

ΔΙΔΑΣΚΑΛΕΙΟ ΔΗΜΟΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
«ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ ΠΑΠΑΝΟΥΤΣΟΣ»

Α' Έτος / Α' Εξάμηνο

[Αλεξόπουλος Χαράλαμπος \(0201028\)](#)

[Γούτσος Χαράλαμπος \(0201035\)](#)

[Σκαλτσάς Ανδρέας \(0201017\)](#)

[Τάσιος Δημήτριος \(0201005\)](#)

Μάθημα: «Σύγχρονες προσεγγίσεις στις θετικές επιστήμες»
(Υ.Μ. 974)

Καθηγήτρια: Δ. Πόταρη

ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ (έρευνα)



Πάτρα Ιανουάριος 2003

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1.ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ	3
2. Η ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ	8
3. ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΕΡΓΑΛΕΙΑ	10
3.1 ΟΙ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ	10
3.2 ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑ ΣΕ ΟΜΑΔΕΣ	11
3.3 Η ΣΥΖΗΤΗΣΗ ΣΤΗΝ ΤΑΞΗ	11
3.4 Η ΒΙΝΤΕΟΣΚΟΠΗΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑΣ	12
3.5 ΧΡΗΣΗ Η/Υ	12
4. ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ	13
5. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ - ΕΙΣΑΓΩΓΗ	14
6. ΕΡΕΥΝΑ	15
6.1 ΣΤΟΧΟΣ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ	15
6.2 ΤΑΥΤΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ	15
6.3 ΠΡΟΒΛΗΜΑ	16
6.4 ΓΝΩΣΤΙΚΟ ΕΠΙΠΕΔΟ	19
6.5 ΥΛΙΚΑ	19
6.6 Α' ΦΑΣΗ	20
6.6.1 ΕΝΕΡΓΕΙΕΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΟ 1Ο ΕΠΙΠΕΔΟ:.....	20
6.6.2 ΕΝΕΡΓΕΙΕΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΟ 2Ο ΕΠΙΠΕΔΟ:.....	24
6.6.3 ΕΝΕΡΓΕΙΕΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΟ 3Ο ΕΠΙΠΕΔΟ:.....	28
6.6.4 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΗΝ Α' ΦΑΣΗ	32

6.7 Β' ΦΑΣΗ	33
6.7.1 ΣΚΕΨΕΙΣ – ΠΕΡΙΓΡΑΦΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ.....	34
6.7.2 ΚΡΙΣΕΙΣ ΕΝΕΡΓΕΙΩΝ ΑΛΛΩΝ	41
6.7.3 ΥΛΙΚΑ.....	44
6.7.3.1 ΘΕΩΡΟΥΜΕΝΑ ΩΣ ΧΡΗΣΙΜΑ	44
6.7.3.2 ΘΕΩΡΟΥΜΕΝΑ ΩΣ ΑΧΡΗΣΤΑ	44
6.7.4 ΕΝΕΡΓΕΙΕΣ ΠΟΥ ΘΑ ΕΚΑΝΑΝ ΧΩΡΙΣ ΥΛΙΚΑ.....	45
6.7.5 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΗ Β' ΦΑΣΗ	47
6.8 Γ' ΦΑΣΗ.....	48
6.8.1 ΕΝΕΡΓΕΙΕΣ ΜΑΘΗΤΩΝ	49
6.8.2 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΗ Γ' ΦΑΣΗ	53
7. ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	54
7.1 ΌΣΟΝ ΑΦΟΡΑ ΤΗΝ ΑΝΑΓΚΑΙΟΤΗΤΑ Η ΜΗ ΤΗΣ ΧΡΗΣΗΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ	54
7.2 ΣΥΜΠΕΡΙΦΟΡΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΤΩΝ ΑΠΕΝΑΝΤΙ ΣΤΑ ΥΛΙΚΑ.....	54
7.3 ΤΟ ΡΟΛΟ ΤΩΝ ΣΩΣΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ Η ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΩΝ ΛΑΝΘΑΣΜΕΝΩΝ.....	54
7.4 ΑΝΑΓΚΑΙΟΤΗΤΑ ΤΗΣ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΤΩΝ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ – ΜΕΤΑΓΝΩΣΗ	55
8. ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ	56
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	57

1. ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Πολλές φορές έχουμε ακούσει να διατυπώνονται ερωτήματα όπως:

«Με ποιο τρόπο οι άνθρωποι μαθαίνουν Μαθηματικά;»

«Με ποιο τρόπο σκέπτονται τα Μαθηματικά;»

«Πώς αναπτύσσεται η κατανόηση των μαθηματικών εννοιών;»

Τέτοιου είδους ερωτήματα απετέλεσαν το έναυσμα για τη μελέτη των αλληλεπιδράσεων μεταξύ της φύσης των μαθηματικών και της δομής της ανθρώπινης σκέψης.

Σύμφωνα με την εποικοδομητική προσέγγιση, μάθηση είναι η διαδικασία οικοδόμησης της γνώσης με την κατασκευή και επεξεργασία σχημάτων μέσα από βιωματικές εμπειρίες.

Ο ριζοσπαστικός Κονστρουκτιβισμός φαίνεται να είναι σήμερα η επικρατέστερη άποψη, όσο αφορά τη διαδικασία της μάθησης, ανάμεσα στους καθηγητές των μαθηματικών. Ο ριζοσπαστικός Κονστρουκτιβισμός είναι μια νέο-Πιαζετιανή θεωρία που στηρίζεται στις παρατηρήσεις του Piaget σχετικά με τον τρόπο με τον οποίο το ίδιο το παιδί κατασκευάζει τη γνώση του. Η θέση αυτή συνοψίζεται στις παρακάτω δύο υποθέσεις:

- ☒ Η γνώση είναι ενεργά κατασκευασμένη από το ίδιο το υποκείμενο και όχι παρμένη από το περιβάλλον.
- ☒ Η διαδικασία κατασκευής της γνώσης είναι μια διαδικασία προσαρμογής για το κάθε άτομο στην προσπάθειά του να οργανώσει το δικό του κόσμο εμπειριών.

Η κεντρική ιδέα είναι ότι κάθε παιδί κατασκευάζει ενεργητικά τη γνώση, κατανοώντας την σύμφωνα με τα δικά του γνωστικά αποθέματα και δεν την απορροφά παθητικά αποδεχόμενος τις απόψεις των άλλων. Το ερέθισμα για την κατασκευή της νέας γνώσης ξεκινάει από μια προβληματική κατάσταση, η οποία κατ' αρχήν φαίνεται να μην μπορεί να συμβιβαστεί με την ενυπάρχουσα οργάνωση της γνώσης στο παιδί. Αυτή η ασυμφωνία, η έλλειψη ισορροπίας, προκαλείται όταν οι ενυπάρχουσες γνωστικές δομές του παιδιού δεν επαρκούν για να λύσουν ή να εξηγήσουν τη νέα κατάσταση. Στη συνέχεια, η αστάθεια αυτή οδηγεί σε διανοητική δράση και σε τροποποίηση των προηγούμενων αντιλήψεων και ιδεών, προκειμένου να ερμηνευτεί η νέα εμπειρία.

Εκτός από την κατασκευή της γνώσης από το άτομο, λαμβάνει χώρα και η κοινωνική κατασκευή της γνώσης από την ομάδα ή τις ομάδες στις οποίες το άτομο ανήκει. Ομάδες διαφόρων μεγεθών και λειτουργιών εργάζονται για να αναπτύξουν ικανότητα κατανόησης του γύρω τους κόσμου, για να είναι σε θέση να επικοινωνούν μεταξύ τους και να προωθούν τους σκοπούς της ομάδας. Αυτές οι κοινωνικές και ατομικές διαδικασίες δεν είναι μόνο ταυτόχρονες αλλά και αλληλένδετες. Καθώς οι διάφορες ιδέες της ομάδας τίθενται υπό διαπραγμάτευση, κάθε ένα από τα μέλη της συνειδητοποιεί την αστάθεια που προκαλείται από την διαφορά μεταξύ των ιδεών του και των ιδεών των άλλων. Μ' αυτό τον τρόπο προωθείται η αναδιοργάνωση της προηγούμενης γνώσης μέσα σ' ένα κλίμα επικοινωνίας και συνεργασίας.

Οι βασικές ιδέες του κονστρουκτιβισμού είναι:

- ✓ Τα παιδιά επινοούν και κατασκευάζουν τις δικές τους μεθόδους για να λύσουν τα μαθηματικά προβλήματα.
- ✓ Η μάθηση των μαθηματικών είναι μια δραστηριότητα επίλυσης προβλήματος.
- ✓ Ο ρόλος της κοινωνικής αλληλεπίδρασης στη μάθηση των μαθηματικών είναι καθοριστικής σημασίας.

Μια πρώτη επισήμανση είναι ότι η θεωρία του κονστρουκτιβισμού ισχύει και για το δάσκαλο. Γι' αυτό δεν είναι δυνατό οι δάσκαλοι που θέλουν να διδάξουν σύμφωνα με αυτές τις αρχές να ακολουθούν πιστά ένα κλειστό σύνολο από κανόνες ή ενέργειες που του έχουν επιβληθεί από το σχολικό σύμβουλο ή το Αναλυτικό Πρόγραμμα.

Η πρώτη από τις αρχές του Κονστρουκτιβισμού θεωρεί ότι οι γνώσεις κατασκευάζονται ενεργητικά από το μαθητή και δεν λαμβάνονται παθητικά από το περιβάλλον ή το δάσκαλο.

Σύμφωνα με αυτή την αντίληψη, οι μαθητές θα πρέπει σταθερά και ενεργητικά να ασχολούνται με την εξερεύνηση μαθηματικών προβληματικών καταστάσεων, να ψάχνουν πρότυπα, να σχηματίζουν διάφορες ιδέες και υποθέσεις, να αξιολογούν αυτές τις υποθέσεις, να αξιολογούν τις ιδέες που δημιουργούν.

Παράλληλα, οι μαθητές πρέπει να επεξεργάζονται διάφορα μαθηματικά υλικά, περιλαμβάνοντας φυσικά μοντέλα και διαγράμματα και να χειρίζονται μαθηματικά σύμβολα, δημιουργώντας διάφορες διασυνδέσεις μεταξύ όλων αυτών των πραγμάτων.

Με αυτό τον τρόπο οι μαθητές αποκτούν εμπειρίες δραστήριας συμμετοχής τους στην κατασκευή της μαθηματικής γνώσης, χωρίς να μιμούνται απλώς τους άλλους, μη αποδεχόμενοι παθητικά τις μεταδιδόμενες πληροφορίες.

Κάποιοι φτάνοντας σε ακραία θέση μιλούν για εξαίρεση του δασκάλου από τη μαθησιακή διαδικασία περιορίζοντάς τον στο ρόλο του παρατηρητή. Η αντίληψη αυτή είναι λαθεμένη γιατί σε καμιά περίπτωση ο δάσκαλος δεν εγκαταλείπει τον καθοδηγητικό του ρόλο. Απλά τώρα δεν σκοπεύει να περιορίσει την αυτονομία του μαθητή καθοδηγώντας τον σε αποδεκτές συμπεριφορές αλλά να τον ενθαρρύνει και να τον προσανατολίσει στην κατασκευαστική του προσπάθεια προς την ανάπτυξη νοημάτων που εναρμονίζονται με εκείνα της μαθηματικής κοινότητας.

Η μάθηση κατά τον Κονστρουκτιβισμό είναι μια προσαρμοστική διαδικασία, η οποία οργανώνει τις εμπειρίες του ατόμου και δεν αποσκοπεί στην ανακάλυψη της αντικειμενικής αλήθειας. Κατά συνέπεια, κύριο μέλημα του δασκάλου πρέπει να είναι η κατανόηση της σκέψης των μαθητών του. Η οργάνωση που έχει η σκέψη των μαθητών του πρέπει να ενδιαφέρει το δάσκαλο περισσότερο από τις δεξιότητες που μπορεί να διαθέτουν. Κάτι τέτοιο βέβαια δεν είναι εύκολο να εφαρμοστεί στη διδακτική πράξη. Τα ίδια τα διδακτικά βιβλία των μαθηματικών στηρίζονται στην υπόθεση ότι υπάρχει πλήρης αντιστοιχία μεταξύ της εξωτερικής συμπεριφοράς και της οργάνωσης της σκέψης των μαθητών. Γι' αυτό και υποδεικνύουν στους μαθητές στρατηγικές που αντιστοιχούν σε προοδευτικά ανώτερα επίπεδα κατανόησης και δεν τους αφήνουν τα περιθώρια να εκφράσουν τις δικές τους στρατηγικές. Η επικοινωνία των μαθητών, τα λάθη τους αλλά και τα προβλήματα που ο δάσκαλος θέτει στην τάξη του, αποτελούν τα μέσα που ο δάσκαλος μπορεί να αξιοποιεί και να μαθαίνει πώς σκέφτονται οι μαθητές του.

