

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

1. Πώς ορίζεται το σύνολο C των μιγαδικών αριθμών;
2. Πότε δύο μιγαδικοί αριθμοί είναι ίσοι;
3. Πότε ένας μιγαδικός αριθμός είναι ίσος με το μηδέν;
4. Τι καλείται εικόνα ενός μιγαδικού αριθμού στο μιγαδικό επίπεδο;
Πού βρίσκονται οι εικόνες των πραγματικών και πού οι εικόνες των φανταστικών αριθμών στο μιγαδικό επίπεδο;
Ποια η σχέση μεταξύ των εικόνων δύο αντίθετων μιγαδικών;
5. Πώς ορίζεται η πρόσθεση δύο μιγαδικών αριθμών;
 $\operatorname{Re}(z_1 + z_2) =$
 $\operatorname{Im}(z_1 + z_2) =$
Με τι ισούται η διανυσματική ακτίνα του αθροίσματος δύο μιγαδικών;
6. Πώς ορίζεται η αφαίρεση δύο μιγαδικών αριθμών;
 $\operatorname{Re}(z_1 - z_2) =$
 $\operatorname{Im}(z_1 - z_2) =$
Με τι ισούται η διανυσματική ακτίνα της διαφοράς δύο μιγαδικών;
7. Πώς ορίζεται ο συζυγής ενός μιγαδικού αριθμού;
 $z + \bar{z} =$
 $z - \bar{z} =$
Ποια η σχέση μεταξύ των εικόνων δύο συζυγών μιγαδικών;
8. Πώς ορίζεται το γινόμενο δύο μιγαδικών αριθμών;
 $\operatorname{Re}(z_1 \cdot z_2) =$
 $\operatorname{Im}(z_1 \cdot z_2) =$
9. Πώς ορίζεται το γινόμενο δύο μιγαδικών αριθμών;
 $\operatorname{Re}\left(\frac{z_1}{z_2}\right) =$
 $\operatorname{Im}\left(\frac{z_1}{z_2}\right) =$

10. Ποίες οι δυνατές τιμές του $i^v = \begin{cases} , & \text{αν } v = 4\kappa \\ , & \text{αν } v = 4\kappa + 1 \\ , & \text{αν } v = 4\kappa + 2 \\ , & \text{αν } v = 4\kappa + 3 \end{cases}$ όπου v φυσικός;

11. Ποίες οι ιδιότητες των συζυγών μιγαδικών αριθμών;

$$\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}, \quad \overline{z_1 - z_2} = \overline{z_1} - \overline{z_2}$$

$$\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}, \quad \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)} = \frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}, \quad \overline{z^v} = (\overline{z})^v$$

12. Ποιος ο τύπος ριζών της εξίσωσης $az^2 + bz + \gamma = 0$, $a, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ όταν η διακρίνουσα είναι αρνητική;

Ποια η σχέση μεταξύ των ριζών της;

$$z_1 + z_2 = -\frac{b}{a}, \quad z_1 \cdot z_2 = \frac{\gamma}{a}$$

13. Πώς ορίζεται το μέτρο ενός μιγαδικού αριθμού;

Ποια η σχέση μεταξύ των μέτρων $|z|$, $|-z|$, $|\bar{z}|$

Με τι είναι ίση η ποσότητα $|z^2| =$

14. Ποίες είναι οι ιδιότητες των μέτρων μιγαδικών αριθμών;

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|, \quad \left|\frac{z_1}{z_2}\right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}, \quad |z^v| = |z|^v$$

15. Ποια η τριγωνική ανισότητα που αφορά το μέτρο μιγαδικού αριθμού;

16. Τι εκφράζει το μέτρο της διαφοράς δύο μιγαδικών αριθμών;

17. Τι παριστάνει η εξίσωση $|z - z_0| = \rho$, $\rho > 0$

18. Τι παριστάνει η εξίσωση $|z - z_1| = |z - z_2|$;

