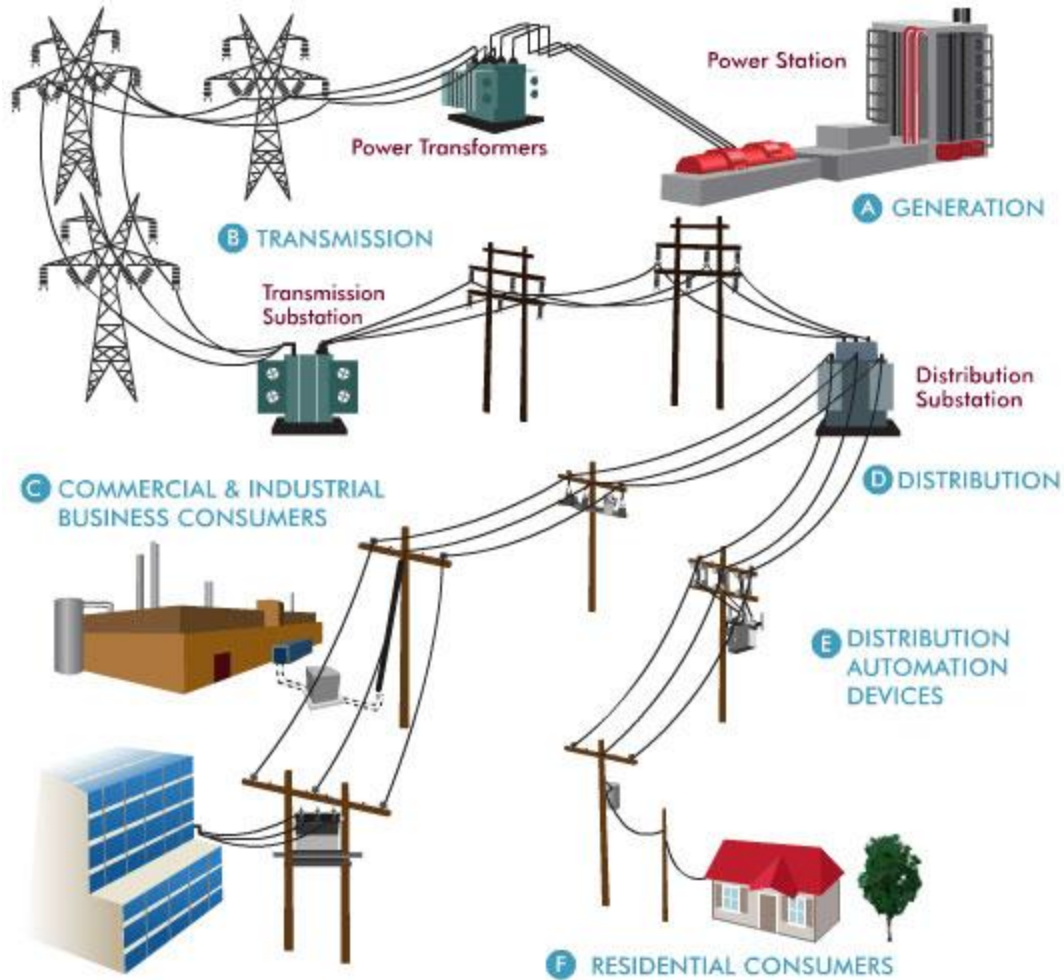
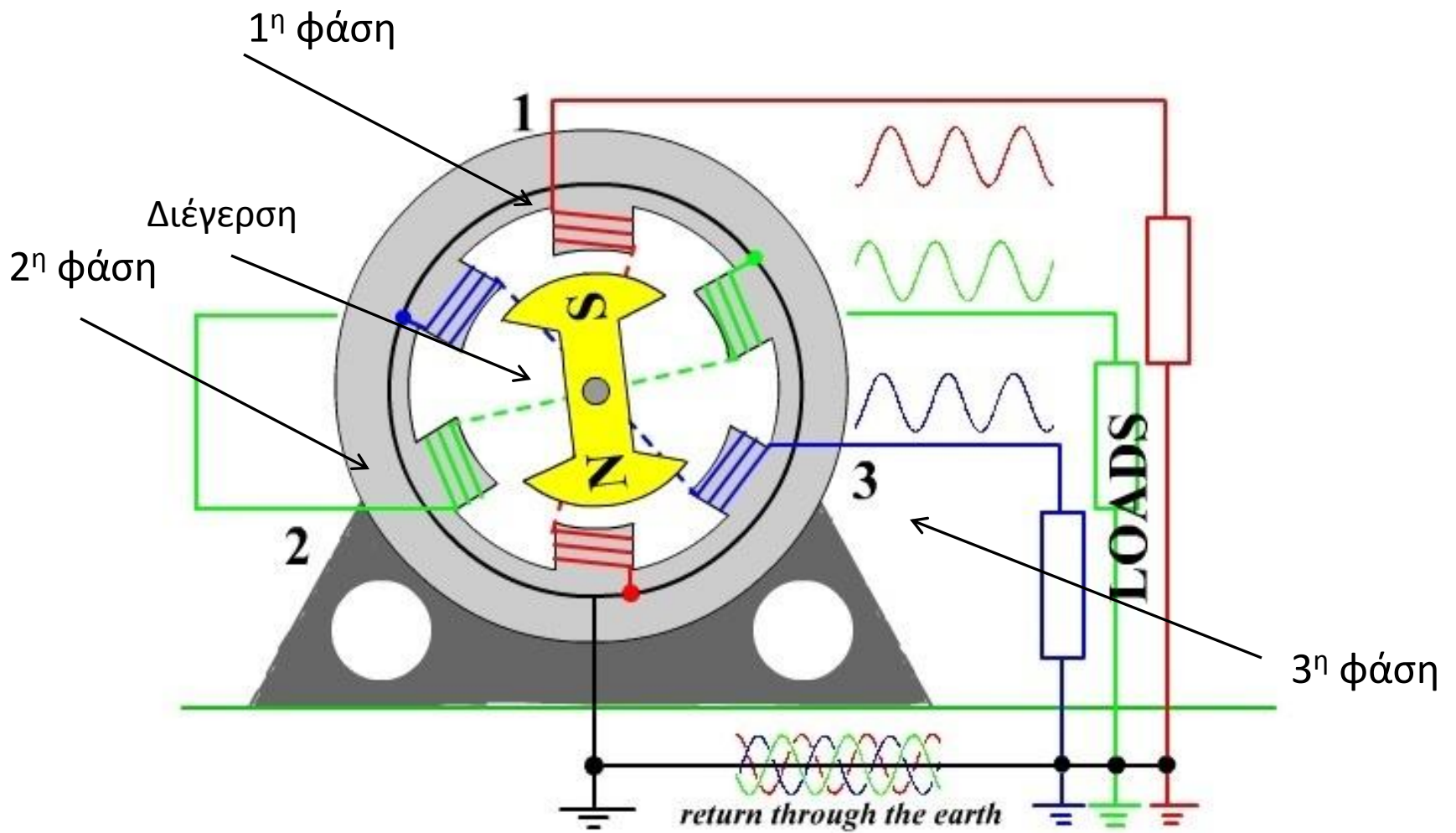
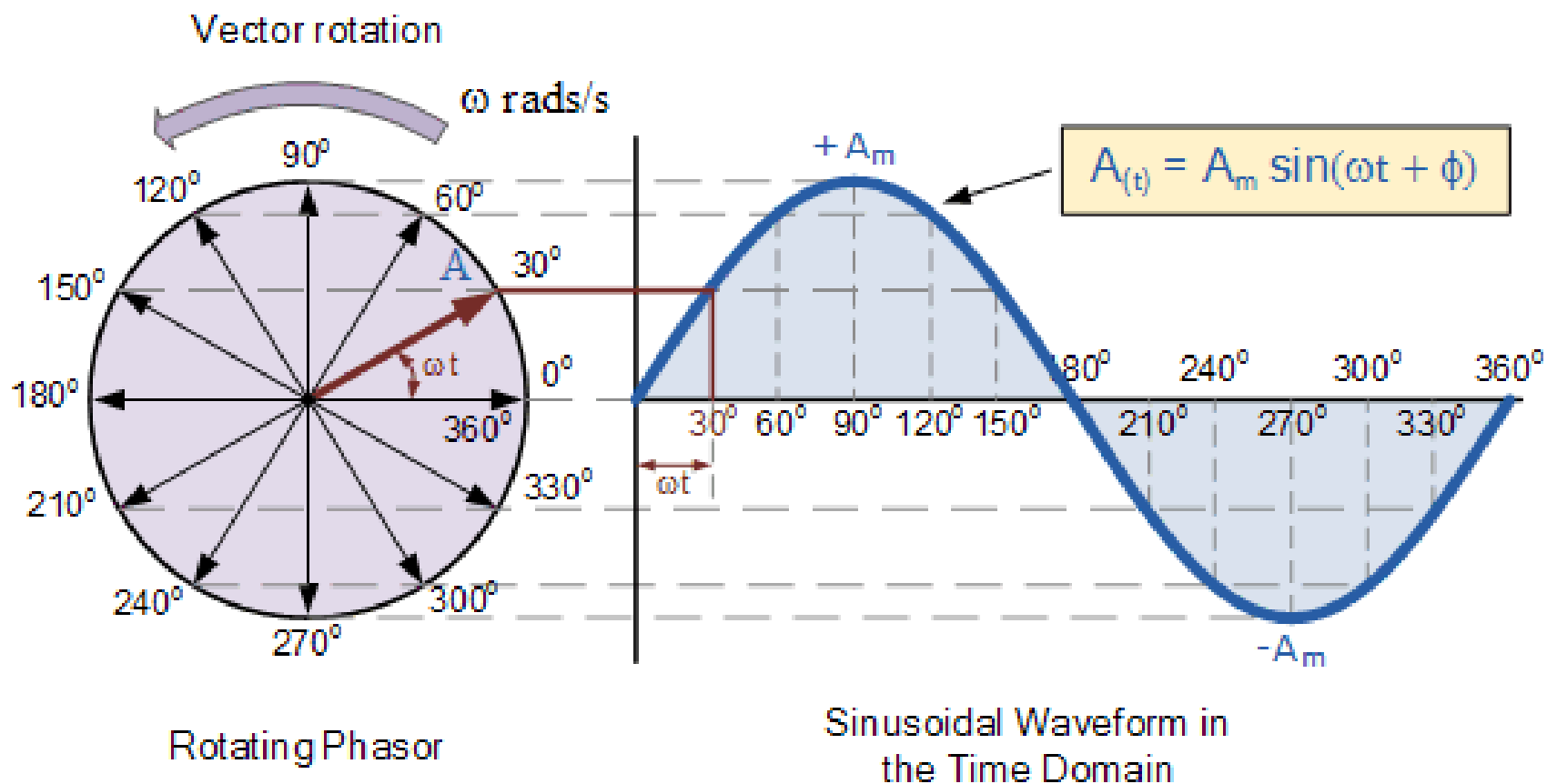