Αντίθετα από την παραδοσιακή τάξη ο δάσκαλος δεν λειτουργεί ως ο μοναδικός αξιολογητής της συζήτησης μέσα στην τάξη και έτσι οι μαθητές μπορούν με τη βοήθειά του να συμμετάσχουν σε ένα γνήσιο μαθηματικό διάλογο και να λειτουργήσουν μαζί του σαν μια κοινότητα αξιολογητών. Στην περίπτωση αυτή ο τρόπος που οι μαθητές ερμηνεύουν τα διάφορα μαθηματικά προβλήματα καθώς και οι στρατηγικές που αναπτύσσουν, αποτελούν το κύριο περιεχόμενο της συζήτησης. Καθώς οι μαθητές είναι υποχρεωμένοι να εξηγούν και να δικαιολογούν τις λύσεις τους, να προσπαθούν να κατανοήσουν τις εξηγήσεις που δίνουν οι συμμαθητές τους και να εκφράζουν τις διαφωνίες τους, όταν οι ερμηνείες τους συγκρούονται, ο δάσκαλος έχει την ευκαιρία να γνωρίσει τον τρόπο που αυτοί σκέφτονται. Έτσι είναι σε θέση, αφενός να νομιμοποιεί τις προσφορές των μαθητών που μπορούν να εξυπηρετήσουν τη μελλοντική τους μάθηση και αφετέρου αναδιατυπώνοντας τις εξηγήσεις των παιδιών με τρόπους που μπορούν να γίνουν αποδεκτοί από τα παιδιά και να τις φέρει πιο κοντά στις μαθηματικές γνώσεις της ευρύτερης κοινωνίας. Τα λάθη των μαθητών έχουν ιδιαίτερη σημασία. Αποτελούν χρήσιμη πηγή πληροφοριών όχι μόνο για να γνωρίσει πώς σκέφτονται οι μαθητές του, αλλά και για να προσαρμόσει τις ερωτήσεις και τις δραστηριότητες του μαθήματος στις ανάγκες τους. Οι μαθητές κάνουν λάθη επειδή έχουν οργανώσει τις γνώσεις τους με ένα συγκεκριμένο τρόπο και γι' αυτό δύσκολα τα εγκαταλείπουν. Ο δάσκαλος που συστηματικά αποφεύγει να γνωρίσει τα λάθη των μαθητών του κάτω από το φόβο μήπως τα υιοθετήσουν και μαθητές που δεν τα σκέφτηκαν, θυσιάζει πολύτιμες ευκαιρίες για να βοηθήσει τους μαθητές του να αναδιοργανώσουν τις γνώσεις τους και να κατανοήσουν με διαφορετικό τρόπο.

Ο τρόπος που οι μαθητές προσεγγίζουν ένα πρόβλημα εξαρτάται όχι μόνο από τις δυνατότητές τους, αλλά και από τα χαρακτηριστικά που έχει το πρόβλημα. Προβλήματα που επιδέχονται λύση σε διαφορετικά επίπεδα και που το πλαίσιό τους συνδέεται με τις εμπειρίες των μαθητών, μπορούν να διευκολύνουν σημαντικά την κατασκευαστική τους δραστηριότητα. Το πλαίσιο των προβλημάτων δεν είναι απλά το περιτύλιγμα, αλλά είναι εκείνο που επιτρέπει στους μαθητές να χρησιμοποιήσουν τις άτυπες γνώσεις που ήδη

έχουν και προοδευτικά μέσα από τη μαθηματοποίηση των ενεργειών τους να φτάσουν στις μαθηματικές γνώσεις της ευρύτερης κοινωνίας.

Η διαδικασία της μέτρησης περιλαμβάνει τη χρήση αρχών που αναφέρονται και σαν σταθερές μέτρησης. Οι Piaget, Inhelder and Szeminska (1960) προσδιορίζουν το θέμα των αρχών της μέτρησης ως εξής: « Η μέτρηση (στην Ευκλείδειο Γεωμετρία), συνίσταται στο να πάρουμε ένα στοιχείο από ένα σύνολο και να το θωρήσουμε ως μονάδα και κατόπιν να το μεταφέρουμε στο υπόλοιπο του συνόλου. Η μέτρηση συνεπώς, είναι ένας συνδυασμός υποδιαίρεσης και αλλαγής θέσης». Αυτή η αλλαγή θέσης προϋποθέτει την κατανόηση ότι : (α) Το μέγεθος της μονάδας διατηρείται και (β) η μονάδα μπορεί να χρησιμοποιηθεί επαναληπτικά.

Από τη σκοπιά του Piaget η κατανόηση των αρχών της μέτρησης πρέπει να επιτευχθεί πριν τα παιδιά καταλάβουν τους έτοιμους τρόπους που θα τους προσφερθούν από το πολιτιστικό τους περιβάλλον.

Σύμφωνα με τον Heround (1987) , η τυποποίηση της μέτρησης στα συμβατικά συστήματα , αποτελεί ένα επιπλέον βήμα στην κατανόηση της μέτρησης.

Αντίθετα , μια κοινωνικοπολιτιστική θεωρία ανάπτυξης, θεωρεί ότι η μέτρηση είναι ένας τρόπος αναπαράστασης αντικειμένων προς σύγκριση , όταν άμεσα αντιληπτικές συγκρίσεις είναι αναποτελεσματικές.

Οι τρόποι μέτρησης έχουν μεγαλύτερη αξία όταν τα προβλήματα που περιλαμβάνουν μέτρηση δεν μπορούν να λυθούν μέσω άμεσων αντιληπτικών συγκρίσεων. Οι απλοί τρόποι μέτρησης περιλαμβάνουν τρεις βασικές προϋποθέσεις:

(α) Πρώτο πρέπει να βρεθεί μια μονάδα μέτρησης η οποία να διατηρείται στο χώρο και το χρόνο.

(β) Πρέπει να μπορεί να εφαρμοστεί επιτυχώς στο αντικείμενο όταν είναι μεγαλύτερο της μονάδας.

(γ) Πρέπει να μπορεί να υποδιαιρεθεί συστηματικά όταν δεν υπάρχει ολόκληρος αριθμός που να μπορεί να καλύψει πλήρως το αντικείμενο που μετράται.

2. Η ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΕΜΒΑΔΟΥ

Αν και το εμβαδόν μπορεί να μετρηθεί με μονάδες εμβαδού, αυτή η διαδικασία σπανίως χρησιμοποιείται στη σχολική πρακτική. Είναι πιθανόν παιδιά τα οποία καταλαβαίνουν τη διαδικασία της μέτρησης, να μη μάθουν αυτόματα τις συμβατικές πρακτικές μέτρησης που διδάσκονται στο σχολείο. Η δυσκολία τους δεν μπορεί να εξηγηθεί με όρους «απουσίας της έννοιας του εμβαδού» ή έλλειψη στην κατανόηση των λειτουργιών μέτρησης». Αντίθετα, μάλλον συσχετίζεται με την πολύπλοκη σχέση ανάμεσα στο εμβαδόν και στη διαδικασία μέτρησης που περιλαμβάνονται στη λύση πολλαπλασιασμού μήκος X πλάτος.

Η εμπειρία μας λέει ότι πολλά παιδιά τα οποία αποτυγχάνουν να λύσουν προβλήματα σύγκρισης εμβαδού βασιζόμενα στις μετρήσεις μήκους, μπορούν να βρουν σωστές εναλλακτικές λύσεις χρησιμοποιώντας μονάδες εμβαδού.

Υποθέτουμε, ότι οι ακολουθούμενοι από το πολιτιστικό περιβάλλον του μαθητή τρόποι μέτρησης, θα διευκολύνουν τις δραστηριότητες λύσης προβλημάτων, όταν υπάρχει άμεση σχέση ανάμεσα στις μονάδες που χρησιμοποιούνται και τη μέτρηση του μεγέθους (όπως στο μήκος).

Επιπλέον, η χρήση μονάδων εμβαδού για τις μετρήσεις του εμβαδού αποτελεί μια πιο άμεση αναπαράσταση της μέτρησης του μεγέθους και συνεπώς πιθανότατα διευκολύνει περισσότερο τη διαδικασία μέτρησης από τη συμβατική πρακτική.

Περιμένουμε ότι τόσο η κατανόηση των αρχών της μέτρησης όσο και ο τρόπος αναπαράστασης με τα χρησιμοποιούμενα υλικά θα έχουν άμεσα αποτελέσματα στη επίδοση των μαθητών σε εργασίες σύγκρισης επιφανειών. Συνεπώς περιμένουμε διαφορές στη λειτουργία της διαδικασίας της μέτρησης μεταξύ παιδιών της ίδιας ηλικίας οι οποίες θα συνίστανται τόσο στη χρήση διαφορετικών υλικών για τη μέτρηση, όσο και στην αιτιολόγησή τους.

Υποθέτουμε ότι οι συμβατικοί τρόποι μέτρησης θα διευκολύνουν τη δραστηριότητα λύσης προβλημάτων, όταν οι χρησιμοποιούμενες μονάδες σχετίζονται καθαρά με το μετρούμενο μέγεθος (π.χ. μήκος).

Υποθέτουμε επίσης, ότι οι συμβατικές πρακτικές είναι δύσχρηστες και δυσκολεύουν τη κατάσταση, όταν οι μονάδες που χρησιμοποιούνται δεν σχετίζονται άμεσα με το μέγεθος που μετριέται (όπως στις επιφάνειες).

Για παράδειγμα, το ίδιο όργανο, ο χάρακας είναι πολύ χρήσιμος για τη μέτρηση του μήκους αλλά μπορεί να δυσκολέψει τα πράγματα για τα παιδιά όταν χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση του εμβαδού.

Με λίγα λόγια πιστεύουμε ότι η ικανότητα να κάνουν μετρήσεις οι μαθητές δεν μπορεί να οριστεί χωρίς αναφορά στο υλικό που έχουν στη διάθεσή τους και με την ίδια λογική η χρησιμότητα ενός υλικού δεν μπορεί να οριστεί χωρίς αναφορά στο γιατί θα χρησιμοποιηθεί.

Στην περίπτωση της μέτρησης του μήκους τα πράγματα είναι απλά γιατί ο χάρακας το σχοινάκι κλπ αντιπροσωπεύουν μήκος. Αντίθετα, στην περίπτωση του εμβαδού η μέτρηση είναι πολύ διαφορετική από τη συμβατική διαδικασία που διδάσκεται στο σχολείο όπου το εμβαδόν υπολογίζεται πολλαπλασιάζοντας τις διαστάσεις.

Θεωρούμε ότι ο υπολογισμός του εμβαδού με τη συμβατική διαδικασία του πολλαπλασιασμού βρίσκεται ξεκάθαρα σε μεγάλη απόσταση από το τι αντιπροσωπεύει και συνεπώς, όσο συστηματικά και αν προσπαθήσουμε να το διδάξουμε πιθανότατα θα είναι πιο δύσκολο να κατανοηθεί από τα παιδιά σε σχέση με ένα μη συμβατικό τρόπο μέτρησης.

3. ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΕΡΓΑΛΕΙΑ

Οι διαδικασίες-εργαλεία που βοηθούν στην επίτευξη του μαθησιακού αποτελέσματος είναι οι ερωτήσεις που τίθενται στους μαθητές, η συνεργασία σε ομάδες, ο διάλογος στην τάξη, η βιντεοσκόπηση και η χρήση νέων τεχνολογιών.

3.1 Οι ερωτήσεις

Οι ερωτήσεις απευθύνονται σε όλους τους μαθητές και έχουν σαν στόχους και λειτουργίες όπως:

- ? Την ανάδειξη της προσωπικής και αυθεντικής γνώμης κάθε μαθητή.
- ? Δεν στοχεύουν στη δικαίωση της απομνημόνευσης αλλά στην αποκάλυψη του «βαθύτερου» πιστεύω κάθε μαθητή.
- ? Δεν προέρχονται από την κυριαρχία του δασκάλου στις δραστηριότητες τα τάξης, αλλά είναι μια προέκταση της φάσης του προσανατολισμού που έχει προηγηθεί.
- ? Δεν εισάγονται με τα γνωστά «πώς» και «γιατί». Δομούνται συντακτικά κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να τονίζεται το προσωπικό στοιχείο, η έκφραση γνώμης και το κλίμα ελευθερίας μέσα στο οποίο θα γίνει στη συνέχεια η συζήτηση. Οι διατυπώσεις «νομίζεις», «ερμηνεύεις», «μπορεί να εξηγηθεί», δίνουν ένα μήνυμα ελευθερίας της έκφρασης και τονίζουν την άμεση εμπλοκή του μαθητή («εσύ»).

Όσο και αν φαίνεται εύκολο να απαντήσουν οι μαθητές ελεύθερα σε τέτοιες ερωτήσεις, το συμβολικό φορτίο που έχει γι' αυτούς το σχολείο, ο δάσκαλος και το μάθημα εμποδίζουν την αυθεντικότητα και τον αυθορμητισμό στις απαντήσεις τους. Χρειάζεται υπομονή και πειστικές για τα παιδιά αποδείξεις ότι μπορούν να απαντούν ελεύθερα και άφοβα – όχι μόνο γιατί ο δάσκαλος έχει από μόνος του συμβολική λειτουργία κριτή και αξιολογητή, αλλά και γιατί ολόκληρα πλέγματα νόμων και εγκυκλίων του την επιβάλλουν, και αυτό είναι σε επίγνωση των μαθητών.