Τι παριστάνει η εξίσωση $|z - i| = |z + i|$;

Τι παριστάνει η εξίσωση $|z - 1| = |z + 1|$;

Τι παριστάνει η εξίσωση $|z - i| = |z - 1|$;

Τι παριστάνει η εξίσωση $|z - i| = |z + 1|$;

19. Ποια η λύση της εξίσωσης $z^2 + w^2 = 0$ στο σύνολο των μιγαδικών;

20. Ποιος ο ορισμός της πραγματικής συνάρτησης με πεδίο ορισμού το A ;

21. Ποια η σχέση μεταξύ των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και $-f$;
22. Ποια η σχέση μεταξύ των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και $|f|$;
23. Πότε δύο συναρτήσεις λέγονται ίσες;
24. Πώς ορίζονται οι πράξεις $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$, $\frac{f}{g}$ μεταξύ δύο συναρτήσεων;
25. Πώς ορίζεται η σύνθεση της f με την g ($g \circ f$);
26. Ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα στη σύνθεση συναρτήσεων; ($f \circ g = g \circ f$)
 Ισχύει η ιδιότητα $(h \circ (g \circ f)) = ((h \circ g) \circ f)$ στη σύνθεση συναρτήσεων;
27. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;
 Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;
28. Πότε μια συνάρτηση f λέμε ότι παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της το $f(x_0)$;
 Πότε μια συνάρτηση f λέμε ότι παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της το $f(x_0)$;
29. Πότε μια συνάρτηση λέγεται "ένα προς ένα";
30. Πόσες λύσεις έχει η εξίσωση $f(x) = y$ ως προς x για κάθε y του συνόλου τιμών της όταν αυτή είναι "ένα προς ένα";
31. Σε πόσα σημεία τέμνει τη γραφική παράσταση μιας "ένα προς ένα" συνάρτησης μια οριζόντια ευθεία;
32. Αν μια συνάρτηση είναι "ένα προς ένα" τότε είναι και γνησίως μονότονη;
33. Πότε μια συνάρτηση είναι αντιστρέψιμη; Πως ορίζεται η αντίστροφή της;
34. Ποια η σχέση μεταξύ των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και f^{-1} ;
35. Να διατυπωθεί το κριτήριο της παρεμβολής για τον υπολογισμό ορίων. Σε ποιές μορφές ορίων κάνουμε χρήση του;
36. Πως υπολογίζουμε όρια πολυωνυμικών και ρητών συναρτήσεων στο άπειρο;

37. Να συμπληρωθούν τα όρια:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x = \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln x = \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x =$$

38. Να δοθεί ο ορισμός της ακολουθίας.

39. Πότε μια συνάρτηση λέγεται συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;

40. Ποιές γνωστές συναρτήσεις είναι συνεχείς στο πεδίο ορισμού τους;

41. Πότε λέμε ότι η συνάρτηση $g \circ f$ είναι συνεχής στο x_0 ;

42. Πότε μια συνάρτηση λέγεται συνεχής στο ανοικτό διάστημα (α, β) ;

Πότε μια συνάρτηση λέγεται συνεχής στο κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$;

43. Να διατυπωθεί το θεώρημα Bolzano και να δοθεί η γεωμετρική του ερμηνεία.

44. Πότε λέμε ότι μια συνεχής συνάρτηση f διατηρεί σταθερό πρόσημο σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

45. Είναι αληθές ότι μια συνεχής συνάρτηση f διατηρεί σταθερό πρόσημο μεταξύ δύο ριζών της;

46. Να διατυπωθεί το θεώρημα των ενδιάμεσων τιμών και να δοθεί η γεωμετρική του ερμηνεία.

47. Είναι η εικόνα $f(\Delta)$ ενός διαστήματος Δ μέσω μιας συνεχούς συνάρτησης f πάντα διάστημα;

48. Να διατυπωθεί το θεώρημα μέγιστης και ελάχιστης τιμής.