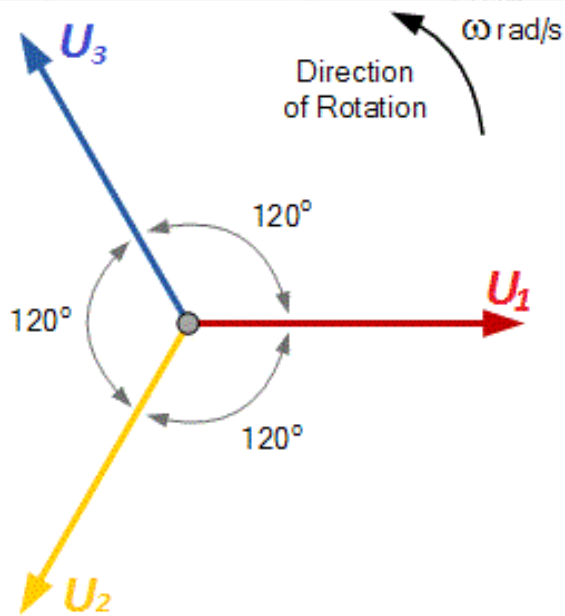
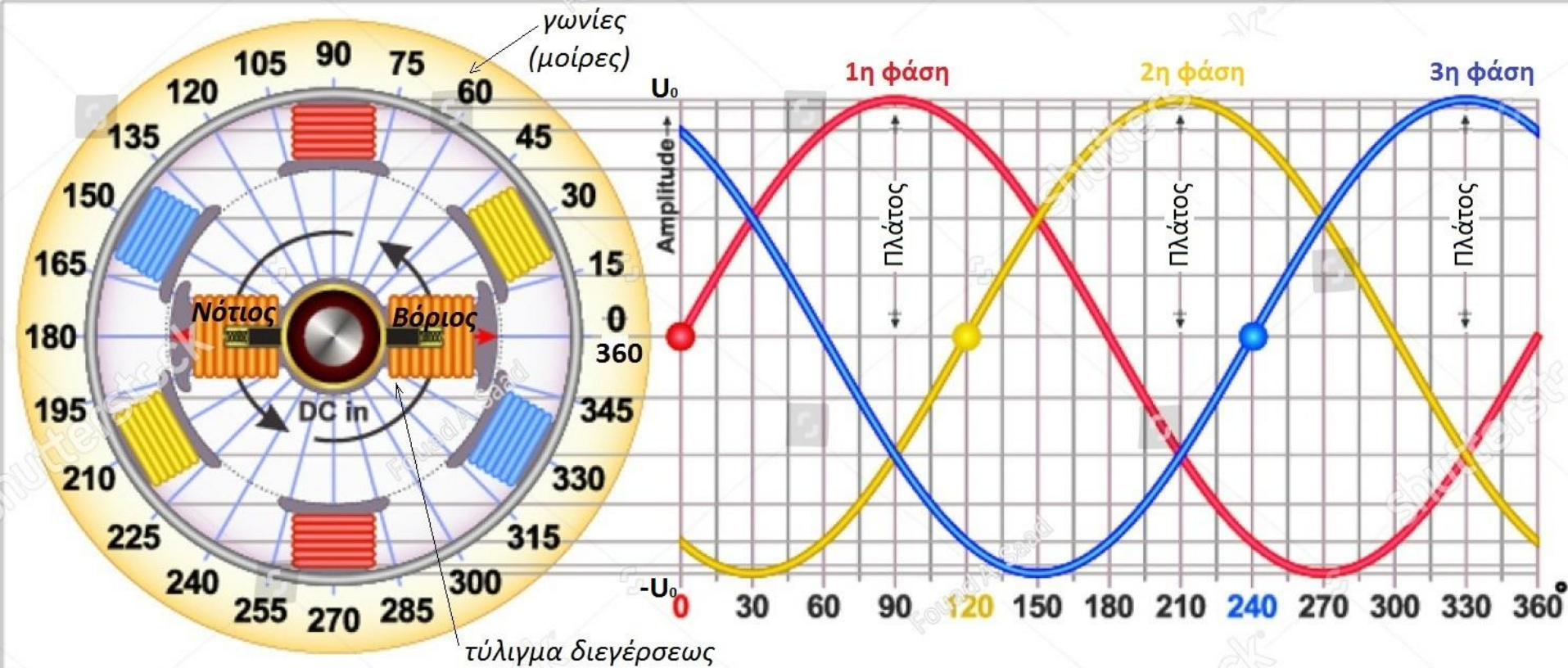
Τριφασικό Ρεύμα