3.2 Συνεργασία σε ομάδες

Οι απαντήσεις που θα προκύψουν από τους μαθητές όταν επιτύχουμε πραγματικά την ανάδειξη των ιδεών τους, παρουσιάζουν από πρώτη άποψη μεγάλη ποικιλία ώστε να φαίνεται αδύνατο να τεθούν σε συζήτηση. Γνωρίζοντας ότι η ποικιλομορφία είναι επιφανειακή μπορούμε να τη μειώσουμε αν οι μαθητές συζητήσουν για τις απαντήσεις τους σε μικρές ομάδες. Έτσι τους δίνουμε τη δυνατότητα να συγκρίνουν, να ομαδοποιήσουν να συζητήσουν και να τροποποιήσουν τις ιδέες τους όταν οι διαφορές είναι μικρές.

Επίσης κατά τη διάρκεια της εργασίας των μαθητών σε ομάδες 3-4 ατόμων αναπτύσσονται διάφορες λύσεις με συνεργασία και διαρκή ανταλλαγή απόψεων. Συγχρόνως ο δάσκαλος όταν κρίνεται αναγκαίο παρεμβαίνει και κάνει παρατηρήσεις που αφορούν τις διάφορες προσπάθειες των παιδιών. Αν και άμεσος στόχος είναι η μείωση της ποικιλομορφίας, οι έμμεσοι στόχοι είναι σημαντικότεροι. Συγκεκριμένα οι μαθητές υλοποιούν επιστημονικές διαδικασίες (σύγκριση, ομαδοποίηση, επικοινωνία), συνειδητοποιούν την ύπαρξη και άλλων απόψεων, με αποτέλεσμα να αυξάνεται η επαγρύπνησή τους για τη δική τους άποψη και συνεργάζονται με ομότιμους που έχουν διαφορετική γνώμη για ένα κοινό στόχο.

3.3 Η συζήτηση στην τάξη

Η συζήτηση στην τάξη γίνεται όταν οι ομάδες ολοκληρώσουν την εργασία τους και αυτό φυσικά μπορεί να γίνει και σε επόμενη διδακτική περίοδο όταν ο χρόνος δεν επαρκεί για την πλήρη επεξεργασία τους.

Στη φάση αυτή οι απαντήσεις των ομάδων παρουσιάζονται διαδοχικά και γίνεται διάλογος κατά τον οποίο γίνονται ερωτήσεις, κρίσεις και σχόλια από τους μαθητές.

Ο δάσκαλος τους βοηθάει να ξεκαθαρίσουν τις εξηγήσεις τους και να διατυπώσουν τις σκέψεις τους και τους ενθαρρύνει να παρουσιάσουν εναλλακτικές λύσεις. Βέβαια, δεν ανακοινώνει τις σωστές ή λάθος λύσεις αλλά τους ενθαρρύνει να σκεφτούν πάνω σ' αυτές τις λύσεις και μετά να συμφωνήσουν ή να διαφωνήσουν. Φροντίζει να τονιστούν οι διαφορές και οι

ομοιότητες που έχουν παρουσιαστεί και επικεντρώνει την προσοχή των μαθητών σ' αυτές.

3.4 Η βιντεοσκόπηση της διαδικασίας

Όσο και αν η επίλυση προβλημάτων παραπέμπει λόγω των εμπειριών μας ως μαθητές ή ως δάσκαλοι, σε καλά προσδιορισμένο σύνολο διαδικασιών, στα πλαίσια της εποικοδομητικής άποψης η επίλυση προβλημάτων έχει σημαντικά διαφορετική σημασία και λειτουργία. Σύμφωνα με αυτή τη προσέγγιση οι μαθητές που προσπαθούν να λύσουν κάποιο πρόβλημα αναπτύσσουν τη δική τους λογική πορεία επίλυσης και κατά τη διαδικασία αυτή, αναπτύσσουν έννοιες και στρατηγικές οι οποίες στη συνέχεια λειτουργούν ως υπόβαθρο για τη γρήγορη προώθησή τους στη μελέτη των μαθηματικών.

Τα προβλήματα τα επεξεργάζονται οι μαθητές ομαδικά, οι απόψεις τους συζητούνται στην ομάδα και στην τάξη. Οι λύσεις που προτείνονται είναι συνήθως περισσότερες από μία και τίθενται σε συζήτηση και πειραματικό έλεγχο. Η λύση που θα οικοδομηθεί από τους ίδιους τους μαθητές με έμμεσες και καταλυτικές παρεμβάσεις του δασκάλου μπορεί να προσεγγίσει εκείνη που είναι επιστημονικά δεκτή.

Η βιντεοσκόπηση θα βοηθήσει το δάσκαλο να αναλύσει τα στάδια επίλυσης, να γνωρίσει πώς σκέφτονται οι μαθητές του, να πληροφορηθεί για τα λάθη τους (και τα δικά του) και στο μέλλον να προσαρμόσει τις ερωτήσεις και δραστηριότητες στις ανάγκες τους.

3.5 Χρήση Η/Υ

Η μείωση του κόστους της τεχνικής της «εικονικής πραγματικότητας» ανοίγει νέες προοπτικές στη διδασκαλία, όπου ο μαθητής μπορεί να βιώνει εμπειρίες σε χώρους και χρόνους που είναι απρόσιτοι για τις αισθήσεις του. Η χρήση του Η/Υ είναι ιδιαίτερα χρήσιμη για αναπαράσταση καταστάσεων που έλαβαν χώρα σε προηγούμενη διδακτική περίοδο και κρίνεται αναγκαίο να ανακληθούν στη μνήμη των μαθητών.

4. ΑΝΑΛΥΤΙΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ ΣΧΟΛΕΙΟΥ

Σ το Αναλυτικό Πρόγραμμα, όσον αφορά τις μετρήσεις και τα εμβαδά αναφέρονται τα εξής:

Α' τάξη: Απλές μετρήσεις με τη βοήθεια αυθαίρετων μονάδων μέτρησης. Διαισθητική έννοια της αυθαίρετης μονάδας μέτρησης.

Β' τάξη: Απλές μετρήσεις με κοινά αποδεκτές μονάδες μέτρησης.

Γ' τάξη: Η μέτρηση ως επανάληψη μια μονάδας μέτρου πάνω σε διάφορα μεγέθη. Εδώ τα παιδιά καλούνται να προσεγγίσουν στο δυνατό την έννοια αυτής της μονάδας μέτρησης με σχετικές κατασκευές της.

Δ' τάξη: Να αναπτύξουν τη δεξιότητα μέτρησης του χώρου.

Ε' τάξη: Υπολογισμός περιμέτρου.

(Με μεγάλο κενό χρονικά) - Πληρέστερη κατανόηση της έννοιας του εμβαδού

(Ο.Ε.Δ.Β. , 1987)

Εδώ παρατηρούμε ότι όσον αφορά τις επιφάνειες οι μαθητές καλούνται να τις μετρήσουν στην αρχή διαισθητικά και αργότερα να τις υπολογίσουν μαθηματικά. Το αναλυτικό πρόγραμμα προσπαθεί να «μπάσει» τους μαθητές στην έννοια του εμβαδού χωρίς να τους αφήσει να «παίξουν» με τις επιφάνειες, να καταλάβουν τα «χαρακτηριστικά» τους να τις συγκρίνουν διαισθητικά.

5. ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ - ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η σύγκριση επιφανειών μπορεί να γίνει με τους εξής τρόπους:

- ↳ Μέτρηση σε μιλιμετρέ (Επίθεση τους σχήματος σε χαρτί μιλιμετρέ και μέτρηση. Είναι η περισσότερο ακριβής μέθοδος)
- ↳ Τριγωνοποίηση (Χωρισμός του σχήματος σε τρίγωνα και εύρεση εμβαδού με τη χρήση κυρίως Η/Υ. Η πιο εύκολη μέθοδος που απαιτεί το λιγότερο χρόνο).
- ↳ Σχεδιασμός γνωστών σχημάτων (Αναγωγή του σχήματος σε γνωστά και εύρεση των εμβαδόν τους)
- ↳ Επίθεση σχημάτων (Στηρίζεται στη διατήρηση της επιφάνειας χωρίς μέτρηση).
- ↳ Φυσικό μέγεθος (π.χ. γέμισμα των σχημάτων με πλαστελίνη και εύρεση του όγκου της πλαστελίνης μετά ή γέμισμα των σχημάτων με επιφάνειες πλαστικές και ζυγίζοντάς τις).
- ↳ Μέτρηση περιμέτρου (Ισχύει μόνο σε σύγκριση τετραγώνων, μιας και τετράγωνα με μεγαλύτερα εμβαδά έχουν και μεγαλύτερη περίμετρο και το αντίθετο).

(Παραδόσεις Δ.Πόταρη Διδασκαλείο Δ.Ε. Πατρών – 2002)

Έχοντας κατά νου αυτού του είδους τη σύγκριση προσπαθήσαμε να διερευνήσουμε τις ενέργειες των μαθητών στα πλαίσια του μαθήματος «**Διδακτικές προσεγγίσεις στις θετικές επιστήμες**» που γίνεται στο Διδασκαλείο Δ.Ε του Π.Τ.Δ.Ε. του Πανεπιστημίου Πατρών με καθηγήτρια την **κ. Πόταρη Δέσποινα**.

6. ΕΡΕΥΝΑ

6.1 Στόχος της έρευνας

Να δούμε τις ιδέες των μαθητών για τη χρήση διαφορετικών υλικών σπάνω στο πρόβλημα σύγκρισης επιφανειών καθώς και κατά πόσο η ίδια η σύγκριση επηρεάζει τη γνώση των μαθητών απέναντι στις έννοιες που συνδέονται με τα σχήματα και τις επιφάνειες.

Επίσης θέλουμε να διερευνήσουμε κατά πόσο η ίδια η προσφορά εργαλείων στους μαθητές επηρεάζει τη στάση τους απέναντι σε κάποιες γεωμετρικές έννοιες όπως αυτές της περιμέτρου και του εμβαδού.

6.2 Ταυτότητα της έρευνας

Η έρευνα έγινε στα τέλη Νοεμβρίου αρχές Δεκεμβρίου του 2002, στην Ε' τάξη του 38^{ου} Δημοτικού σχολείου Πατρών. Οι τάξη είχε 10 μαθητές του ίδιου περίπου επιπέδου. Χωρίστηκαν για τις ανάγκες της έρευνας και για καθαρά πρακτικούς λόγους (για να μπορούν να ελεγχθούν καλύτερα) σε τρεις ομάδες των 3, 3 και 4 ατόμων.

Σε κάθε ομάδα υπήρχε ένας εκπαιδευτικός ο οποίος κατέγραφε τις ενέργειες των παιδιών καθώς και τις σκέψεις τους από μίνι επιτόπιες συνεντεύξεις. Ο τέταρτος εκπαιδευτικός λειτουργούσε επικουρικά.

Οι ενέργειες των ομάδων φωτογραφίζονταν.



6.3 Πρόβλημα

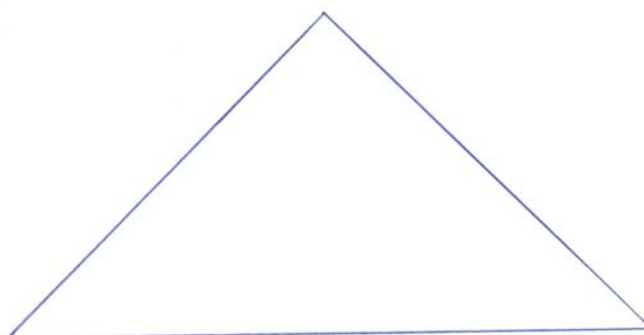
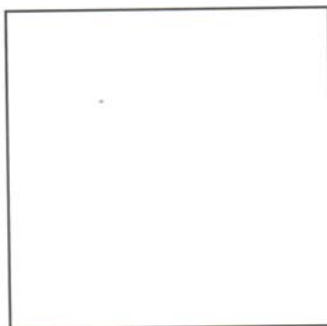
Ο Δήμος για να φτιάξει μια παιδική χαρά πρέπει να συγκρίνει δύο οικόπεδα.

Εσείς ποιο θα προτείνατε ως μεγαλύτερο, για να έχετε και περισσότερο χώρο να παίζετε;

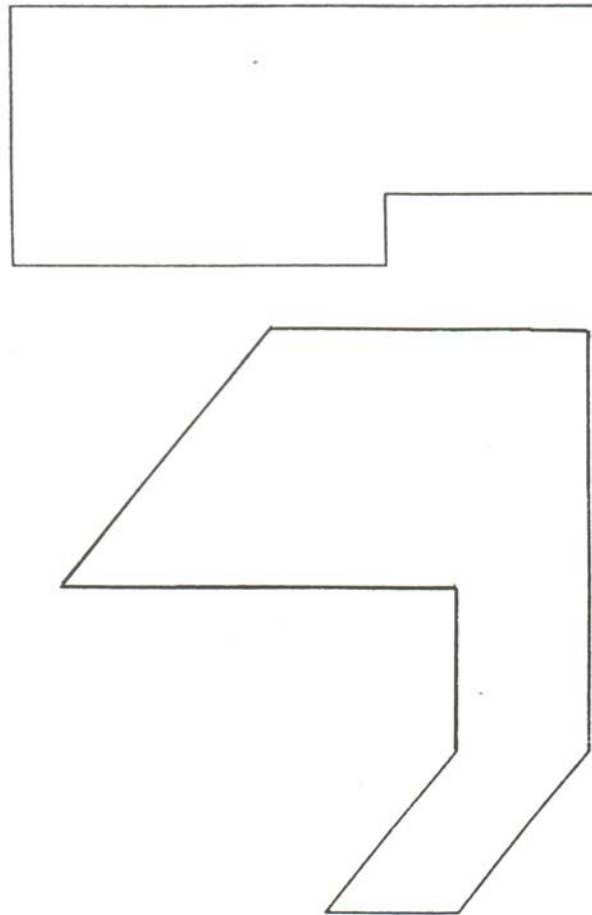
Ζητήθηκε από τα παιδιά γίνουν όσο το δυνατό λιγότεροι μαθηματικοί υπολογισμοί και να προσπαθήσουν να συγκρίνουν τα σχήματα χρησιμοποιώντας δοσμένα υλικά (5.5).