49. Αν f γνησίως αύξουσα τότε

$$f([\alpha, \beta]) =$$

$$f((\alpha, \beta)) =$$

50. Αν f γνησίως φθίνουσα τότε

$$f([\alpha, \beta]) =$$

$$f((\alpha, \beta)) =$$

51. Πότε μια συνάρτηση λέγεται παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;
52. Πώς ορίζεται η εφαπτομένη στο σημείο $A(x_0, f(x_0)) \in C_f$;
53. Είναι ισοδύναμα τα όρια $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ και $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$;
54. Τι ονομάζουμε κλίση της C_f στο σημείο A ή κλίση της f στο x_0 ;
55. Κάθε παραγωγίσιμη συνάρτηση στο x_0 είναι και συνεχής στο x_0 ;
56. Κάθε συνεχής συνάρτηση στο x_0 είναι και παραγωγίσιμη στο x_0 ;
57. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται παραγωγίσιμη στο ανοικτό διάστημα (α, β) και τότε στο κλειστό διάστημα $[\alpha, \beta]$;
58. Τι ονομάζεται ρυθμός μεταβολής του y ως προς x στο x_0 όταν τα μεγέθη x και y συνδέονται με τη σχέση $y=f(x)$ και f παραγωγίσιμη στο x_0 ;
59. Αν $x(t)$ η συνάρτηση θέσης υλικού σημείου που κινείται σε άξονα ποια είναι η συνάρτηση της ταχύτητας και ποια η συνάρτηση της επιτάχυνσης;
60. Να διατυπωθεί το θεώρημα Rolle και να δοθεί η γεωμετρική του ερμηνεία.
61. Να διατυπωθεί το θεώρημα της Μέσης Τιμής και να δοθεί η γεωμετρική του ερμηνεία.
62. Πότε μια συνάρτηση είναι σταθερή σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της ;
63. Πώς δείχνω ότι ισχύει μια ισότητα που περιέχει παραγωγίσιμες συναρτήσεις;
64. Ποιος ο τύπος της f αν ισχύει $f'(x) = f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$;
65. Πως δείχνω ότι ισχύει μια ανισότητα που περιέχει παραγωγίσιμες συναρτήσεις;
66. Είναι αληθές ότι αν μια παραγωγίσιμη συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ , τότε η παράγωγός είναι αναγκαστικά θετική στο εσωτερικό του Δ ;

67. Να δοθεί ο ορισμός του τοπικού μεγίστου και του τοπικού ελαχίστου.
68. Να διατυπωθεί το θεώρημα του FERMAT.
69. Ποίες οι θέσεις των πιθανών ακροτάτων μιας συνάρτησης σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της ; Ποια σημεία καλούνται κρίσιμα;
70. Είναι αληθές ότι αν μια συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 και παρουσιάζει τοπικό ακρότατο σ' αυτό τότε αναγκαστικά είναι $f'(x_0) = 0$
71. Είναι δυνατό ένα τοπικό ελάχιστο να είναι μεγαλύτερο από ένα τοπικό μέγιστο;
72. Είναι αληθές ότι το μεγαλύτερο από τα τοπικά μέγιστα μιας συνάρτησης είναι το ολικό της μέγιστο ;
73. Πως εργάζομαι για να δείξω ότι ισχύει μια ανισοϊσότητα που περιέχει παραγωγίσιμες συναρτήσεις;
74. Πως εργάζομαι όταν μου δίνεται ότι ισχύει μια ανισοϊσότητα που περιέχει παραγωγίσιμες συναρτήσεις;
75. Πως εργάζομαι για να δείξω ότι μια συνάρτηση δεν έχει ακρότατα;
76. Πως εργάζομαι για να βρω τη μονοτονία μιας συνάρτησης της οποίας το πρόσημο και οι ρίζες της παραγώγου δεν είναι προσδιοριστέα;
77. Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση είναι κυρτή και πότε κοίλη σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;
78. Ποια η σχετική θέση της γραφικής παράστασης μιας κυρτής συνάρτησης ως προς την εφαπτομένη της ;
79. Ποια η σχετική θέση της γραφικής παράστασης μιας κοίλης συνάρτησης ως προς την εφαπτομένη της ;
80. Είναι αληθές ότι αν μια συνάρτηση f είναι δύο φορές παραγωγίσιμη και κυρτή σε ένα διάστημα Δ , τότε η δεύτερη παράγωγός της είναι αναγκαστικά θετική στο εσωτερικό του Δ ;
81. Να δοθεί ο ορισμός του σημείου καμπής.