3 phase AC generator



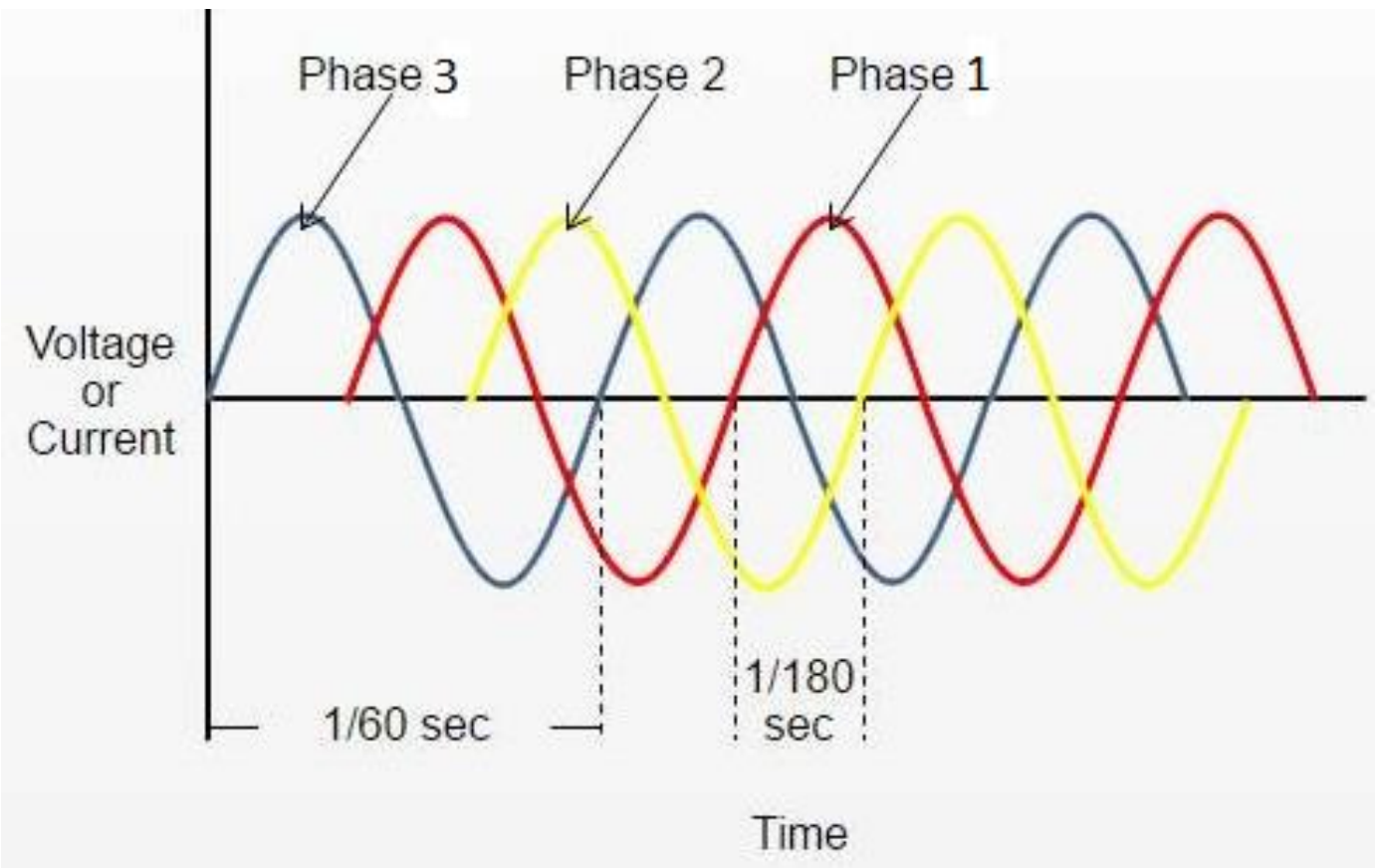


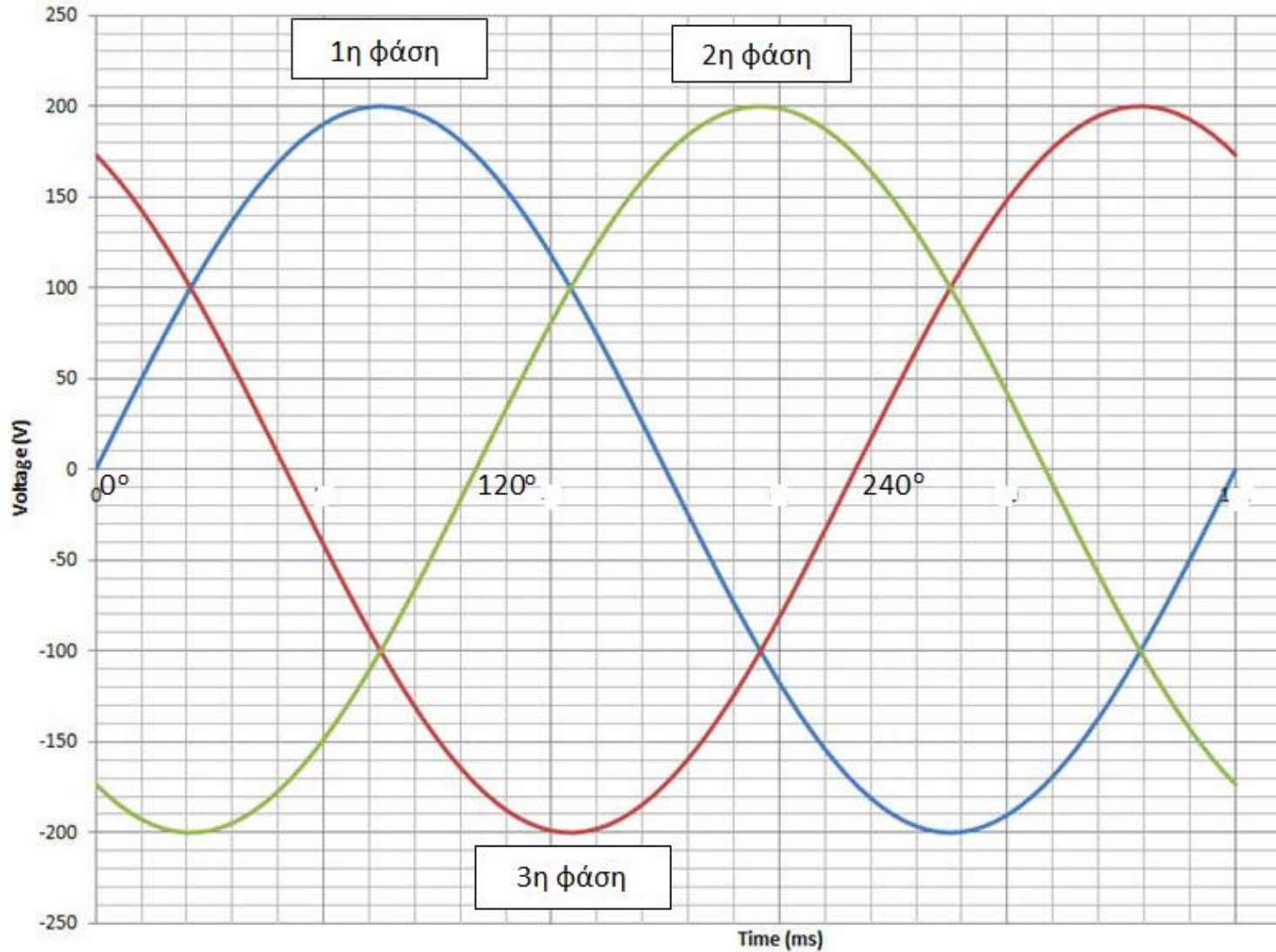
Οι εξισώσεις των τριών αυτών τάσεων:

$$u_1 = U_0 \eta \mu \omega t$$

$$u_2 = U_0 \eta \mu (\omega t - 120^\circ)$$

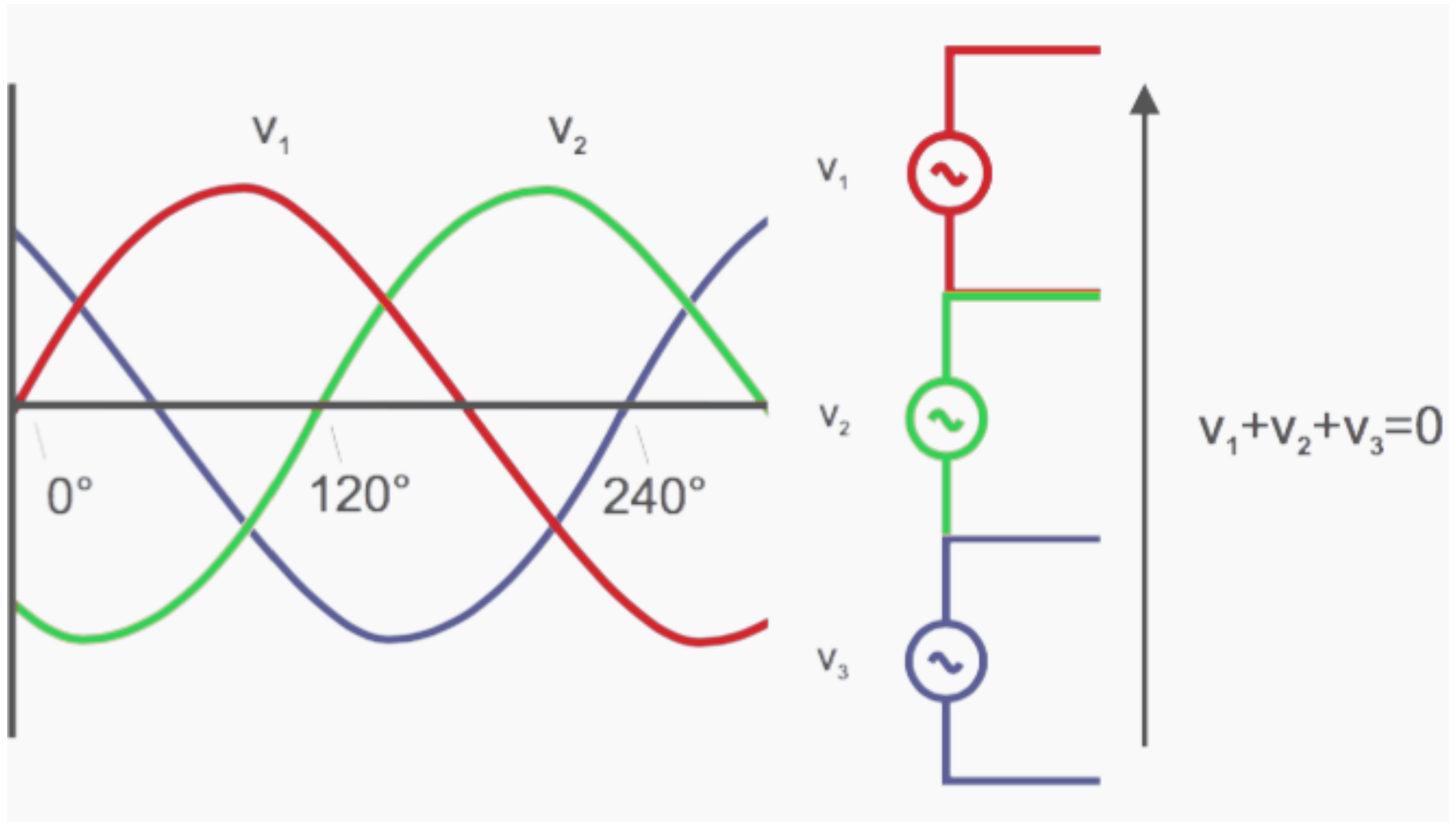
$$u_3 = U_0 \eta \mu (\omega t - 240^\circ)$$



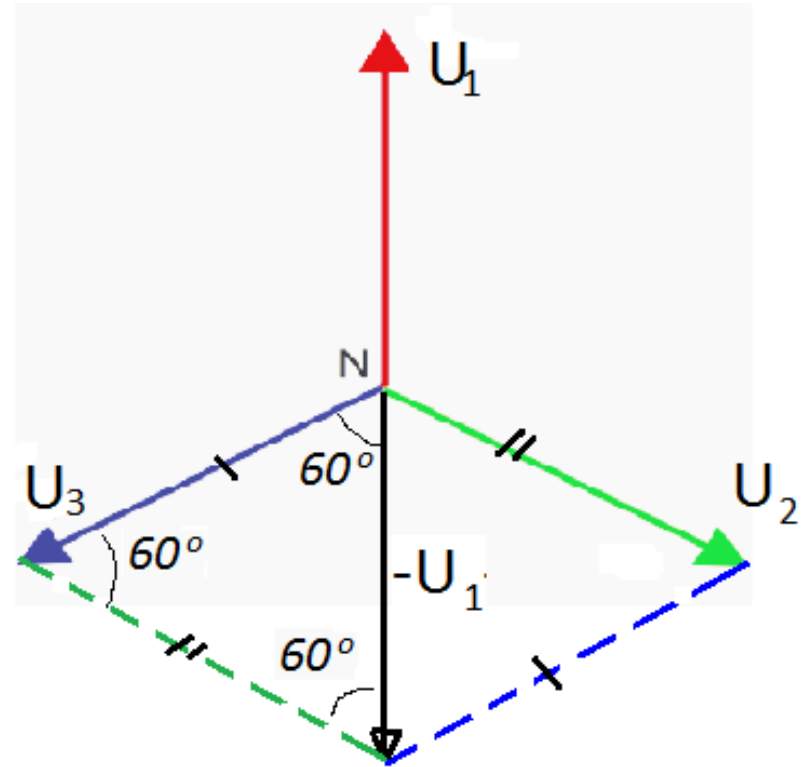
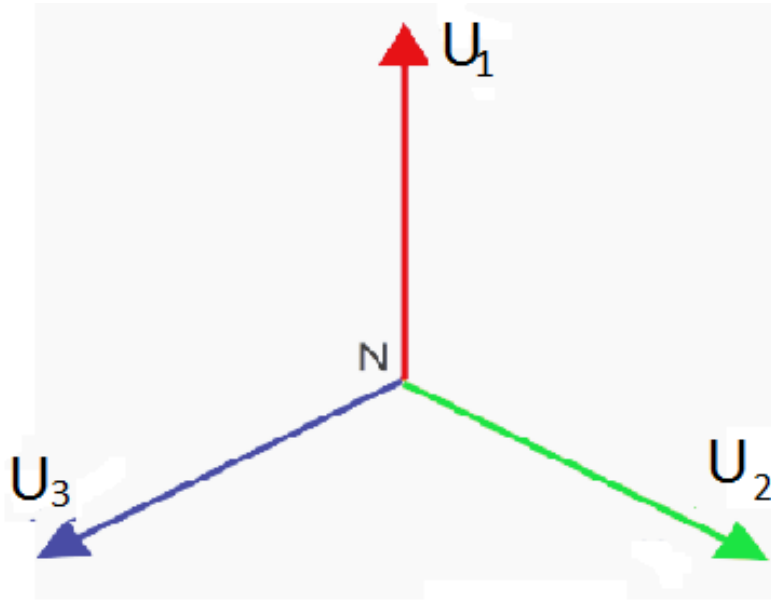