Ως οικόπεδα στο παραπάνω πρόβλημα δόθηκαν στα παιδιά τρία ζευγάρια σχημάτων:

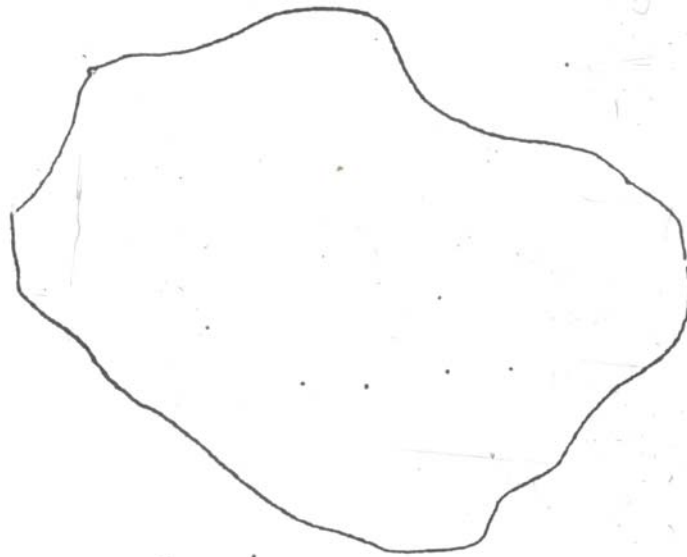
Στο 1^ο επίπεδο δύο γνωστά σχήματα, ένα τρίγωνο και ένα τετράγωνο με ίδιο εμβαδόν και διαφορετική περίμετρο.



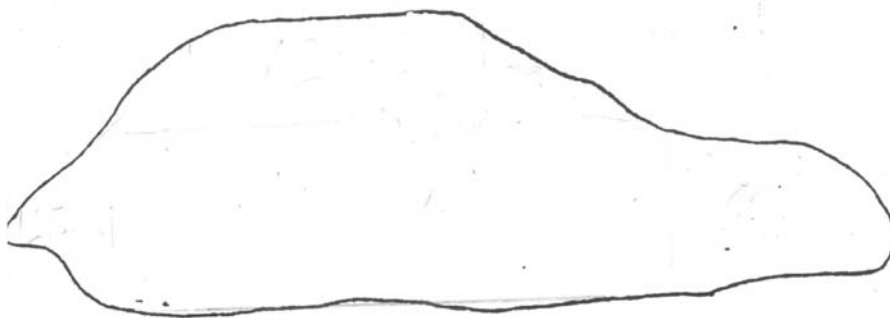
Στο 2^ο επίπεδο δύο κλειστά σχήματα των οποίων οι πλευρές είναι ευθύγραμμα τμήματα, με ίδια περίμετρο και διαφορετικό εμβαδόν.



Στο 3^ο επίπεδο δύο κλειστές καμπύλες με διαφορετική περίμετρο και διαφορετικό εμβαδόν.



Σχ. 1



6.4 Γνωστικό επίπεδο

Οι μαθητές τη χρονική αυτή στιγμή γνωρίζουν:

- Την χρησιμοποίηση κοινά αποδεκτών μονάδων μέτρησης.
- Τις έννοιες της περιμέτρου και του εμβαδού.
- Πως να βρίσκουν το εμβαδόν του τετραγώνου και του ορθογωνίου, όχι όμως και του τριγώνου.

6.5 Υλικά

Τα υλικά που προσφέρθηκαν στα παιδιά, θα μπορούσαμε να τα κατατάξουμε σε δύο κατηγορίες:

Φυσικά υλικά: φακές, μακαρόνια, οδοντογλυφίδες, αφρώδες πλαστικό καρφίτσες, σχοινάκι.

Συμβατικά υλικά¹: χάρακας, διαβήτη, χαρτί μιλιμετρέ, διαφανές χαρτί, ψαλίδι, πλαστελίνη, χαρτόνια.



¹ Ως συμβατικά θεωρούμε τα υλικά που ο μαθητής κουβαλάει συνήθως στη τσάντα του και χρησιμοποιεί ποιο συχνά.

6.6 Α' Φάση²

6.6.1 Ενέργειες των μαθητών στο 1^ο επίπεδο:

● Μέτρησαν τις πλευρές των σχημάτων και βρήκαν την περίμετρό τους αλλά αφού κουβέντιασαν αποφάσισαν ότι δεν είναι ίδιο με την επιφάνεια που ζητούσαν να βρουν. (ομάδα Α)

● Όλοι μετρούν με χάρακα την περίμετρο και πρώτος ο Μπάμπης αποφάνθηκε ότι το τετράγωνο είναι μεγαλύτερο. Ακολούθησε η Χριστίνα, μετρώντας την περίμετρο με οδοντογλυφίδες (για επαλήθευση). Με παρότρυνση υπήρξε σύγκριση με την προϋπάρχουσα αντίληψη και τελικά είπαν ότι «δεν σημαίνει ότι αν έχει μεγαλύτερη περίμετρο θα χωράει και πιο πολλά πράγματα» (ομάδα Β & Γ)

● Με τα μακαρόνια προσπαθούν να γεμίσουν το ένα σχήμα. Ο Χρήστος προσπαθεί να το κάνει αυτό με φακές. Και στις δύο περιπτώσεις τους γλιστρούν και αυτό τους εκνευρίζει. Βάζουν πλαστελίνη στο περίγραμμα. Απογοητεύονται και αρχίζουν να κόβουν τα σχήματα. (ομάδα Α)

● Καταφέρνουν να γεμίζουν το ένα σχήμα φακές και μεταφέροντάς τες στο άλλο βλέπουν ότι χωράνε το ίδιο. (ομάδα Β & Γ)

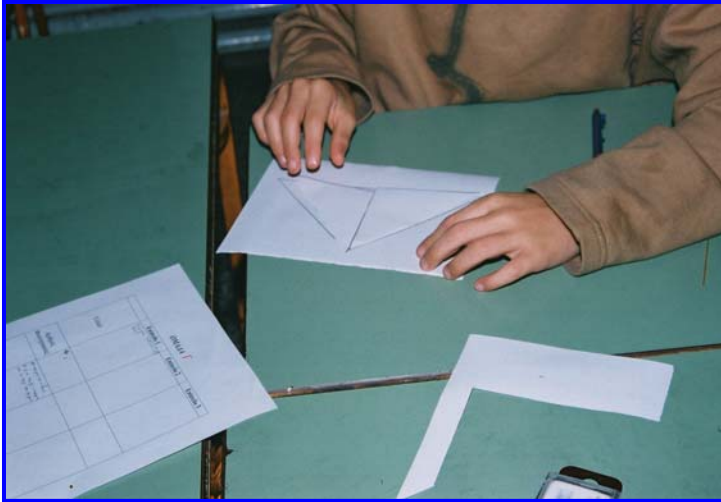
● Ο Μπάμπης αποτυπώνει τα σχήματα στο μιλιμετρέ και μετράει τα τετράγωνα. Έχουν τα ίδια (81) άρα είναι ίσα. (ομάδα Β)

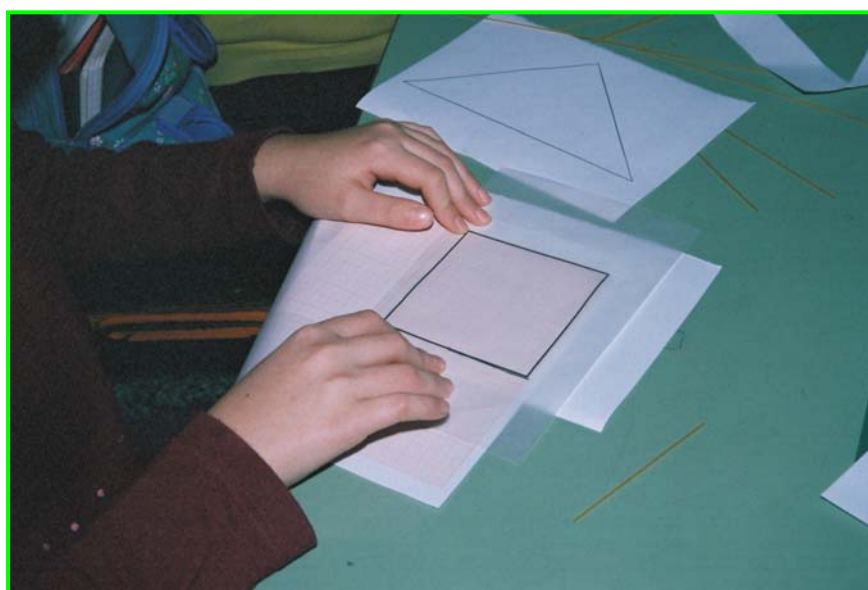
● Η Ιωάννα κόβει το τρίγωνο αφού πρώτα έχει πάρει ένα διαφανές χαρτί με αποτυπωμένο το τρίγωνο πάνω του και με επίθεση βλέπει ότι μπορεί να τα συγκρίνει. Μετά ξανακόβει το τρίγωνο με τέτοιο τρόπο ώστε να καλύπτει εντελώς το τετράγωνο και λέει με σιγουριά ότι είναι ίσα. (ομάδα Α)

Παραθέτουμε φωτογραφίες από τις ενέργειες των μαθητών:

² Τα αποτελέσματα αυτής της φάσης παρουσιάστηκαν στους δασκάλους του 1^{ου} έτους του Διδασκαλείου Δ.Ε. του Π.Τ.Δ.Ε του Πανεπιστημίου Πατρών, το Νοέμβριο του 2002.







6.6.2 Ενέργειες των μαθητών στο 2^ο επίπεδο:

- Κάνουν με πλαστελίνη τα περιγράμματα των σχημάτων και τα γεμίζουν διαδοχικά με τις ίδιες φακές. Με το χάρακα τις στρώνουν ώστε να μην είναι μια πάνω στην άλλη. Τελειώνοντας διαπιστώνουν ότι οι φακές δε φτάνουν για να καλύψουν το δεύτερο σχήμα. (ΟΜΑΔΑ Α, Β, Γ)

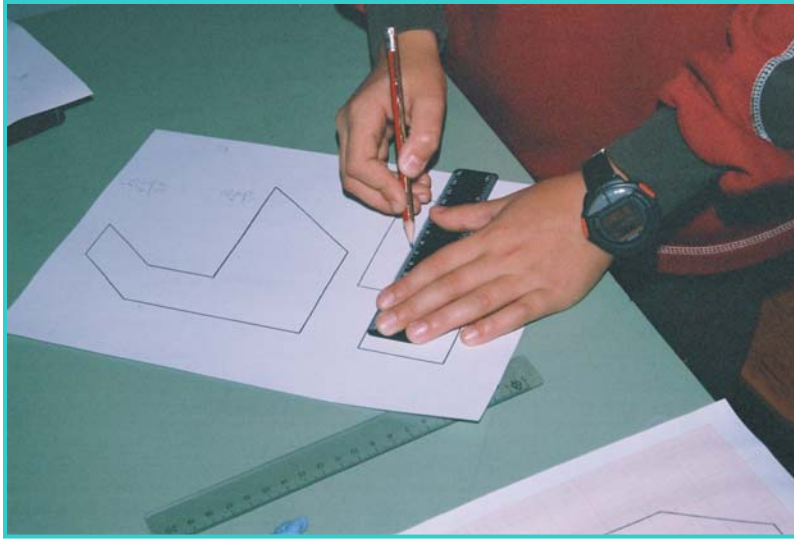
- Χρησιμοποιούν οδοντογλυφίδες για να καλύψουν όλο το σχήμα. Βλέπουν ότι χρειάζονται πολύ χρόνο και εγκαταλείπουν. (ΟΜΑΔΑ Α, Β)

