ΘΕΜΑ Α

Α1. Λ, Α2. Λ, Α3. Λ, Α4. Σ, Α5. Λ, Α6. Λ, Α7. Λ, Α8. Λ, Α9. Λ, Α10. Λ

ΘΕΜΑ Β

Β.1

$$Q=\frac{1}{2}m_1u_1^2-\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2=\frac{1}{2}m_1u_1^2-\frac{1}{2}(m_1+m_2)\left(\frac{m_1u_1}{m_1+m_2}\right)^2=\frac{1}{2}m_1u_1^2\left(1-\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)=\frac{m_1m_2u_1^2}{2(m_1+m_2)}$$

Για να γίνει μέγιστο το Q με δεδομένο ότι το άθροισμα m1+m2 είναι σταθερό θα πρέπει το γινόμενο $m_1.m_2$ να γίνει μέγιστο.

Πότε γίνεται αυτό;

$m_1+m_2=c \Rightarrow m_1=c-m_2$ οπότε

$m_1.m_2=(c-m_2).m_2=-m_2{}^2+c.m_2$ το γινόμενο αυτό (τριώνυμο) γίνεται μέγιστο όταν $m_2=-\beta/2\alpha=c/2$ άρα $m_2=m_1=c/2$

Β.2

όλοι οι τροχοί έχουν την ίδια γραμμική ταχύτητα στην περιφέρειά τους.

$u=2\pi f_A R_A=2\pi f_B R_B=2\pi f_\Gamma R_\Gamma=2\pi f_\Delta R_\Delta$ άρα

$30f_A=10f_B \Rightarrow f_B=30$ ομοίως $f_\Gamma=15$, $f_\Delta=30$ στρ./λεπτό

Β.3

$\Sigma F=\Delta P/\Delta t \Rightarrow F.\Delta t=m.\omega.R$

$\Sigma\tau=\Delta L/\Delta t \Rightarrow F.(d-R).\Delta t=2/5.m.R^2.\omega$

Διαιρώντας κατά μέλη τις παραπάνω σχέσεις παίρνουμε d=7R/5

Β.4

από το σχήμα έχουμε:

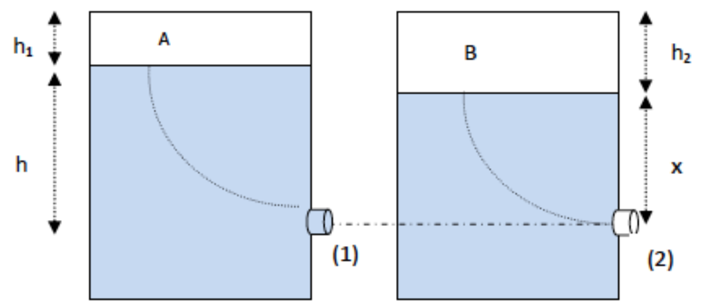
$y_1/y_2=s_1/s_2$ και

$x_1+s_1+s_2=x_2$

από το συνδυασμό των παραπάνω παίρνουμε $s_1=(x_2-x_1).y_1/(y_1+y_2)$

όμως $\varepsilon\varphi\varphi=y_1/s_1=(y_1+y_2)/(x_2-x_1)$

Β.5



α. Εφαρμόζουμε την εξίσωση Bernoulli κατά μήκος της ρευματικής γραμμής από την πάνω επιφάνεια του υγρού έως την έξοδο

$p+1/2\rho.\upsilon_A{}^2+\rho gh=p_{\alpha\tau\mu}+1/2\rho\upsilon_1{}^2+0 \Rightarrow \upsilon_1=12m/s$

β.

Όταν το νερό σταματήσει να εκρέει από την οπή τότε εφαρμόζουμε πάλι την εξίσωση Bernoulli κατά μήκος της ρευματικής γραμμής από την πάνω επιφάνεια του υγρού έως την έξοδο (υ_B, $\upsilon_2=0$)

$p'+1/2\rho.\upsilon_B{}^2+\rho g\chi=p_{\alpha\tau\mu}+1/2\rho\upsilon_2{}^2+0$ (1)

Η μεταβολή του αερίου στο χώρο του δοχείου που είναι πάνω από το νερό, καθώς αυτό εκρέει, είναι ισόθερμη εκτόνωση και ισχύει ο Νόμος του Boyle:

$p.V=p'.V_2 \Rightarrow p.A_2.h_1=p'.A_2.h_2$ (2)

επίσης έχουμε από τα σχήματα: $h+h_1=h_2+x$ (3)

Από τις 3 παραπάνω σχέσεις προκύπτει:

$x^2-12.5x+21.5=0 \Rightarrow x=1.94$ m

επίσης έχουμε από τα σχήματα: $h+h_1=h_2+x$ (3)

Από τις 3 παραπάνω σχέσεις προκύπτει:

$\chi^2-12{,}5\chi+21{,}5=0 \Rightarrow \chi=1{,}94$ m

γ. (3) $\Rightarrow h_2=h+h_1-x=(2{,}2+0{,}3-1{,}94)0{,}56m$ (1) $\Rightarrow p'=0{,}804.10^5\ N/m^2$

ΘΕΜΑ Δ΄

$I_\rho=1{,}6^2 kgr.m$

Δ1.