□ Οι τρεις στιγμιαίες τάσεις u_1 , u_2 , u_3 σε κάθε χρονική στιγμή δίνουν (αλγεβρικό) άθροισμα ίσο με το μηδέν:

$$u_1 + u_2 + u_3 = 0$$



Υπολογισμός του διανυσματικού αθροίσματος των τάσεων (υπολογιστικά)

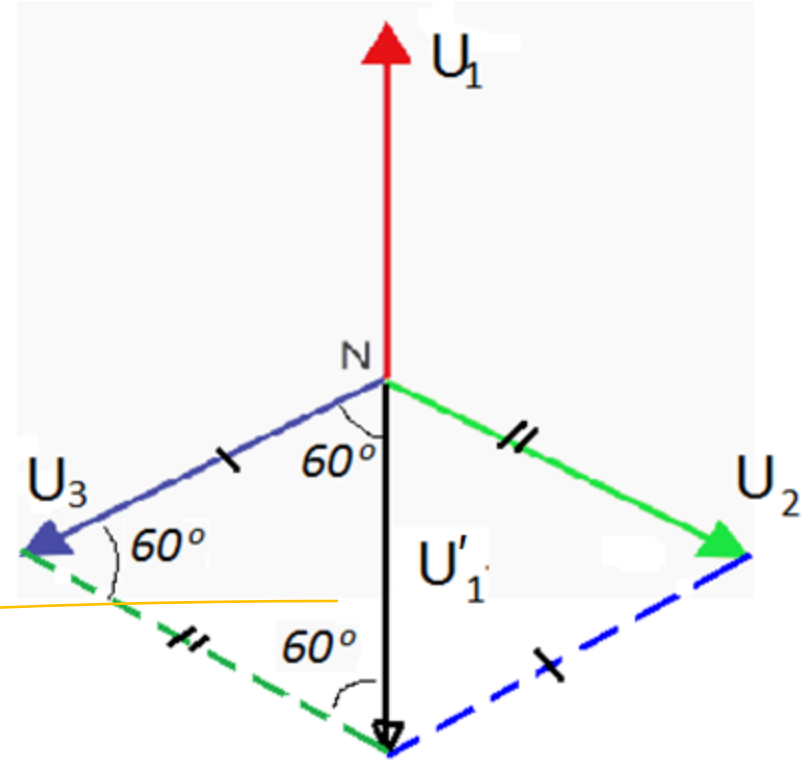
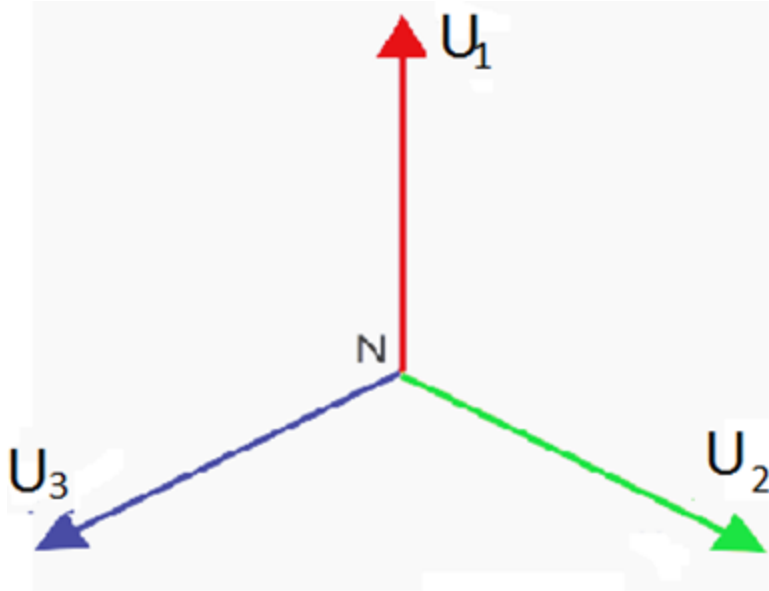


$$U_3 + U_2 = -U_1$$

$$\text{άρα: } -U_1 + U_1 = 0$$

$$\text{δηλαδή: } \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3 = 0$$

Υπολογισμός του διανυσματικού αθροίσματος των τάσεων (υπολογιστικά)



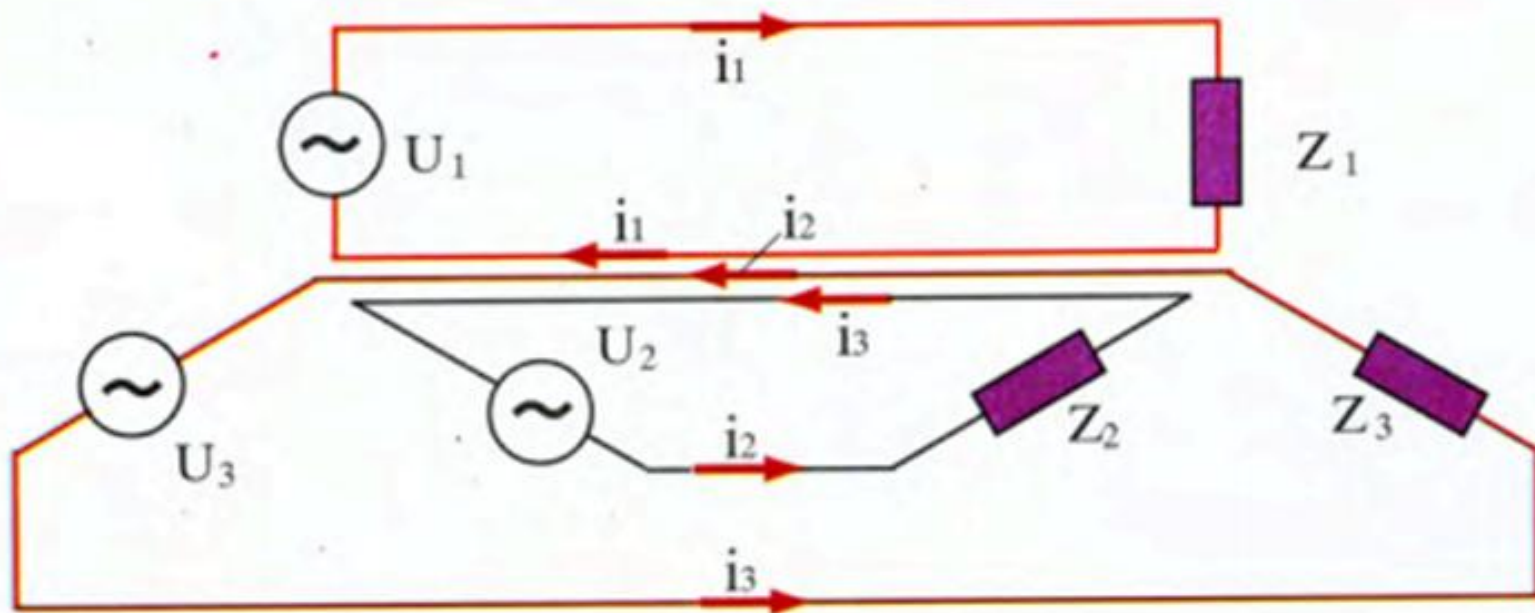
$$U'_1 = \sqrt{U_2^2 + U_3^2 + 2U_2U_3\cos(120^\circ)} = \sqrt{2U^2 + 2U^2\left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{2U^2 - U^2} = \sqrt{U^2} = U$$