82. Ποίες οι θέσεις των πιθανών σημείων καμπής μιας συνάρτησης σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της ;
83. Είναι αληθές ότι αν μια συνάρτηση είναι δύο φορές παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 και παρουσιάζει καμπή σ' αυτό τότε αναγκαστικά είναι $f''(x_0) = 0$
84. Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση f έχει την ευθεία $x = x_0$ κατακόρυφη ασύμπτωτη;
85. Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση f έχει την ευθεία $y = l$ οριζόντια ασύμπτωτη στο $+\infty$ και πότε στο $-\infty$;
86. Πότε λέμε ότι η ευθεία $y = \lambda x + \beta$ είναι ασύμπτωτη της C_f στο $+\infty$ και πότε στο $-\infty$;
87. Αν μια συνάρτηση είναι ρητή πότε αναζητώ οριζόντια και πότε πλάγια ασύμπτωτη; Πότε μια ρητή συνάρτηση δεν έχει ασύμπτωτες στο άπειρο;
88. Σε ποιες μορφές ορίων και με ποιές προϋποθέσεις εφαρμόζω τους κανόνες De L'Hospital;
89. Ποίες άλλες μορφές ορίων ανάγονται σε μορφές όπου εφαρμόζω τους κανόνες De L'Hospital;
90. Πως υπολογίζω όρια της μορφής $\frac{0}{\pm\infty}$ και $\frac{\pm\infty}{0}$;
91. Σε ποιες μορφές ορίων εφαρμόζω το κριτήριο της παρεμβολής ;
92. Να δοθεί ο ορισμός της αρχικής συνάρτησης σε ένα διάστημα Δ .
93. Τι εκφράζει γεωμετρικά το ορισμένο ολοκλήρωμα $\int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx$;
94. Ποίες οι βασικές ιδιότητες του ορισμένου ολοκληρώματος;
95. Ποια η παράγωγος των συναρτήσεων $F(x) = \int_{\alpha}^x f(t)dt$, $G(x) = \int_{\alpha}^{g(x)} f(t)dt$ όπου f συνεχής στο διάστημα Δ , $\alpha \in \Delta$ και g παραγωγίσιμη στο Δ .
96. Πως γίνεται ο υπολογισμός ενός ορισμένου ολοκληρώματος με τη βοήθεια του Θεμελιώδους Θεωρήματος ολοκληρωτικού λογισμού;
97. Ποιος ο τύπος της ολοκλήρωσης κατά παράγοντες στο ορισμένο ολοκλήρωμα και σε ποιές μορφές ολοκληρωμάτων εφαρμόζεται;

98. Σε ποιές μορφές ορισμένων ολοκληρωμάτων εφαρμόζουμε τη μέθοδο της αντικατάστασης και πως;
99. Πως γίνεται ο υπολογισμός ολοκληρωμάτων ρητών συναρτήσεων;
100. Πως εργαζομαι για την εύρεση του εμβαδού επίπεδου χωρίου που ορίζεται από τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης;
101. Πως εργαζομαι για την εύρεση του εμβαδού επίπεδου χωρίου που ορίζεται από τη γραφική παράσταση δύο ή περισσότερων συναρτήσεων;