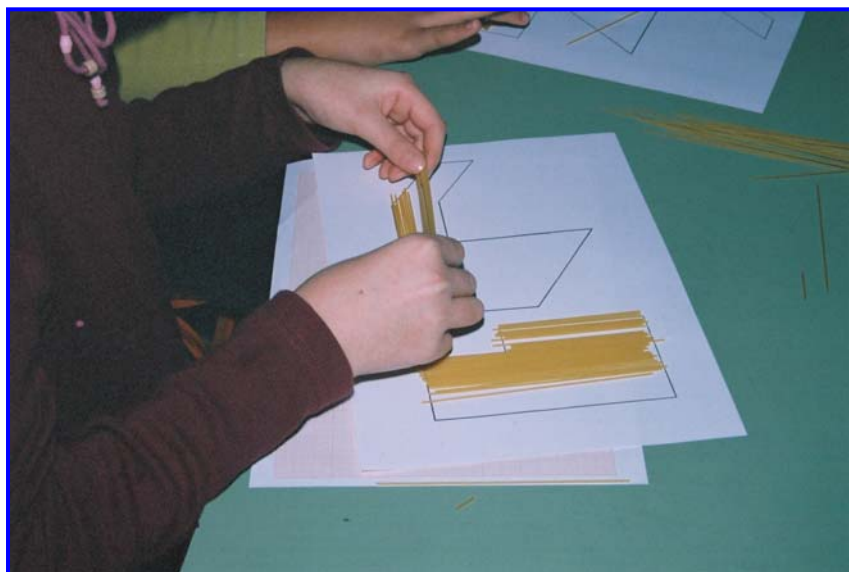
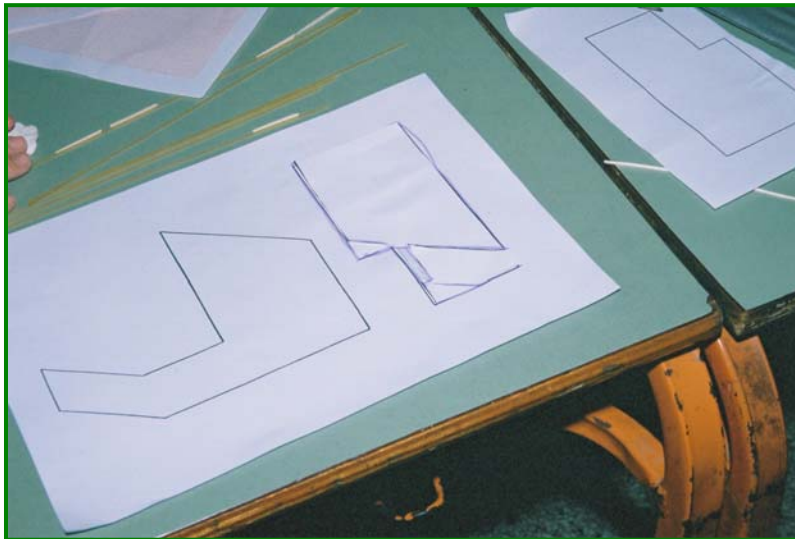
- Παίρνουν τα σχήματα τα βάζουν πάνω στο αφρώδες πλαστικό και καρφώνουν καρφίτσες στις κορυφές. Βάζουν σχοινί γύρω γύρω και μετρούν περίμετρο. (ΟΜΑΔΑ Α)

- Ο Χρήστος χρησιμοποιεί το χάρακά του και χαράζει γραμμές χωρίζοντας τα σχήματα. Χρησιμοποιεί δηλαδή το χάρακα ως μονάδα μέτρησης. (ΟΜΑΔΑ Α)

- Έφτιαξαν δικά τους κομμάτια (αυθαίρετες μονάδες μέτρησης) με πλαστελίνη, τα έβαλαν διαδοχικά στα σχήματα και είδαν ότι το δεύτερο είναι μεγαλύτερο. (ΟΜΑΔΑ Β, Γ)







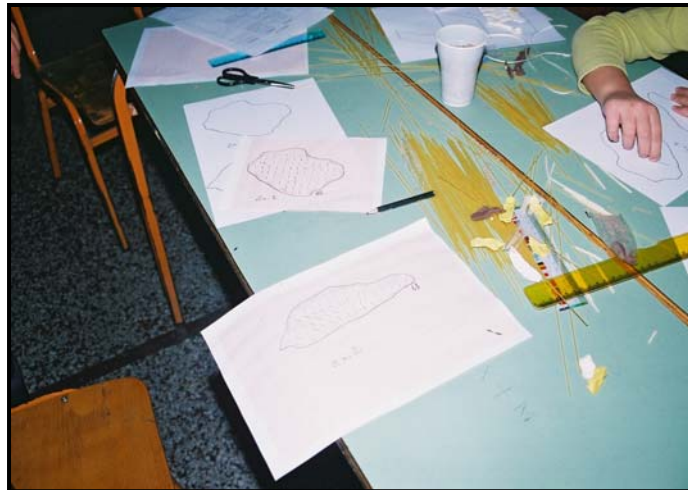


6.6.3 Ενέργειες των μαθητών στο 3^ο επίπεδο:

- Ίδια διαδικασία με το δεύτερο επίπεδο. (Γέμισμα με φακές, μακαρόνια και πλαστελίνη) (ΟΜΑΔΑ Α, Β, Γ)
- Έφτιαξαν δική τους μονάδα μέτρησης με χαρτόνι και χώρισαν τα σχήματα σε αυτή. (ΟΜΑΔΑ Α)
- Χρησιμοποίησαν το μιλιμετρέ στο οποίο προσπάθησαν να αποτυπώσουν τα σχήματα. Τελικά τους δόθηκε σε φωτοτυπία (ΟΜΑΔΕΣ Α,Β,Γ)
- Μερικοί συνέχισαν να μετράνε την περίμετρο με σχοινί. Έβαλαν γύρω γύρω από τα σχήματα καρφίτσες και πέρασαν ανάμεσα (ζικ ζακ) το σχοινί, για να πετύχουν το σχήμα) (ΟΜΑΔΑ Γ) Τελικά όπως έβγαλαν τα δυο σχοινιά σχηματίστηκαν και «μικρά» σχήματα και κατάλαβαν ότι κάτι δεν πάει καλά.









6.6.4 Συμπεράσματα από την Α' φάση

- **Για τη χρησιμοποίηση των υλικών**
 - Το μιλμετρέ δε χρησιμοποιήθηκε παρ' όλο που έγιναν παρεμβάσεις για αυτό. Ήταν άγνωστο στους μαθητές.
 - Το σχοινάκι πιθανόν να μπέρδεψε τα παιδιά βάζοντάς τα να μετρήσουν την περίμετρο.
 - Οι φακές και τα μακαρόνια αποδείχτηκαν δύσχρηστα.
 - Ο διαβήτης, το αφρώδες πλαστικό και οι οδοντογλυφίδες παρέμειναν αχρησιμοποίητα.

- **Για τις ενέργειες των μαθητών**
 - Μέτρησαν και σύγκριναν περίμετρο.
 - Έκαναν μετασχηματισμός σε τυχαία σχήματα – σύγκριση με επίθεση
 - Έκαναν μετασχηματισμούς σε ίδιο είδος σχήματος
 - Επιχείρησαν εισαγωγή αυθαίρετης (προσωπικής μονάδας) μέτρησης (κοινής) Σύγκριση μέτρων
 - Σύγκριναν σχήματα χωρίζοντάς τα σε ορθογώνια διαφορετικών μεγεθών των οποίων τα εμβαδά υπολογίζοντας με τους γνωστούς τύπους.
 - Μέτρησαν όγκο
 - Ο σχεδιασμός γνωστών σχημάτων δούλεψε στο α' και λίγο στο β' επίπεδο.
 - Η τριγωνοποίηση δεν επιχειρήθηκε καθόλου.
 - Η διαδικασία της επίθεσης ολόκληρων σχημάτων δύσκολα χρησιμοποιήθηκε. Χρησιμοποιήθηκε όμως προσαρμοσμένη επίθεση (μετατροπή του ενός σχήματος ώστε να «μπει μέσα» στο άλλο).

6.7 Β' Φάση

Τα παιδιά κλήθηκαν σε ατομικές συνεντεύξεις μια εβδομάδα αργότερα.. Σε αυτή τη φάση χρησιμοποιήθηκαν Η/Υ, βιντεοκάμερα, κασετόφωνο. Σε κάθε μαθητή αρχικά δείχνονταν στο Η/Υ οι δικές του ενέργειες καθώς και των συμμαθητών του από την Α' φάση.

Από τους μαθητές ζητούνταν:

1. Να περιγράψουν τον τρόπο σκέψης τους, σύμφωνα με τον οποίο ενήργησαν.
2. Να περιγράψουν τις ενέργειες που έκαναν για να λύσουν το πρόβλημα, σαν να μιλούσαν σε φίλο τους στο τηλέφωνο (χωρίς να τους βλέπει).
3. Να σχολιάσουν, να συμπληρώσουν ή να αλλάξουν τις ενέργειες συμμαθητών τους.
4. Να κρίνουν τα υλικά που είχαν στη διάθεσή τους
5. Να πουν πως θα έλυναν το πρόβλημα αν δεν είχαν στη διάθεσή τους υλικά.

Μετά την απομαγνητοφώνηση και την επεξεργασία του υλικού καταγράφουμε παρακάτω όλες τις απαντήσεις των μαθητών.

6.7.1 Σκέψεις – περιγραφές δραστηριοτήτων

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-1³:

– Έκοψα το τρίγωνο και το έβαλα πάνω στο τετράγωνο. Μετά έκοψα τα δυο κομματάκια που περίσσευαν και τα έβαλα στα κενά από το τετράγωνο

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-2:

– Έβαλα το τετράγωνο πάνω στο κόκκινο χαρτί (μιλιμετρέ) και μέτρησα τα τετραγωνάκια. Μετά έβαλα και το τρίγωνο πάνω και έκανα το ίδιο. Και είδα ότι ήταν τα ίδια. Στις γωνίες που δεν ήταν ολόκληρα τετράγωνα; Τα μέτραγα δύο δύο μαζί.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-3:

– Πήρα το διαφανές χαρτί και ξεπατίκωσα τα σχήματα και τα ζωγράφισα πάνω στο χαρτί με τα τετραγωνάκια. Μέτρησα μετά τα μέσα τετραγωνάκια και τα σύγκρινα.

- Ποια τετραγωνάκια μέτρησες, τα μεγάλα ή τα μικρά;
- Τα μεγάλα μόνο.
- Αυτά που δεν ήταν ολόκληρα εδώ στο γύρω γύρω γιατί δεν τα μέτρησες;
- Γιατί ήταν μισά.
- Και αυτά όμως δεν είναι μέσα στο σχήμα; Αν τα βάλουμε και αυτά μαζί με τα μεγάλα μήπως βρούμε κάτι άλλο;
- Όχι δε νομίζω γιατί η διαφορά τους στα μεγάλα ήταν μεγάλη.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-4:

– Έκοψα το τετράγωνο στη μέση και τα δύο τρίγωνα τα έβαλα πάνω στο μεγάλο τρίγωνο και είδα ότι ταιριάζανε.

³ Η αρίθμηση Β-1,Β-2,... αναφέρεται στις απαντήσεις των παιδιών από τη Β' φάση. Παρακάτω έχουμε αντίστοιχη αρίθμηση Γ-1,Γ-2 από την Γ' φάση.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-5:

- Έκοψα το μεγάλο και το βάλουμε μέσα στο μικρό το σχήμα και τη γωνία που του περίσσευε την ξανακόψαμε και τη βάλουμε μέσα. Το κόψαμε ξανά και το ξαναβάλουμε μέσα.
- Πώς το κατάλαβες ότι ήταν μεγαλύτερο;
- Περίσσευε το ένα κομματάκι και δεν το χρησιμοποίησαμε.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-6:

- Πήρα τις φακές τις έβαλα πάνω στο σχήμα και μετά τις ίδιες φακές τις έβαλα στο άλλο σχήμα και είδα ότι χωράνε και τα δύο το ίδιο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-7:

- Έκανα ένα φράχτη με την πλαστελίνη και το γέμισα φακές. Πήρα μετά την πλαστελίνη και την έβαλα φράχτη στο άλλο σχήμα και έβαλα μέσα τις ίδιες φακές. Και βρήκα ότι δεν πιάνει το ίδιο.
- Τι μέτρησες δηλαδή;
- Μέτρησα το ύψος που φτάσανε οι φακές.
- Γιατί έβαλες την ίδια πλαστελίνης στο άλλο σχήμα.
- Για να έχει το ίδιο ύψος ο φράχτης.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-8:

- Βάζω τα μακαρόνια μέσα στο ένα σχήμα και μετά έβαλα τα ίδια μακαρόνια στο άλλο σχήμα και είδα ότι το ένα χώραγε περισσότερα και είπα ότι είναι μεγαλύτερο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-9:

- Πήρα την πλαστελίνη και έκαψα κομματάκια και τα έβαλα πάνω στο ένα σχήμα. Μετά τα έβαλα στο άλλο και είδα ότι ήθελε περισσότερα.
- Γιατί έβαλες πλαστελίνη και όχι φακές ή μακαρόνια;
- Γιατί η πλαστελίνη κόλλαγε καλύτερα και δεν έφευγε.
- Μόνο γι' αυτό ;

– Και γιατί ήταν μεγαλύτερα τα κομμάτια που έκοψα από τις φακές και τέλειωνα πιο γρήγορα.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-10:

– Έκοψα το ένα σχήμα σε μικρά κομμάτια και τα έβαλα πάνω στο άλλο σχήμα. Προσπάθησα να μην αφήσω κενά και είδα ότι το ένα είναι μεγαλύτερο από πιο άλλο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-11:

– Έκοψα τις γωνίες και τις έβαλα πάνω στο τετράγωνο για να συγκρίνω τα δύο σχήματα. Αν δεν περίσσευε τίποτα θα ήταν ίσα.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-12:

– Σκέφτηκα να γεμίσω το τρίγωνο με μακαρόνια και μετά να βάλω τα ίδια στο τετράγωνο. Αν μου περίσσευαν θα ήταν μεγαλύτερο το πρώτο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-13:

– Έβαλα φακές στο ένα και μετά τις έβαλα στο άλλο. Αφού χωράνε τις ίδιες τότε τα σχήματα είναι ίσα.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-14:

– Θα του έλεγα να κόψει πρώτα το τετράγωνο, μάλλον να κόψει πρώτα το τρίγωνο και να το βάλει πάνω στο τετράγωνο. Αν το κάνει αυτό θα δει ότι του περισσεύουν από δω κι από κει οι γωνίες. Θα τις σημαδέψει με το μολύβι του και αφού τις κόψει να τις βάλει για να συμπληρώσει ότι λείπει από το τετράγωνο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-15:

– Βάλε σε ένα τρίγωνο μακαρόνια και μετά βάλε τα ίδια στο τετράγωνο. Έτσι θα δεις αν είναι ίσα ή αν το ένα είναι μεγαλύτερο από το άλλο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-16:

– Πάρε φακές και βάλε στο ένα σχήμα . Μετά βάλε τις ίδιες φακές στο άλλο σχήμα. Αν χωράνε τις ίδιες φακές , τότε είναι ίσα.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-17:

– Σκέφτηκα πώς αν βάλω πλαστελίνη γύρω – γύρω, να φτιάξω ένα φράχτη και να βάλω μέσα τις φακές. Το φράχτη τον κάνω για να μην μου γλιστρούν οι φακές έξω από το σχήμα. Για να μην είναι η μια φακή πάνω στην άλλη τις είχα σιάξει με το χάρακά μου. Μετά έβαλα τις ίδιες φακές στο δεύτερο σχήμα, αφού πρώτα είχα φτιάξει και σ’ αυτό φράχτη. Είδα ότι μου περίσσεψαν φακές, δεν χώρεσαν όλες. Έτσι αφού το δεύτερο χωράει λιγότερες, είναι και μικρότερο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-18:

– Θα του έλεγα να φτιάξει πρώτα φράχτη με πλαστελίνη γύρω απ’ τα δύο σχήματα . Να βάλει πρώτα στο ένα σχήμα φακές – προσεχτικά όμως να μην είναι η μία πάνω στην άλλη- και μετά τις ίδιες να τις μεταφέρει στο άλλο σχήμα. Αν λείπουν φακές θα είναι μεγαλύτερο. Αν περισσεύουν θα είναι μικρότερο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-19:

– Έβαλα φακές στο ένα σχήμα και μετά έβαλα τις ίδιες στο άλλο σχήμα . Πρώτα είχα βάλει πλαστελίνη γύρω από τα σχήματα .

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-20:

– Πρέπει να βάλεις γύρω από τα σχήματα πλαστελίνη. Μετά βάλε στο σχήμα 1 φακές και στη συνέχεια βάλε τες στο δεύτερο σχήμα. Θα σου περισσέψουν φακές. Αυτό δείχνει ότι είναι μικρότερο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-21:

– Έβαλα καρφίτσες στις γωνίες των σχημάτων και τέντωσα σχοινί γύρω τους .Είδα ότι τα σχοινιά είναι ίσα. Αυτό όμως είναι λάθος γιατί βρήκα την περίμετρο που δεν είναι ίδια με το εμβαδόν.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-22:

– Θα γέμιζα με μακαρόνια τα δύο σχήματα πρώτα το ένα και μετά με τα ίδια μακαρόνια το άλλο .

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-23:

– Έβαλα πλαστελίνη στο ένα σχήμα και μετά την ίδια την έβαλα στο άλλο σχήμα. Αφού μου περίσσεψε πλαστελίνη, άρα το δεύτερο είναι μικρότερο από το πρώτο. Προσέχω όμως η πλαστελίνη να είναι γερά πατημένη για να μην είναι αλλού χοντρή και αλλού λεπτή.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-24:

– Πάρε πλαστελίνη και πλάσε την καλά .Βάλε στο σχήμα 1 πλαστελίνη και πάτησε την καλά για να είναι το ίδιο χοντρή σε όλο το σχήμα. Μετά βάλε τη στο άλλο σχήμα. Αν σου περισσέψει τότε είναι μικρότερο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-25:

– Χώρισα σε κομμάτια τα σχήματα .Σαν μέτρο χρησιμοποίησα τους χάρακες μου. Μέτρησα πόσο είναι οι πλευρές τους και τις πολλαπλασίασα. Μετά πρόσθεσα όλα τα κομμάτια και βρήκα ότι το σχήμα 1 είναι μεγαλύτερο .

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-26:

– Χώρισε με μια γραμμή το σχήμα, ώστε να βγει ένα μεγάλο ορθογώνιο και ένα μικρό. Βρες το εμβαδόν τους πολλαπλασιάζοντας την μία πλευρά με την άλλη. Χώρισε και το άλλο σχήμα σε διάφορα ορθογώνια, βρες το εμβαδόν τους και πρόσθεσε τα. Θα βρεις ότι το ένα είναι μεγαλύτερο από το άλλο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-27:

– Έκοψα στην αρχή ένα χαρτόνι, βρήκα το εμβαδόν του και το έβαζα και σχημάτιζα σχήματα σαν και αυτό πάνω στα σχήματα. Μου περίσσευαν όμως πολλά κομμάτια και δεν μπορούσα να τα βρω .Έτσι χρησιμοποίησα το μελιμετρέ. Στην αρχή μέτρησα τα ολόκληρα τετράγωνα και προσπάθησα να

ενώνω μικρότερα για να κάνω ολόκληρα. Έτσι βρήκα ότι το 1 σχήμα είναι μεγαλύτερο από το 2.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-28:

– Κόψαμε το τετράγωνο διαγώνια στη μέση και στρίψαμε τα 2 τρίγωνα που βγήκαν και φτιάξαμε ένα άλλο που το συγκρίναμε με το τρίγωνο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-29:

– Είδα ότι είναι διαφορετικά τα σχήματα και πήρα την πλαστελίνη και την περιτύλιξα γύρω από το σχήμα και μέσα έβαλα φακές και μέτρησα. Βρήκα π.χ. 50. Μετά έκανα το ίδιο με το άλλο σχήμα. Είδα ότι χωράνε περισσότερες π.χ. 80.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-30:

– Έκοψα στη μέση το τετράγωνο, μετρήσαμε με το μιλμετρέ πόσα τετράγωνα χώραγε το τετράγωνο ή πόσα το τρίγωνο. Βάλαμε σ' ένα χαρτί τις γωνίες που περίσσεψαν και συγκρίναμε τα σχήματα. Ό,τι κάναμε με τις φακές το ίδιο κάναμε και με τα μακαρόνια

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-31:

– Κόβω τα σχήματα και συγκρίνω βάζοντας το ένα πάνω στο άλλο. Κόβω το ένα σχήμα για να συμπληρώσω το άλλο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-32:

– Μας δώσατε ένα ριζόχαρτο που ήταν αποτυπωμένα επάνω τα σχήματα. Βάλαμε το αποτυπωμένο τετράγωνο πάνω στο τρίγωνο και μετά μετρήσαμε τις επιφάνειες που περίσσευαν από κάτω και από πάνω. Κόψαμε αυτές τις επιφάνειες και συγκρίναμε.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-33:

– Κόψαμε το τετράγωνο διαγώνια στη μέση και στρίψαμε τα 2 τρίγωνα που βγήκαν και φτιάξαμε ένα άλλο που το συγκρίναμε με το τρίγωνο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-34:

– Βάζουμε οδοντογλυφίδες στο τετράγωνο (ας πούμε 10) και μετά βάζουμε άλλες 10 στο τρίγωνο και αν δούμε ότι χωράνε τότε θα είναι ίσα. Με φακές θα χάσουμε το λογαριασμό.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-35:

– Είδα ότι είναι διαφορετικά τα σχήματα και πήρα την πλαστελίνη και την περιτύλιξα γύρω από το σχήμα και μέσα έβαλα φακές και μέτρησα. Βρήκα π.χ. 50. Μετά έκανα το ίδιο με το άλλο σχήμα. Είδα ότι χωράνε περισσότερες π.χ. 80.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-36:

– Έκοψα στη μέση το τετράγωνο, τα άλλα παιδιά μέτρησαν με φακές. Μετρήσαμε με το μιλιμετρέ πόσα τετράγωνα χώραγε το τετράγωνο ή πόσα το τρίγωνο. Βάλαμε σ' ένα χαρτί τις γωνίες που περίσσεψαν και συγκρίναμε τα σχήματα. Ό,τι κάναμε με τις φακές το ίδιο κάναμε και με τα μακαρόνια

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-37:

– Κόβω τα σχήματα και συγκρίνω βάζοντας το ένα πάνω στο άλλο. Κόβω το ένα σχήμα για να συμπληρώσω το άλλο.

6.7.2 Κρίσεις ενεργειών άλλων

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ B-38:

– Εδώ που ο συμμαθητής μου κόβει τα δύο σχήματα και βάζει το ένα πάνω στο άλλο για να τα συγκρίνει, εγώ θα έκοβα το ένα σχήμα σε κομμάτια και θα το έβαζα μέσα στο άλλο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ B-39:

– Εδώ η Πένη μετράει περίμετρο και αυτό είναι λάθος .

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ B-40:

– Έβαλαν μακαρόνια στα 2 σχήματα , τα μέτρησαν και είδαν ότι το πάνω είναι το μεγαλύτερο.

– Για να το βελτιώσουν θα ήταν καλύτερο να τους πω να βάλουν πλαστελίνη για να είναι ελαστικό και να μην τους πάρει πολύ χρόνο

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ B-41:

– Εδώ που φτιάχνουν κομματάκια πλαστελίνης και τα βάζουν πάνω στο σχήμα θα έστρωνα όλο το σχήμα με πλαστελίνη για να μην έχω άδειο χώρο ανάμεσα στα κομματάκια πλαστελίνης.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ B-42:

– Στα παιδιά που χρησιμοποιούν κομματάκια πλαστελίνης, είναι σωστό, αλλά τους μένει αρκετός χώρος ανάμεσα στα κομμάτια και θα μπορούσαν να κάνουν λάθος αν η διαφορά ανάμεσα στα σχήματα ήταν μικρότερη.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ B-43:

– Σε αυτόν που προσπαθεί να βάλει το ένα σχήμα πάνω στο άλλο έπρεπε να κόψουν το σχήμα σε μικρότερα κομμάτια και να τα βάλουν πάνω στο άλλο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-44:

– Εδώ έβαλε καρφίτσες γύρω γύρω και έβαλε σχοινάκι και το μέτρησε αλλά έτσι βρήκε το γύρω γύρω την περίμετρο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-45:

- Θα έκανες αυτό που έκανε ο συμμαθητής σου με το μιλιμετρέ;
- Όχι.
- Γιατί;
- Γιατί δεν το ήξερα αυτό το χαρτί, δεν το είχα ξαναδεί.
- Στο βιβλίο σας δεν υπάρχει τέτοιο χαρτί με τετραγωνάκια;
- Κάπου πρέπει να υπάρχει αλλά είναι νομίζω μπλε και δεν το θυμήθηκα.

Νομίζω το έχουμε ξαναχρησιμοποιήσει εκεί που φτιάχναμε κάτι σχήματα ήταν όμως μπλε.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-46:

– Εγώ θα το έκανα με πλαστελίνη. Θα γέμιζα πρώτα το ένα σχήμα, θα πρόσεχα να μην είναι χοντρή η πλαστελίνη, θα την πάταγα (πίεζα) καλά. Μετά αν δεν έφτανε θα ήταν μεγαλύτερο, αν περίσσευε θα ήταν μικρότερο .

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-47:

– Εγώ στη μέτρηση με τις φακές , θα έβαζα φράχτη από πλαστελίνη γύρω
– γύρω για να μπορώ να υπολογίσω καλύτερα τις φακές για να μην μου φεύγουν.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-48:

– Στην περίπτωση με το μελιμετρέ, θα έκοβα το τρίγωνο, μετά θα το σχεδιάζα πάνω στο μελιμετρέ και θα υπολόγιζα πόσα τετραγωνάκια έχει μέσα. Το ίδιο θα έκανα και με το τετράγωνο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-49:

- Έβαλαν μακαρόνια στα 2 σχήματα , τα μέτρησαν και είδαν ότι το πάνω είναι το μεγαλύτερο. Για να το βελτιώσουν θα ήταν καλύτερο να τους πω να βάλουν πλαστελίνη για να είναι ελαστικό και να μην τους πάρει πολύ χρόνο
- Η πλαστελίνη όμως δεν έχει σταθερό μέγεθος.
- Να πάρουμε την πλαστελίνη και να την κάνουμε λωρίδες όπως με το σχοινάκι πάνω στο σχήμα. Να μετρήσουμε μετά κάθε σχοινάκι-πλαστελίνη. (Όμως έτσι θα μετρήσουμε περίμετρο.)