$$\text{δηλαδή: } \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_3 = 0$$

Ανεξάρτητο Τριφασικό σύστημα

Τα τρία περιστρεφόμενα πλαίσια του σχήματος μπορούν να θεωρηθούν ως πηγές εναλλασσόμενης τάσης (τριφασική γεννήτρια).

Αν συνδέσουμε με αγωγούς καθεμιά από τις τρεις αυτές πηγές με αντίστοιχους καταναλωτές, καθένας από τους οποίους έχει αντίστοιχα σύνθετη αντίσταση Z_1 , Z_2 , Z_3 , θα έχουμε τα 3 κυκλώματα του σχήματος



Η στιγμιαία τιμή του ρεύματος σε κάθε κύκλωμα θα είναι:

$$i_1 = \frac{u_1}{Z_1}$$

$$i_2 = \frac{u_2}{Z_2}$$

$$i_3 = \frac{u_3}{Z_3}$$

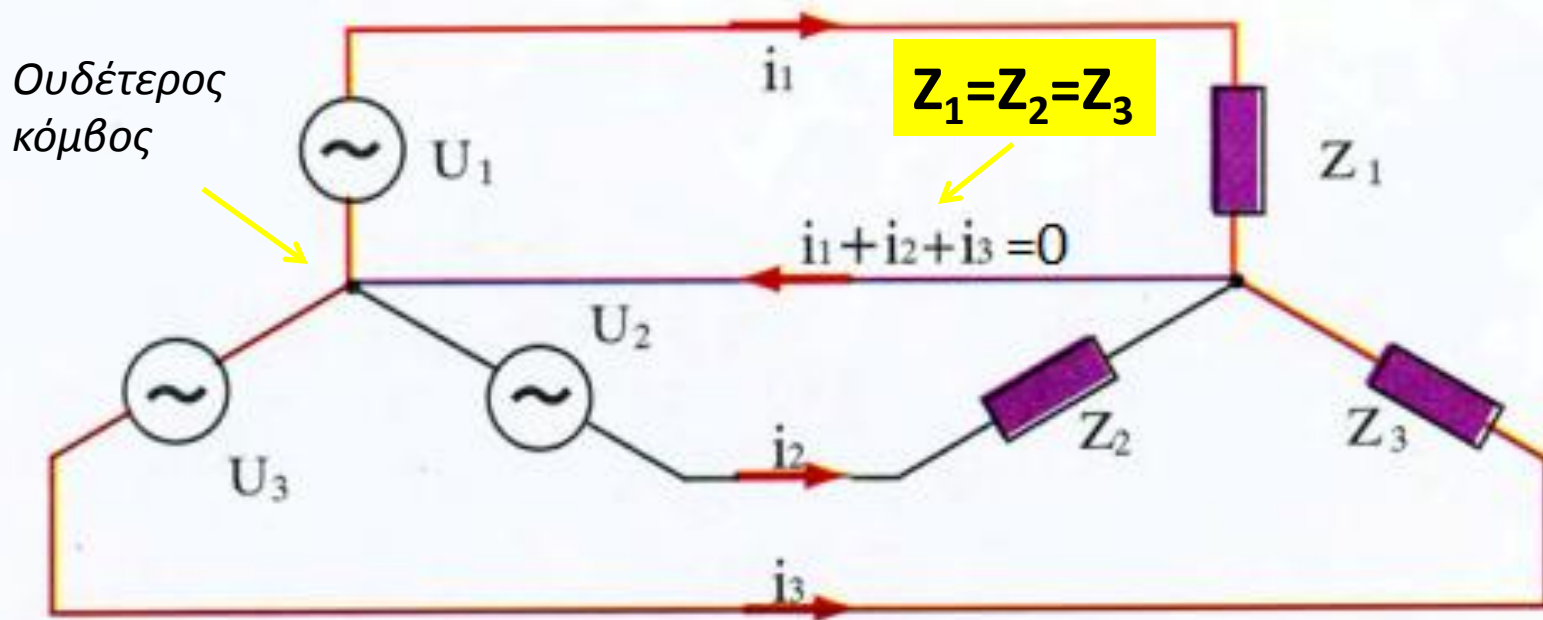
Υποθέτοντας ότι οι σύνθετες αντιστάσεις στα 3 κυκλώματα είναι ίσες:
 $Z_1 = Z_2 = Z_3$, τότε το άθροισμα των ρευμάτων δίνεται από τη σχέση:

$$i_1 + i_2 + i_3 = \frac{u_1}{Z} + \frac{u_2}{Z} + \frac{u_3}{Z} = \frac{u_1 + u_2 + u_3}{Z} = 0 \Rightarrow i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

Αλληλένδετο Τριφασικό σύστημα

δηλαδή:

- Το άθροισμα των στιγμιαίων τιμών των τριών ρευμάτων, όπως και των τάσεων, είναι ίσο με το μηδέν.

