

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ – ΑΚΡΟΤΑΤΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ**

- ΘΕΜΑ 1<sup>0</sup> Για ποιες τιμές του  $\lambda \in \mathbb{R}$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\mathbb{R}$  η συνάρτηση  
 $f(x) = \lambda x^3 + 6x^2 + 3(\lambda + 3)x + 2$
- ΘΕΜΑ 2<sup>0</sup> Να μελετηθεί ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα η συνάρτηση  
 $f(x) = e^x + x \ln x - (e + 1)x$  ,  $x > 0$   
Να λυθεί η εξίσωση  $f(x) = -1$   
Να δειχθεί ότι  $e^x + \ln x^x - x \geq ex - 1$  ,  $\forall x > 0$
- ΘΕΜΑ 3<sup>0</sup> Να μελετηθεί ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα η συνάρτηση  
 $f(x) = (x^2 - 6x) \ln x - \frac{1}{2}x^2 + 6x$  ,  $x > 0$
- ΘΕΜΑ 4<sup>0</sup> Να μελετηθεί ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα η συνάρτηση  
 $f(x) = \ln x - \frac{e}{x}$  ,  $x > 0$   
Να λυθεί η εξίσωση  $x^x = e^e$   
Να λυθεί η εξίσωση  $\frac{e}{x^2 + 5} - \frac{e}{2x^2 + 1} = \ln \left( \frac{x^2 + 5}{2x^2 + 1} \right)$   
Να λυθεί η ανίσωση  $x \ln x \leq x + e$
- ΘΕΜΑ 5<sup>0</sup> Δίνεται η συνάρτηση  
 $f(x) = x^3 + \alpha x^2 - \frac{1}{2}\beta x + 2013$  ,  $x \in \mathbb{R}$  ,  $\alpha^2 + \beta < 0$   
Να δειχθεί ότι η  $f$  δεν έχει ακρότατα.
- ΘΕΜΑ 6<sup>0</sup> Να βρεθεί η τιμή του πραγματικού αριθμού  $\alpha$  , ώστε  $\forall x \in \mathbb{R}$  να ισχύει  $x^2 + x \geq 2 - \alpha \ln x$  (1)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!