ΑΔΕ: $Mgl=Mgl/2+1/2.I_\rho\omega_2 \Rightarrow \omega^2=300/16$

$\Sigma F_{(R)}=Ma_k \Rightarrow F_A-Mg=M\omega_2.l/2 \Rightarrow F_A=75N$

Δ2.

ΑΔΣ: $I_\rho.\omega= I_\rho.\omega'+m_1.\upsilon_1'.1$

ΑΔΚΕ: $1/2.I_\rho.\omega^2=1/2.\ I_\rho.\omega'^{2+}1/2.\ m_1.\upsilon_1'^2$

από το παραπάνω σύστημα προκύπτει: $\omega'=0$, $\upsilon_1'^2=48$

Για την Α.Α.Τ. του σώματος Σ2 πριν την κρούση έχουμε:

$E=1/2kA^2 \Rightarrow A=0{,}2m$

Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν ίσες μάζες. Για να έχει το σώμα Σ_2, μετά την κρούση του με το Σ_1 τη μέγιστη ενέργεια, πρέπει το πρώτο σώμα Σ1, να μείνει ακίνητο, ώστε να μεταβιβάσει το 100% της κινητικής του ενέργειας. Επειδή τα σώματα έχουν ίσες μάζες, ανταλλάσσουν ταχύτητες κατά την ελαστική μετωπική κρούση. Άρα το σώμα Σ_2 πρέπει τη στιγμή της κρούσης να είναι ακίνητο, δηλαδή να είναι στην ακραία θέση

$x=+A=0{,}2m$

Δ3. Μετά την κρούση ισχύει:

$\upsilon_1''=0$ και $\upsilon_2'^2=\upsilon_1'^2= 48$

Το σώμα Σ1 μένει ακίνητο στη θέση x =+ 0, 2m , ενώ το σώμα Σ2 κάνει Α.Α.Τ. με

$\omega= 20$ rad/s

Υπολογίζουμε το νέο πλάτος της Α.Α.Τ του σώματος Σ2 , εφαρμόζοντας Α.Δ.Ε.Τ.

$A'=0{,}4m$

Αφού x =+0, 2m < Α΄ = 0, 4m τα δύο σώματα συγκρούονται ελαστικά ξανά. Τα σώματα τότε ανταλλάσουν ταχύτητες, αφού έχουν ίσες μάζες.

Η εξίσωση της απομάκρυνσης για τη νέα Α.Α.Τ. του σώματος Σ2 είναι:
$x=A'\eta\mu(\omega t+\varphi_0)$ (SI)

Υπολογίζουμε την αρχική φάση από τις αρχικές συνθήκες της Α.Α.Τ.

$t=0$, $x=+0{,}2m$, $\upsilon_2'<0$

οπότε προκύπτει $x=0{,}4\eta\mu(20t+5\pi/6)$ (SI)

Όταν x =+0, 2m και το σώμα Σ2 κινείται προς τον θετικό ημιάξονα θα είναι: $t=\pi/15s$

Δ4. Το σώμα Σ_2 μένει ακίνητο στιγμιαία στη θέση x =+2m και αμέσως μετά κάνει νέα Α.Α.Τ. με πλάτος x =+A =0, 2m , ενώ το σώμα Σ_1 κινείται προς τη ράβδο με ταχύτητα $\upsilon_1''^2= 48$ με την οποία συγκρούεται ελαστικά. Μετά την τέταρτη κρούση το σώμα Σ_1 μένει ακίνητο ενώ η ράβδος αποκτά γωνιακή ταχύτητα $\omega^2=300/16$. Η ράβδος θα ανέβει μέχρι την οριζόντια θέση, αφού δεν έχουμε απώλειες ενέργειας. Ακολούθως το φαινόμενο επαναλαμβάνεται κάθε τέσσερεις ελαστικές κρούσεις μεταξύ των δύο σωμάτων και της ράβδου.

Άρα μετά από δώδεκα κρούσεις η μέγιστη δυναμική ενέργεια που θα αποκτήσει η ράβδος, θεωρώντας επίπεδο αναφοράς δυναμικής βαρυτικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο της ταλάντωσης, είναι: $U_{max}=Mgl=48J$

Άρα μετά από δώδεκα κρούσεις η μέγιστη δυναμική ενέργεια που θα αποκτήσει η ράβδος, θεωρώντας επίπεδο αναφοράς δυναμικής βαρυτικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο της ταλάντωσης, είναι: $U_{max} = Mgl = 48J$