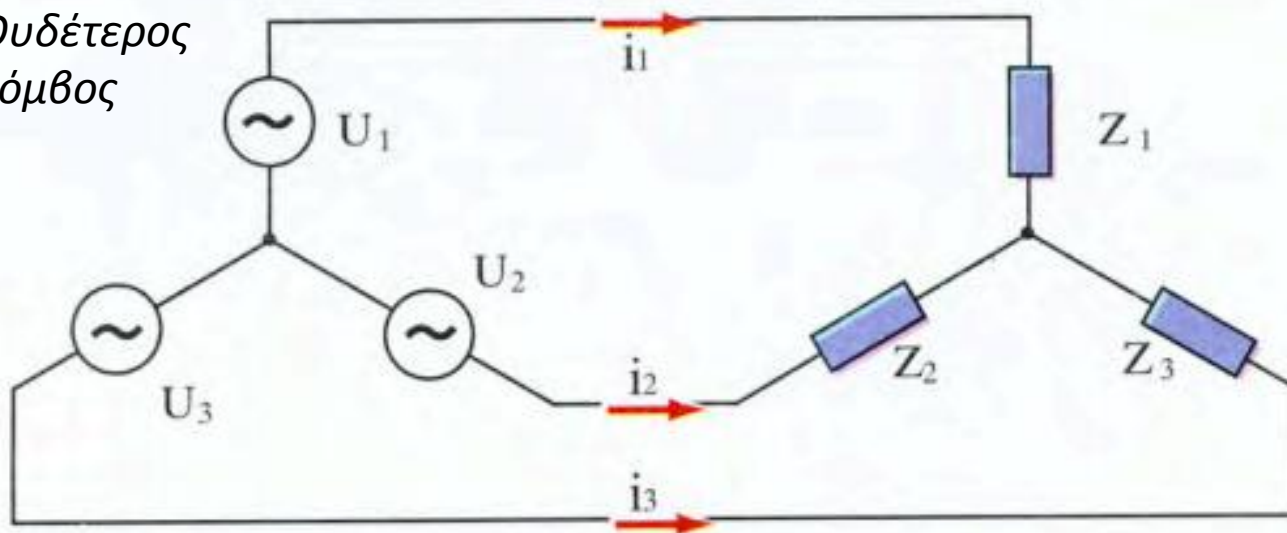


Αλληλένδετο Τριφασικό σύστημα

Στο προηγούμενο σχήμα οι 3 αγωγοί επιστροφής του ρεύματος από το φορτίο στην πηγή έχουν αντικατασταθεί από ένα κοινό αγωγό, ο οποίος διαρρέεται από το άθροισμα των 3 ρευμάτων $i_1 + i_2 + i_3$. Λόγω της σύνδεσης των 3 κυκλωμάτων, έχουμε ένα αλληλένδετο τριφασικό σύστημα. Ο κοινός αγωγός ονομάζεται **ουδέτερος** αγωγός, ενώ οι 3 αγωγοί που αντιστοιχούν στις 3 φάσεις, ονομάζονται **αγωγοί φάσης**.

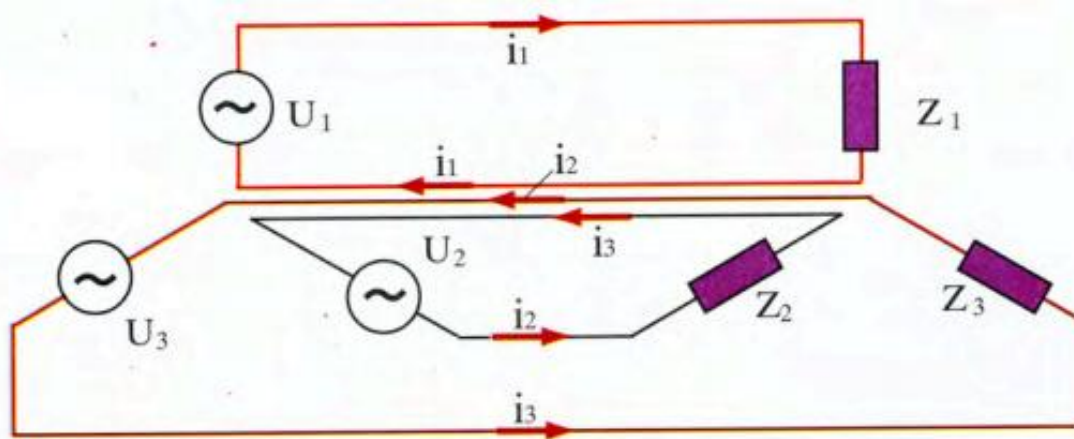
Αν τα ηλεκτρικά φορτία στις 3 φάσεις είναι ίσα, $Z_1 = Z_2 = Z_3$, τότε ο ουδέτερος αγωγός **δεν διαρρέεται** από ρεύμα και μπορεί να καταργηθεί.

Ουδέτερος
κόμβος



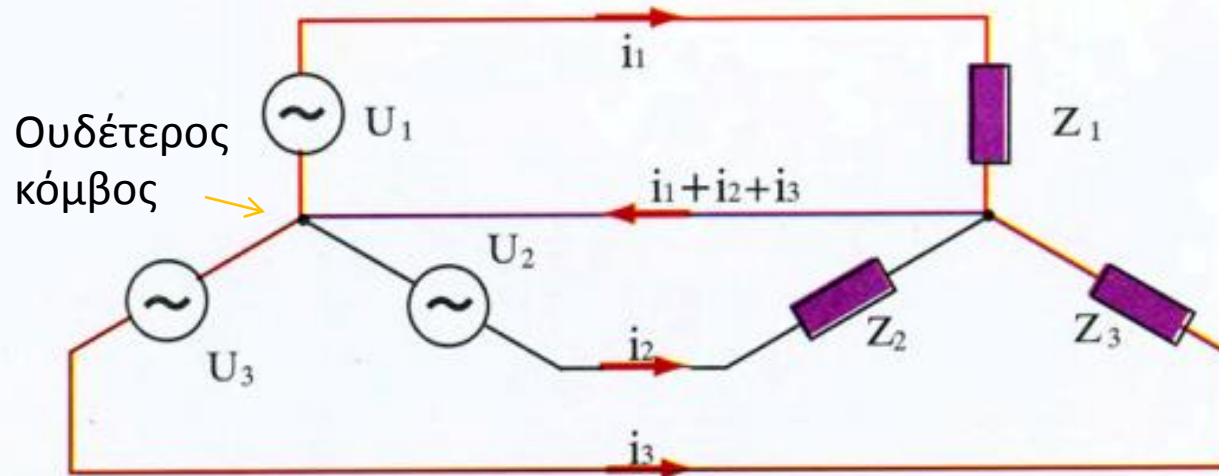
Εάν τα φορτία δεν είναι συμμετρικά, υπάρχουν δηλαδή διαφορετικές σύνθετες αντιστάσεις Z_1, Z_2, Z_3 σε κάθε φάση, τότε $i_1 + i_2 + i_3 \neq 0$ και ο ουδέτερος διαρρέεται από ρεύμα.

Στην πράξη, η ενεργός τιμή αυτού του ρεύματος δεν ξεπερνά την ενεργό τιμή του μεγαλύτερου από τα ρεύματα I_1, I_2, I_3 που κυκλοφορούν στις 3 φάσεις. Μπορεί επομένως ο ουδέτερος αγωγός να κατασκευαστεί με αγωγό ίδιας ή μικρότερης διατομής σε σχέση με τους αγωγούς φάσης.



**Ανεξάρτητο
3-φασικό
σύστημα**

Αντί να χρησιμοποιηθούν 6 αγωγοί για τη μεταφορά της ηλεκτρικής ενέργειας, όπως φαίνεται στο προηγ. σχήμα μπορούν να χρησιμοποιηθούν 4 αγωγοί (3 φάσεις και ουδέτερος) όπως φαίνεται στο επόμενο σήμα ή στην περίπτωση συμμετρικών καταναλώσεων, μόνον 3 αγωγοί (οι 3 φάσεις χωρίς ουδέτερο) όπως στο σχήμα. Επιτυγχάνεται έτσι **σημαντική οικονομία** στο κόστος κατασκευής και λειτουργίας των γραμμών μεταφοράς ηλεκτρικής ενέργειας.

