.

(Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι η γωνία $\hat{A}$ είναι οξεία.

(Μονάδες 10)

γ) Αν στο τρίγωνο ΑΒΓ επιπλέον ισχύει Α(3,1), να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του Β και Γ.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 2ο (18581)

Έστω τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ για τα οποία : $2|\vec{\alpha}|=|\vec{\beta}|=2\sqrt{2}$ και $\left(\widehat{\vec{\alpha},\vec{\beta}}\right)=60^\circ$

α) Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=2$

(Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τα μέτρα των διανυσμάτων $\vec{\alpha}+\vec{\beta}$ και $\vec{\alpha}-\vec{\beta}$

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2ο (18598)

Δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}=\left(\kappa^2-6\kappa+9,\kappa-3\right)$ και $\overrightarrow{A\Gamma}=(1,6)$, όπου $\kappa\in\mathbb{R}$

α) Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{A\Gamma}$

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τις τιμές του κ, ώστε τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$ να είναι κάθετα.

(Μονάδες 9)

γ) Για $\kappa=1$ να βρείτε το διάνυσμα $\overrightarrow{B\Gamma}$.

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 2ο (18603)

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και σημεία Δ και E του επιπέδου τέτοια, ώστε $\overrightarrow{A\Delta}=2\overrightarrow{AB}+5\overrightarrow{A\Gamma}$ και $\overrightarrow{AE}=5\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{A\Gamma}$

α) Να γράψετε το διάνυσμα $\overrightarrow{\Delta E}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$.

(Μονάδες 13)

β) Να δείξετε ότι τα διανύσματα $\overrightarrow{\Delta E}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$ είναι παράλληλα.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2ο (18604)

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και E, Z σημεία τέτοια ώστε: $\overrightarrow{AE}=\frac{2}{5}\overrightarrow{A\Delta}$, $\overrightarrow{AZ}=\frac{2}{7}\overrightarrow{A\Gamma}$.

α) Να γράψετε τα διανύσματα $\overrightarrow{EZ}$ και $\overrightarrow{ZB}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Delta}$.

(Μονάδες 13)

β) Να αποδείξτε ότι τα σημεία B, Z και E είναι συνευθειακά.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 2ο (18605)

Δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+4\vec{j}$, $\overrightarrow{OB}=3\vec{i}+\vec{j}$ και $\overrightarrow{O\Gamma}=5\vec{i}-5\vec{j}$, όπου $\vec{i}$ και $\vec{j}$ είναι τα μοναδιαία διανύσματα των αξόνων $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα.

α) Να βρείτε τις συντεταγμένες των $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{B\Gamma}$.

(Μονάδες 12)

β) Να εξετάσετε αν τα σημεία A, B και Γ μπορεί να είναι κορυφές τριγώνου.

(Μονάδες 13)