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-50:

- Ένας συμμαθητής το χώρισε σε ορθογώνια τα οποία τοποθέτησε από το πρώτο στο β'. Έτσι είδε ότι το α' σχήμα είναι μεγαλύτερο, γιατί χώραγε τα ορθογώνια του α' και έμεινε χώρος. Άλλα παιδιά βάζανε γύρω γύρω πλαστελίνη ή βάζανε μέσα φακές που τις μετρούσανε. Βάλανε κόλλα στα σχήματα και πάνω έβαλαν φακές. Καλύτερα με μακαρόνια ή οδοντογλυφίδες. Μπορούσαν με λωρίδες από πλαστελίνη ή να βάλουνε καρφίτσες με σχοινάκι ζικ ζακ και να μετρήσουν την περίμετρο. Κάποιος άλλος το κόβει σε κομμάτια το ένα σχήμα και τα τοποθετεί πάνω στο άλλο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-51:

- Εδώ βάλανε πρώτα το τρίγωνο στο τετράγωνο και έκοψαν τα 2 στη μέση και βγήκε τρίγωνο

6.7.3 Υλικά

6.7.3.1 Θεωρούμενα ως χρήσιμα

- Μιλμετρέ
- Ριζόχαρτο
- Φακές
- Πλαστελίνη
- Μακαρόνια
- Οδοντογλυφίδες
- Ψαλίδι

6.7.3.2 Θεωρούμενα ως άχρηστα

- Σχοινάκι
- Αφρώδες πλαστικό
- Καρφίτσες
- Διαβήτη
- Χάρακας

6.7.4 Ενέργειες που θα έκαναν χωρίς υλικά

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ B-52:

- Θα έκοβα το ένα σχήμα και θα το έβαζα πάνω στο άλλο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ B-53:

- Θα έκοβα το τετράγωνο σε δύο τρίγωνα και θα τα έβαζα στο τρίγωνο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ B-54:

– Αν δεν είχα τίποτα από αυτά, θα χρησιμοποιούσα το ψαλίδι μου. Θα έκοβα το ένα σχήμα σε μικρά κομμάτια και θα το έβαζα πάνω στο άλλο. Αν δεν έφταναν να το καλύψουν ολόκληρο τότε αυτό που έκοψα είναι μικρότερο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ B-55:

– Αν δεν είχα τίποτα από αυτά, θα χρησιμοποιούσα το ψαλίδι μου. Θα έκοβα το ένα σχήμα σε μικρά κομμάτια και θα το έβαζα πάνω στο άλλο. Αν δεν έφταναν να το καλύψουν ολόκληρο τότε αυτό που έκοψα είναι μικρότερο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ B-56:

– Θα μπορούσα να έχω στην τσάντα μου μελιμετρέ και να το υπολογίσω. Αν δεν είχα τότε θα χώριζα με το χάρακά μου τετράγωνα και ορθογώνια πάνω στα σχήματα και θα υπολόγιζα το εμβαδόν τους. Ότι περίσσευε θα το έκοβα και θα το έβαζα το ένα πάνω στο άλλο και έτσι θα το υπολόγιζα.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ B-57:

– Μπορούμε να βάλουμε το τετράγωνο πάνω στο τρίγωνο και να δούμε αν περισσεύουν κάποια μέρη. Τοποθετούμε τις γωνίες που περισσεύουν στο σχήμα του τριγώνου.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ B-58:

– Κόβουμε το τρίγωνο σε 2 κομμάτια, τα ενώνουμε και τα βάζουμε επάνω στο τετράγωνο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-59:

– Να μετρήσουμε την περίμετρο των 2 σχημάτων και να τη συγκρίνουμε για να δούμε αν είναι οι ίδιες.

– (Έτσι μπορούμε να καταλάβουμε αν είναι ίσα τα σχήματα ΟΧΙ ΟΜΩΣ ΚΑΙ ΟΙ ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ.)

– Μπορεί να είναι ίδια (να έχουνε ίδια επιφάνεια) αφού έχουν ίδια περίμετρο γιατί το τρίγωνο μπορεί να είναι μεγάλο, όμως έχει πιο πολύ μήκος ενώ το τετράγωνο είναι μικρό, έχει όμως πιο πολύ φάρδος. Άμα τα μετρήσουμε αυτά τα 2 εξισορροπούνται και μπορεί να έχουν την ίδια επιφάνεια.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Β-60:

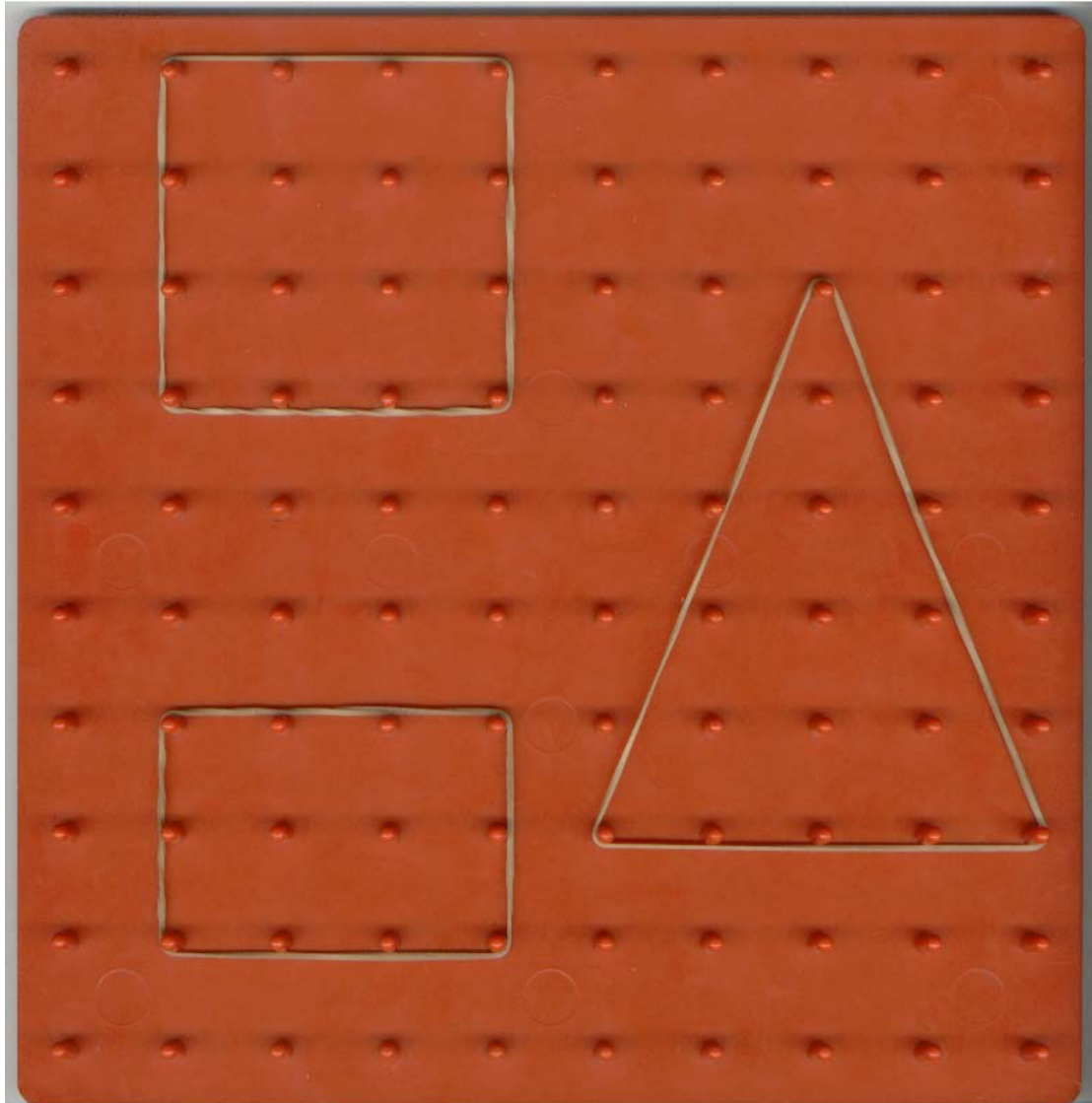
– Θα τα σύγκρινα με το μάτι.

6.7.5 Συμπεράσματα από τη Β' φάση

- Η χρήση των Η/Υ και η επίδειξη της όλης δραστηριότητας από την Α' φάση, βοήθησε τους μαθητές και να εκφραστούν (τρόπος σκέψης) και να κάνουν παρατηρήσεις για τους συμμαθητές τους.
- Το μιλιμετρέ ήταν άγνωστο και δεν χρησιμοποιήθηκε αρχικά ενώ τώρα τους ήταν πιο οικείο και το προτιμούσαν.
- Οι φακές και τα μακαρόνια ως υλικά αποδείχθηκαν δύσχρηστα. Ήταν μικρά και τους ταλαιπωρούσαν. Παρ' όλα αυτά χρησιμοποιήθηκαν και παραμένουν στα επιλεγμένα από τους μαθητές υλικά. (5.6.3).
- Κάποια υλικά (καρφίτσες, σχοινάκι, διαβήτη, αφρώδες πλαστικό) απορρίφθηκαν ως άχρηστα.
- Έγινε κατανοητή πλέον η διαφορά μεταξύ περιμέτρου και εμβαδού. Οι μαθητές που είχαν μπερδέψει στην αρχή την περίμετρο με το εμβαδόν έχοντας τώρα μπροστά τους όλες τις ενέργειες των συμμαθητών τους, φάνηκε να έχουν ξεπεράσει αυτή τη δυσκολία και να κρίνουν ως λαθεμένη την αρχική τους άποψη (μεταγνώση).
- Αν τα σχήματα είχαν μικρές διαφορές στο εμβαδόν ίσως κατέληγαν στο ότι είναι ίσα. Οι μέθοδοι που εφάρμοζαν ακόμα και στο μιλιμετρέ χαρτί που μετρούσαν τα μεγάλα μόνο τετράγωνα, δεν μπορούν να θεωρηθούν ακριβείς και κυρίως ακανόνιστα και καμπυλοειδή σχήματα (2^ο & 3^ο επίπεδο).
- Η σύγκριση χωρίς υλικά, φάνηκε σε αυτή τη φάση λειτούργησε καλύτερα σε όλους τους μαθητές., πράγμα που δείχνει ότι κατανόησαν την επίθεση ως τρόπο σύγκρισης επιφανειών, κάτι που στην αρχή τουλάχιστον της Α' φάσης δεν επιχειρήθηκε καν.

6.8 Γ' Φάση

Παράλληλα με αυτά που ζητήθηκαν από τα παιδιά στην παραπάνω φάση, τους ζητήθηκε να λύσουν το πρόβλημα χρησιμοποιώντας ένα νέο υλικό το **γεωπίνακα** και λαστιχάκια.



Γεωπίνακας

6.8.1 Ενέργειες μαθητών

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Γ-1:

Στο 1^ο επίπεδο κόβει τα σχήματα με το ψαλίδι. Τα εφαρμόζει πάνω στο γεωπίνακα και με λαστιχάκια κάνει τις πλευρές. Πρώτα φτιάχνει το τετράγωνο. Μετράει στην αρχή όχι τετραγωνάκια αλλά πασσαλάκια. Τα βρίσκει 9. Κάνει μετά το τρίγωνο και μετράει πάλι πασσαλάκια και τα βρίσκει 9. Μετά από συζήτηση μετράει τετραγωνάκια και βρίσκει τα ίδια και στο τρίγωνο και στο τετράγωνο. Στο τρίγωνο μετράει πρώτα τα ολόκληρα και μετά υπολογίζει τα μισά.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Γ-2:

Φτιάχνει τις τέσσερις πλευρές του τετραγώνου με τέσσερα (4) λαστιχάκια.. Μετά βάζει μέσα ένα λαστιχάκι για διαγώνιο και το χωρίζει σε δύο μέρη τα οποία κάνουν το τρίγωνο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Γ-3:

Παίρνει το χάρτινο τρίγωνο και το σπάει – διπλώνει σε δυο κομμάτια.. Το αποθέτει στο τετράγωνο του γεωπίνακα και βλέπει ότι είναι το μισό του. Κάνει το ίδιο και με το τετράγωνο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Γ-4:

Στο 2^ο επίπεδο κόβει τα σχήματα και τα βάζει πάνω στο γεωπίνακα. Δυσκολεύεται λίγο να τα αναπαραστήσει. Τελικά τα καταφέρνει και αρχίζει να μετράει τετραγωνάκια. Τώρα σ' αυτό το επίπεδο βγαίνουν περισσότερα τρίγωνα και έτσι δυσκολεύεται περισσότερο. Καταφέρνει να υπολογίσει ποιο είναι πιο μεγάλο.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Γ-5:

Στο 3^ο επίπεδο κόβει και προσπαθεί να κάνει την απεικόνιση πάνω στο γεωπίνακα. Υπάρχει μεγάλη δυσκολία, γιατί τα σχήματα είναι ακανόνιστα καμπυλοειδή. Μετά από αρκετή προσπάθει και βοήθεια δική μας καταφέρνει

να απεικονίσει το σχήμα πάνω στο γεωπίνακα και κατά προσέγγιση φτάνει στο αποτέλεσμα. (Εδώ τον βολεύει περισσότερο να υπολογίσει τη σύγκριση μετρώντας όχι τετραγωνάκια αλλά πασσαλάκια.).

