

1^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗΝ ΑΝΑΛΥΣΗ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A. Πότε μια συνάρτηση λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της A ;
- B. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέγεται «1-1»;
- Γ. Ερωτήσεις Σωστό ή Λάθος
- Αν μια συνάρτηση είναι «1-1» τότε είναι και γνησίως μονότονη.
 - Οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς τη διχοτόμο της γωνίας xOy .
 - Αν η συνάρτηση f είναι «1-1» τότε η γραφική της παράσταση τέμνει κάθε ευθεία παράλληλη στον άξονα $x'x$ σε ένα ακριβώς σημείο.
 - Ισχύει ότι $f^{-1}(f(x)) = x$, $\forall x \in A_f$
 - Αν η συνάρτηση f είναι «1-1» τότε η εξίσωση $f(x) = k$ έχει ακριβώς μια λύση ως προς x , για κάθε $k \in \mathbb{R}$.

ΘΕΜΑ 2^ο

- A. Να βρεθεί η μονοτονία της συνάρτησης $f(x) = e^x + x^5 + 2x - 1$, $x \in \mathbb{R}$
- B. Να λυθεί η ανίσωση $e^x + x^5 + 2x \geq 1$
- Γ. Να λυθεί η ανίσωση $e^{x^2} - e^{2x} \geq 32x^5 - x^{10} - 2(x^2 - x)$

ΘΕΜΑ 3^ο

- A. Να βρεθεί η μονοτονία της συνάρτησης $f(x) = 3 - 2x - x^3 - \ln x$, $x > 0$
- B. Να λυθεί η ανίσωση $3 - 2x \geq x^3 + \ln x$
- Γ. Ναδειχθεί ότι η f είναι αντιστρέψιμη και να βρεθεί το σημείο τομής της $C_{f^{-1}}$ με τον άξονα $y'y$.

ΘΕΜΑ 4^ο

Έστω συνάρτηση f για την οποία ισχύει: $f^3(x) + 2f(x) + x = 3$, $\forall x \in \mathbb{R}$ (1)

- A. Ναδειχθεί ότι η f είναι αντιστρέψιμη.
- B. Να βρεθεί ο τύπος της αντίστροφής της.
- Γ. Να βρεθεί η τιμή $f(3)$ και η τιμή $f(0)$. Ποια η μονοτονία της f αν είναι γνωστό ότι είναι γνησίως μονότονη;
- Δ. Να λυθεί η εξίσωση: $f(e^{x-1} + x) = f(2 - \ln x)$
- E. Να λυθεί η εξίσωση: $f^{-1}(f(x^2 - 1) - 1) = 3$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!