1.

Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο

Σε ποια προβλήματα μπορεί να μας φανεί χρήσιμο;

Βρίσκουμε το Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο όταν θέλουμε να υπολογίσουμε **πότε θα συμβεί ένα γεγονός ταυτόχρονα** για ένα πλήθος περιπτώσεων. Π.χ.:

Τρεις φίλοι, ο Αντρέας, ο Βασίλης και ο Γιάννης επισκέπτονται τη δημόσια βιβλιοθήκη τους πόλης τους ως εξής: ο πρώτος κάθε 10 ημέρες, ο δεύτερος κάθε 4 ημέρες και ο τρίτος κάθε 3 ημέρες. Αν σήμερα συναντήθηκαν και οι τρεις στη βιβλιοθήκη, μετά από πόσες ημέρες θα ξανασυναντηθούν για πρώτη φορά και οι τρεις ταυτόχρονα;

Λύση:
Υπολογίζω τα πολλαπλάσια των ημερών επίσκεψης στη βιβλιοθήκη για κάθε άνθρωπο:
Αντρέας: 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60… Άρα, επισκέπτεται τη βιβλιοθήκη κάθε 10 ημέρες.
Βασίλης: 0, 4, 8, 16, 32, 40, 48, 56, 60… Άρα, επισκέπτεται τη βιβλιοθήκη κάθε 4 ημέρες.
Γιάννης: 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60… Δηλαδή θα επισκέπτεται τη βιβλιοθήκη κάθε 3 ημέρες.

Ή βρίσκω το ΕΚΠ(10, 4, 3)

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 2 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 3 & 3 \\ 1 & \\ & \end{array}$$

Ισχύει:

$$10 = 2^1 \cdot \boxed{5^1}$$
$$4 = \boxed{2^2}$$
$$3 = \boxed{3^1}$$

Για το Ε.Κ.Π. παίρνουμε τους κοινούς και μη κοινούς παράγοντες με το μεγαλύτερο εκθέτη

$$ΕΚΠ\ (10, 4, 3) = \boxed{2^2} \cdot \boxed{3^1} \cdot \boxed{5^1} = 60$$

Άρα οι φίλοι θα συναντηθούν για πρώτη φορά ξανά στη βιβλιοθήκη
έπειτα από **60 μέρες**.

Εφαρμογή: Να λυθεί το παρακάτω πρόβλημα:
Ο Αντρέας παίζει ποδόσφαιρο κάθε 4 ημέρες, ο Μιχάλης κάθε 5 ημέρες και ο Μαρίνος κάθε 8 ημέρες. Αν σήμερα παίζουν ποδόσφαιρο και οι τρεις μαζί, τότε να υπολογίσετε μετά από πόσες ημέρες θα συμβεί το ίδιο για δεύτερη φορά.

2.

Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης

Σε ποια προβλήματα μπορεί να μας φανεί χρήσιμο;

Ο Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης μας χρησιμεύει όταν θέλουμε να σχηματίσουμε **ομάδες με ίσο πλήθος** αντικειμένων, προσώπων κτλ.

Π.χ. Έχουμε 72 κωπηλάτες, 108 ιστιοπλόους και 120 κολυμβητές. Θέλουμε να φτιάξουμε ισοπληθείς ομάδες και από τις τρεις κατηγορίες αθλητών, δίχως να αφήσουμε εκτός ομάδας κανέναν αθλητή.

Για να λύσουμε το πρόβλημα **αρκεί να υπολογίσουμε το ΜΚΔ(72, 108, 120**).

72	2	108	2	120	2
36	2	54	2	60	2
18	2	27	3	30	2
9	3	9	3	15	3
3	3	3	3	5	5
1		1		1	

Δηλαδή:

$72 = 2^3 \cdot 3^2$

$108 = 2^2 \cdot 3^3$

$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

Για το Μ.Κ.Δ. παίρνουμε μόνο τους κοινούς παράγοντες με το μικρότερο εκθέτη

ΜΚΔ(72, 108, 120) = $2^2 \cdot 3 = 12$

Άρα θα έχουμε **12 ισοπληθείς ομάδες αθλητών**.

Για να βρω πόσοι αθλητές από κάθε κατηγορία θα απαρτίζουν τις 12 ομάδες, αρκεί να **διαιρέσω το πλήθος των αθλητών από κάθε κατηγορία με τον αριθμό των ομάδων**, δηλαδή το 12.

72 : 12 = 6 κωπηλάτες

108 : 12 = 9 ιστιοπλόοι

120 : 12 = 10 κολυμβητές

Εφαρμογή: Να λυθεί το παρακάτω πρόβλημα:

Ένας ανθοπώλης έχει 36 τριαντάφυλλα, 30 γαρίφαλα και 48 γαρδένιες.

α) Πόσες το πολύ ισοπληθείς ανθοδέσμες μπορεί να φτιάξει μ' αυτά;

β) Πόσα τριαντάφυλλα, πόσα γαρίφαλα και πόσες γαρδένιες θα έχει η κάθε ανθοδέσμη από τις παραπάνω;