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Γ-6:

Έφτιαξε ένα τρίγωνο με λαστιχάκια, μετά έκοψε το χάρτινο τετράγωνο στη μέση διαγώνια και πήρε τα 2 τρίγωνα που φτιάχτηκαν και τα τοποθέτησε πάνω στο σχήμα που έφτιαξε με τα λαστιχάκια και είδε ότι είναι ίσα.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Γ-7:

Έφτιαξε ένα τετράγωνο με λαστιχάκια πάνω στο τρίγωνο, και είδε ότι περισσεύουν κάποιες γωνίες και μετά μέτρησε τα κολωνάκια. Και βλέπει ότι είναι ίσες

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Γ-8:

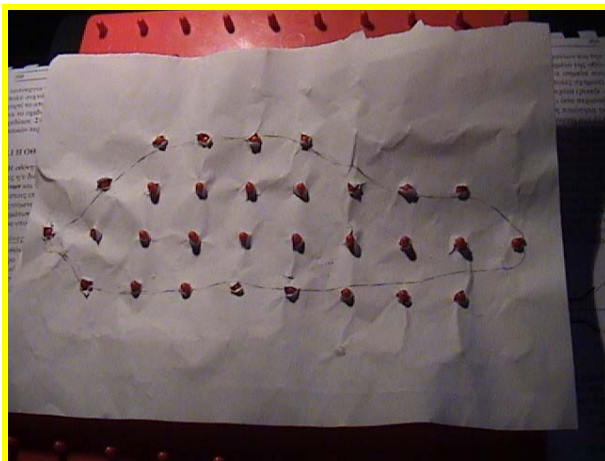
Θέλει καλύτερα να έχει δύο γεωπίνακες γιατί με έναν μπερδεύεται και θέλει διαφορετικό χρώμα λαστιχάκια. Κόβει από το 2ο σχήμα στο χαρτί το κομμάτι που προεξέχει και τα 2 κομμάτια τα τοποθετεί πάνω στο 1ο σχήμα στον γεωπίνακα, και βλέπει ότι δεν είναι ίσα.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ Γ-9:

Πήρε τον πίνακα με τα κολωνάκια και κάρφωσε (πάτησε) πάνω του το β' σχέδιο. Έτσι βγήκαν έξω τα κολωνάκια στα οποία τοποθέτησε το λαστιχάκι. Αυτός ήταν ένας τρόπος για να απεικονίσει το σχέδιο. Δεν ταίριαξαν ακριβώς το λαστιχάκι με το σχέδιο αλλά έκανε μια προσπάθεια.







6.8.2 Συμπεράσματα από τη Γ' φάση

- ☒ Ο γεωπίνακας εξυπηρετεί ως υλικό για την σύγκριση επιφανειών, με ορισμένες προϋποθέσεις όπως:
 - ⇒ Τα σχήματα προς σύγκριση να είναι υπολογισμένα για τον γεωπίνακα, ώστε να μπορούν να απεικονιστούν πάνω σε αυτόν με όσο το δυνατόν μεγαλύτερη ακρίβεια.
 - ⇒ Τα σχήματα με καμπύλες δεν μπορούν να απεικονιστούν πάνω στο γεωπίνακα. Σε τέτοιας μορφής σχήματα οι μαθητές προτίμησαν μιλιμετρέ χαρτί όπου χρησιμοποιώντας τα μικρά τετραγωνάκια του υπολογίζουν με μεγαλύτερη ακρίβεια. Βλέπουμε εδώ λοιπόν ακόμα καλύτερη χρήση του μιλιμετρέ.
 - ⇒ Τα λαστιχάκια του γεωπίνακα δεν αποδείχθηκαν και πολύ εύχρηστα στους μαθητές (τους έφευγαν). Αν όμως πρόκειται να χρησιμοποιηθούν καλό είναι να χρησιμοποιούνται λαστιχάκια διαφόρων χρωμάτων για καλύτερη απεικόνιση των σχημάτων.
 - ⇒ Χρειάζεται ένας ή και πολλές φορές δύο γεωπίνακες (για τα μεγαλύτερα σχήματα) για κάθε παιδί. Οι μαθητές θέλουν να έχουν μπροστά τους και τα δύο σχήματα που θέλουν να συγκρίνουν και όχι να δουλεύουν εκ περιτροπής στους γεωπίνακες.

- ☒ Ο γεωπίνακας αποτελεί πολύ καλό υλικό για το πέρασμα των μαθητών από την αυθαίρετη στη συγκεκριμένη μονάδα μέτρησης επιφανειών.

7. ΓΕΝΙΚΑ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Ολοκληρώνοντας τις τρεις φάσεις της έρευνας και μελετώντας όλες τις ενέργειες των μαθητών καταλήγουμε σε μερικά συμπεράσματα:

7.1 Όσον αφορά την αναγκαιότητα ή μη της χρήσης φυσικών υλικών

- ❖ Τα φυσικά υλικά εξυπηρέτησαν τους μαθητές. Η επιλογή τους όμως θα πρέπει να γίνεται με ιδιαίτερη προσοχή ώστε να είναι και χρηστικά και να μην καταναλώνουν πολύ χρόνο στη χρήση τους. Π.χ. οι φακές ήταν ιδιαίτερα δύσκολο να χρησιμοποιηθούν από τους μαθητές.
- ❖ Τα φυσικά υλικά δεν μπορούν να δώσουν αποτελέσματα με ακρίβεια, άρα δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη σύγκριση επιφανειών με μικρή διαφορά.

7.2 Συμπεριφορά των μαθητών απέναντι στα υλικά

- ❖ Στη συγκεκριμένη έρευνα φάνηκε καθαρά ότι δεν υπήρχε ευχέρεια από τα παιδιά για την χρησιμοποίηση νέων υλικών. Π.χ. το διαφανές χαρτί δεν χρησιμοποιήθηκε καθόλου στην αρχή. Ενώ στην αρχή λοιπόν τα νέα υλικά ξένισαν τα παιδιά στη συνέχεια τα καλοδέχτηκαν. Καθετί καινούργιο στην τάξη και όταν μάλιστα αυτό ξεφεύγει από τα στενά όρια του «κλασσικού» μαθήματος, οι μαθητές το καλοδέχονται και τους αρέσει να πειραματίζονται πάνω σε αυτό. Αυτό όμως μπορεί να αποτελέσει τροχοπέδη στον εκπαιδευτικό, παίρνοντάς του πολύ χρόνο τουλάχιστον όταν πρωτοχρησιμοποιεί κάτι.

7.3 Το ρόλο των σωστών υλικών ή τα προβλήματα των λανθασμένων

- ❖ Δεν πιστεύουμε ότι εξυπηρετεί σε τίποτα να δίνουμε στα παιδιά υλικά τα οποία όχι μόνο δεν υπάρχει πιθανότητα να τα χρησιμοποιήσουν αλλά αντίθετα θα τους δημιουργήσουν και προβλήματα. Οι μαθητές είτε πιστεύοντας ότι πρέπει να χρησιμοποιηθεί ό,τι φέρνει ο δάσκαλος είτε για να

παίζουν χρησιμοποιούν τα πάντα, οδηγούμενοι πολλές φορές σε λάθος συμπεράσματα.

Το ερώτημα είναι εδώ ποια υλικά πρέπει να αποκλειστούν ή με ποια κριτήρια ο δάσκαλος θα επιλέξει κάποια από αυτά; Οι μαθητές μας εκπλήσσουν πολλές φορές, ανακαλύπτοντας χρήσεις υλικών, που ούτε καν περνάνε από το μυαλό μας. Αυτό πράγματι αξίζει περαιτέρω έρευνας.

7.4 Αναγκαιότητα της σύγκρισης των επιφανειών – Μεταγνώση

❖ Μετά από την όλη διαδικασία, πιστεύουμε ότι οι μαθητές κατανόησαν απόλυτα την διαφορά μεταξύ περιμέτρου και εμβαδού και ταυτόχρονα κατάλαβαν την αναγκαιότητα χρήσης μιας συγκεκριμένης μονάδας μέτρησης. Στην αρχή η μονάδα μέτρησης είναι αυθαίρετη (κατασκευαζόμενη από τους ίδιους τους μαθητές) όπως εξάλλου προβλέπει και το αναλυτικό πρόγραμμα και στη συνέχεια (γεωπίνακας) γίνεται συγκεκριμένη.

8. ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Καταλήγοντας την εργασία αυτή, όσον αφορά την σύγκριση επιφανειών και την χρήση των διαφόρων υλικών για τη διδασκαλία γεωμετρικών εννοιών και συγκεκριμένα τη διδασκαλία των μονάδων μέτρησης επιφανειών έχουμε να κάνουμε τις εξής προτάσεις:

- Ορισμένα υλικά όπως κάποια κομμάτια χαρτόνι ή άλλου υλικού θα μπορούσαν να υπάρχουν στις μικρές τάξεις για να αποτελέσουν αυθαίρετες μονάδες μέτρησης. Φυσικά ακόμα καλύτερο είναι να ανακαλύψουν τα παιδιά δικές τους μονάδες.

- Στην Γ' τάξη εκεί που αρχίζει να γίνεται διαισθητική προσέγγιση της βασικής μονάδας μέτρησης, χρειάζεται μια σειρά ενεργειών οι οποίες θα ξεκινούν από καλά επιλεγμένα φυσικά υλικά, θα περνάνε στον γεωπίνακα και στο μιλιμετρέ καταλήγοντας στη συγκεκριμένη μονάδα μέτρησης. Έτσι στην Δ' τάξη θα μπορέσουμε να περάσουμε στην καλύτερη χρήση των ίδιων υλικών (γεωπίνακα, μιλιμετρέ) για να καταλήξουμε στην αριθμητική μέτρηση του εμβαδού.

Όπως είναι φυσικό τα αποτελέσματα μιας έρευνας θα πρέπει να εξετασθούν διαχρονικά. Πρέπει δηλαδή και αργότερα να εξετασθεί αν η συγκεκριμένη διδακτική ενέργεια έχει διαχρονικά γνωστικά αποτελέσματα στους μαθητές.

Η συγκεκριμένη έρευνα δεν θα μπορούσαμε να πούμε ότι έγινε την καταλληλότερη στιγμή για τους μαθητές. Δεν εντάχθηκε δηλαδή στο σημείο του Αναλυτικού Προγράμματος που και θα βοηθούσε περισσότερο και θα ήταν δυνατή η εξαγωγή καλύτερων συμπερασμάτων.

Θα θέλαμε όμως να αποτελέσει τη βάση για μια μεγαλύτερη έρευνα η οποία θα γίνει σε μεγαλύτερο βάθος, σε περισσότερες τάξεις και με περισσότερη χρονική διάρκεια.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

ΓΑΓΑΤΣΗΣ, Α. (1991). Θέματα Διδακτικής και Μαθηματικών. Θεσσαλονίκη

ΓΕΩΡΓΙΑΔΟΥ, Β. , ΜΑΡΚΟΠΟΥΛΟΣ, Χ., ΠΟΤΑΡΗ, Δ. (χ.χ) Διδακτικό υλικό και Εκπαιδευτικές Πρακτικές. Πρακτικά 15ου Πανελληνίου Συνεδρίου Μαθηματικής Παιδείας

ΕΞΑΡΧΑΚΟΣ , Θ. (1998). Διδακτική των Μαθηματικών. Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.

ΚΟΛΕΖΑ, Ε., ΜΑΚΡΗΣ, Κ., ΣΟΥΡΛΑΣ, Κ. (1993). Θέματα διδακτικής των μαθηματικών. Αθήνα: Gutenberg.

ΜΠΟΥΦΗ, Α. (1995). Επιστημολογία και Διδακτική των Μαθηματικών. Στο Η. Ματσαγγούρας (επιμ.). Η εξέλιξη της – Επιστημολογική Θεώρηση. Αθήνα: Gutenberg

ΠΑΤΡΩΝΗΣ, Τ. (1996). Σύγχρονες έρευνες και θεωρήσεις στη Μαθηματική Παιδεία. Αθήνα: Πνευματικός.

ΠΟΤΑΡΗ, Δ. (χ.χ) Παραδόσεις του μαθήματος Σύγχρονες Προσεγγίσεις στις Θετικές Επιστήμες.

ΠΟΤΑΡΗ, Δ. ,ΣΠΗΛΙΩΤΟΠΟΥΛΟΥ,Β. (χ.χ.) Διεπιστημονικά πλαίσια διερεύνησης των μαθητών στα Μαθηματικά και τις Φυσικές Επιστήμες.

ΤΟΥΜΑΣΗΣ, Μ. (1994). Σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών. Αθήνα: Gutenberg.

BAURSFELD, H. (1988). Interaction, Construction and Knowledge: Alternative perspectives for mathematics education. T. Cooney & Gfauws (επιμ.) Effective Mathematics teaching p.p 27-46

BERTRAND, Y. (1994). Σύγχρονες Εκπαιδευτικές Θεωρίες. Αθήνα :Ελληνικά Γράμματα.

COBB, P. , WOOD, T. & YACKEL, E. (1991). A Constructivist approach to second Grade Mathematics. Στο E. Von Glaserfeld (Επιμ.), Radical Constructivism in Mathematics Education p.p. The Netherlands, Kluwer

HERSHKOWITZ, R. (1996). Ψυχολογικές όψεις της μάθησης της Γεωμετρίας. Μετ. Πούλου Α., Θωμαΐδη Γ. Ερευνητική διάσταση της Διδακτικής των Μαθηματικών. Τ.1

HUGHES, M. (1996). Τα παιδιά και η έννοια των αριθμών. Αθήνα: Gutenberg.

KAMMIKAZUKO, C. , DE CLARK, G. (1994). Τα παιδιά ξαναεφευρίσκουν την Αριθμητική. Αθήνα : Πατάκης.

LERMAN, S. (1995). Ο ρόλος του δασκάλου στη μάθηση των Μαθηματικών: Κριτική του Ριζοσπαστικού Κονστροκτιβισμού. Στο Διδακτική και Ιστορία των Μαθηματικών. Θεσσαλονίκη: Αθανάσιος Γαγάτσης.