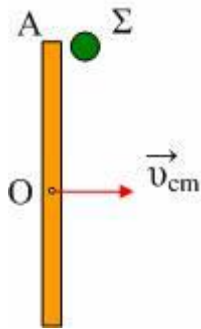


ΟΤΑΝ ΤΟ ΣΩΜΑ Ή ΤΑ ΣΩΜΑΤΑ ΚΑΝΟΥΝ ΣΥΝΘΕΤΗ ΚΙΝΗΣΗ ΕΦΑΡΜΟΖΟΥΜΕ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΡΟΥΣΗ ΚΑΙ ΑΔΟ ΚΑΙ ΑΔΣ

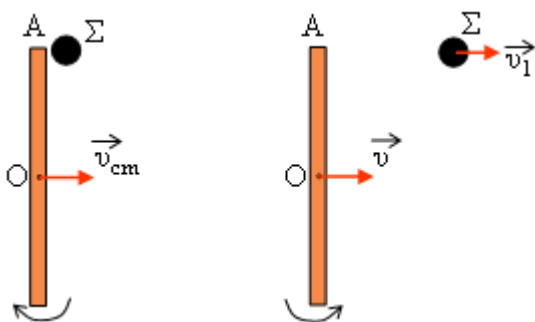


Στην παγωμένη επιφάνεια μιας λίμνης κινείται μια ομογενής δοκός μήκους 4m, έχοντας ταχύτητα κέντρου μάζας $v_0=10\text{m/s}$, ενώ ταυτόχρονα στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $\omega_0=5\text{rad/s}$. Σε μια στιγμή που η ταχύτητα του άκρου A της ράβδου έχει ταχύτητα $v_A=20\text{m/s}$, η δοκός συγκρούεται με ακίνητη σφαίρα Σ μάζας M. Μετά την κρούση το άκρο A έχει στιγμιαία μηδενική ταχύτητα. Να βρεθούν μετά την κρούση:

- i) Η ταχύτητα του κέντρου O της δοκού.
- ii) Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της δοκού.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς κατακόρυφο άξονα που περνά από το μέσον της $I=1/12 ml^2$.

ΛΥΣΗ



Το σημείο A έχει ταχύτητα λόγω μεταφορικής κίνησης v_{cm} και γραμμική ταχύτητα λόγω της στροφικής κίνησης μέτρου $v_{\gamma\pi}=\omega R = \omega_0 \cdot l/2=10\text{m/s}$. Αφού λοιπόν η συνολική του ταχύτητα είναι ίση με 20m/s , αυτή είναι ίση με το άθροισμα των δύο παραπάνω ταχυτήτων. Η ταχύτητα δηλαδή του A είναι παράλληλη με την v_{cm} , στο σχήμα στον άξονα x.

Για την κρούση εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής και έχουμε:

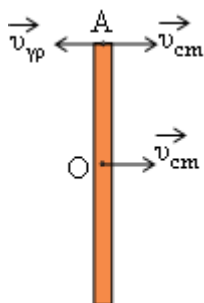
$$P_{\text{αρχ}} = P_{\text{τελ}} \text{ ή}$$

$$mv_0 = mv + Mv_1 \quad (1)$$

Με εφαρμογή της αρχής διατήρησης της στροφορμής του συστήματος, ως προς τον άξονα περιστροφής της δοκού O, παίρνουμε:

$$L_{\text{αρχ}} = L_{\text{τελ}} \text{ ή}$$

$$I \cdot \omega_0 = -I\omega + Mv_1 \cdot l/2 \quad (2)$$



Επειδή μετά την κρούση η ταχύτητα του άκρου A είναι μηδενική, σημαίνει ότι η γραμμική του ταχύτητα είναι αντίθετη της ταχύτητας του κέντρου μάζας v, δηλαδή για τα μέτρα τους $v = \omega \cdot l/2$ (3), ενώ η φορά περιστροφής θα πρέπει να έχει αντίθετη φορά από την αρχική (γι' αυτό μπαίνει το - στην εξίσωση (2)).

Από την εξίσωση (2):

$$1/12 ml^2 \omega_0 = -1/12 ml^2 \cdot \omega + Mv_1 \cdot l/2. \text{ ή}$$

$$1/6 ml (\omega_0 + \omega) = Mv_1 \text{ και λόγω της (1)}$$

$$1/6 m(l\omega_0 + 2v) = m(v_0 - v) \text{ ή}$$

$$l\omega_0 + 2v = 6v_0 - 6v \text{ ή}$$

$$8v = 6v_0 - l\omega_0 \text{ από όπου}$$

$$v = 5 \text{ m/s}$$

και από την (3)

$$\omega = 2v/l = 10/4 = 2,5 \text{ rad/s}$$