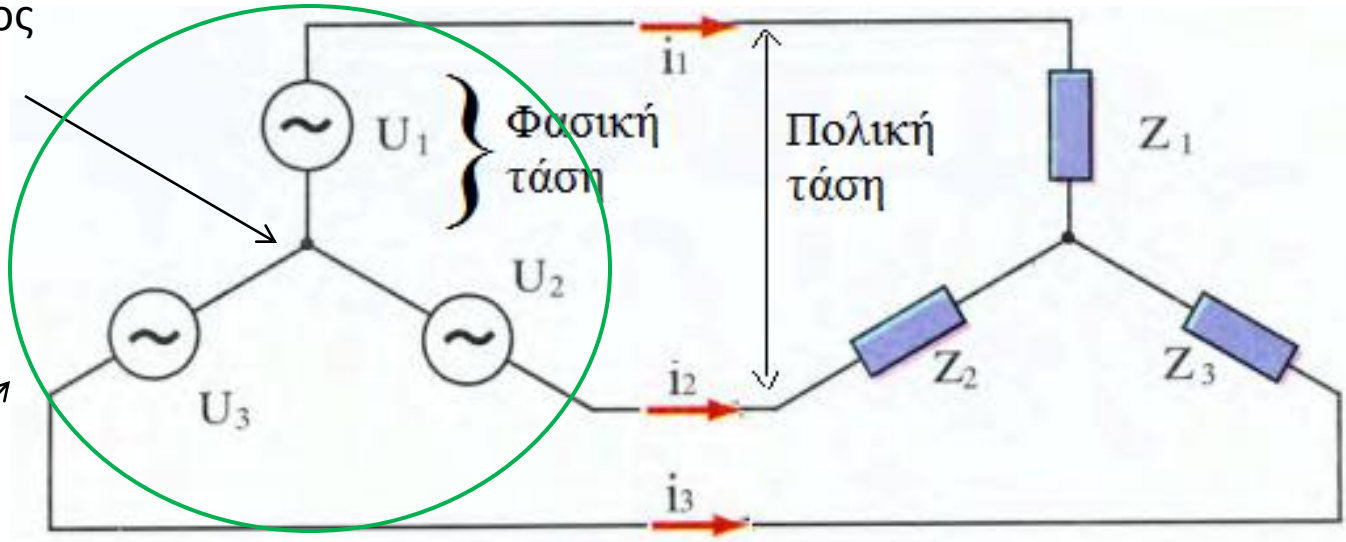


**Αλληλένδετο
3-φασικό
σύστημα**

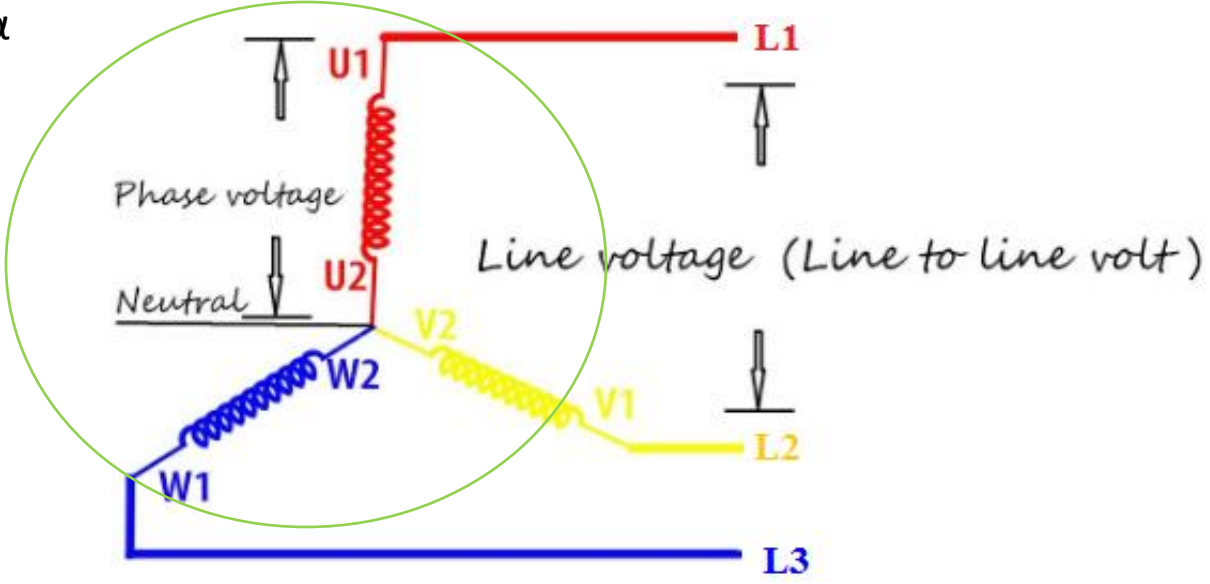
$$Z_1 \neq Z_2 \neq Z_3$$

$$i_1 + i_2 + i_3 \neq 0$$

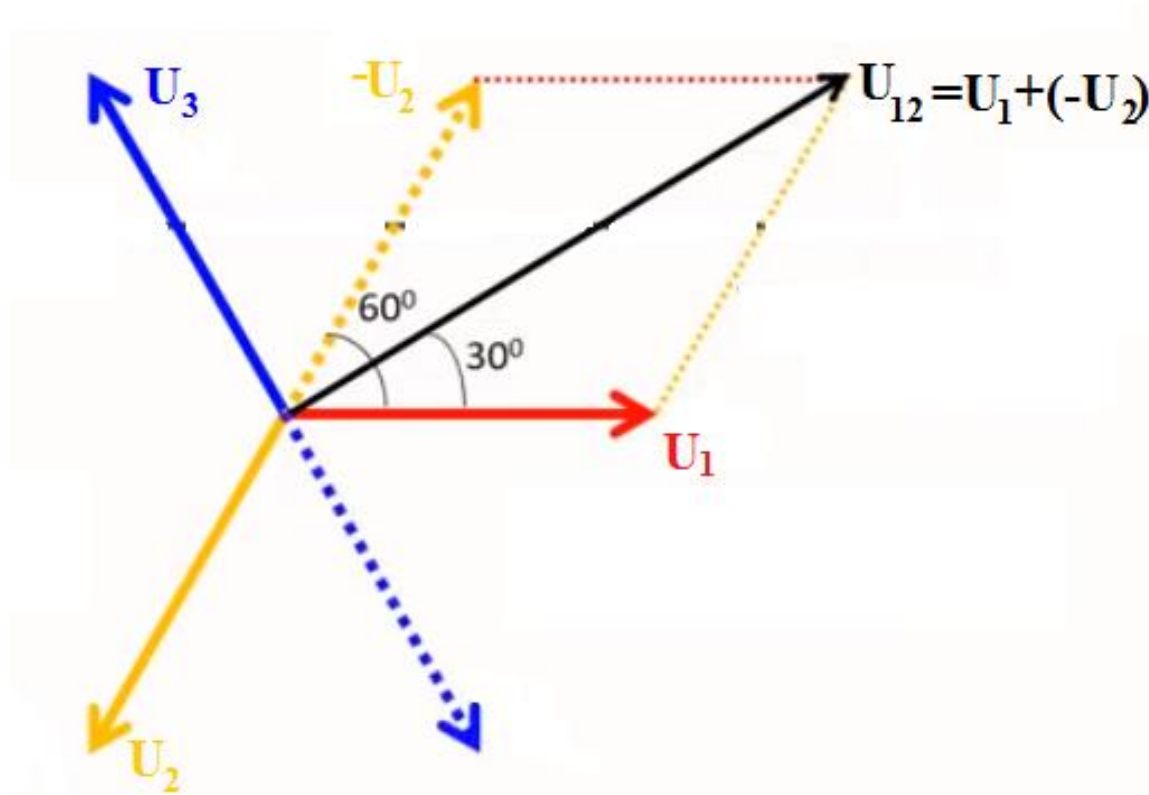
Ουδέτερος
κόμβος

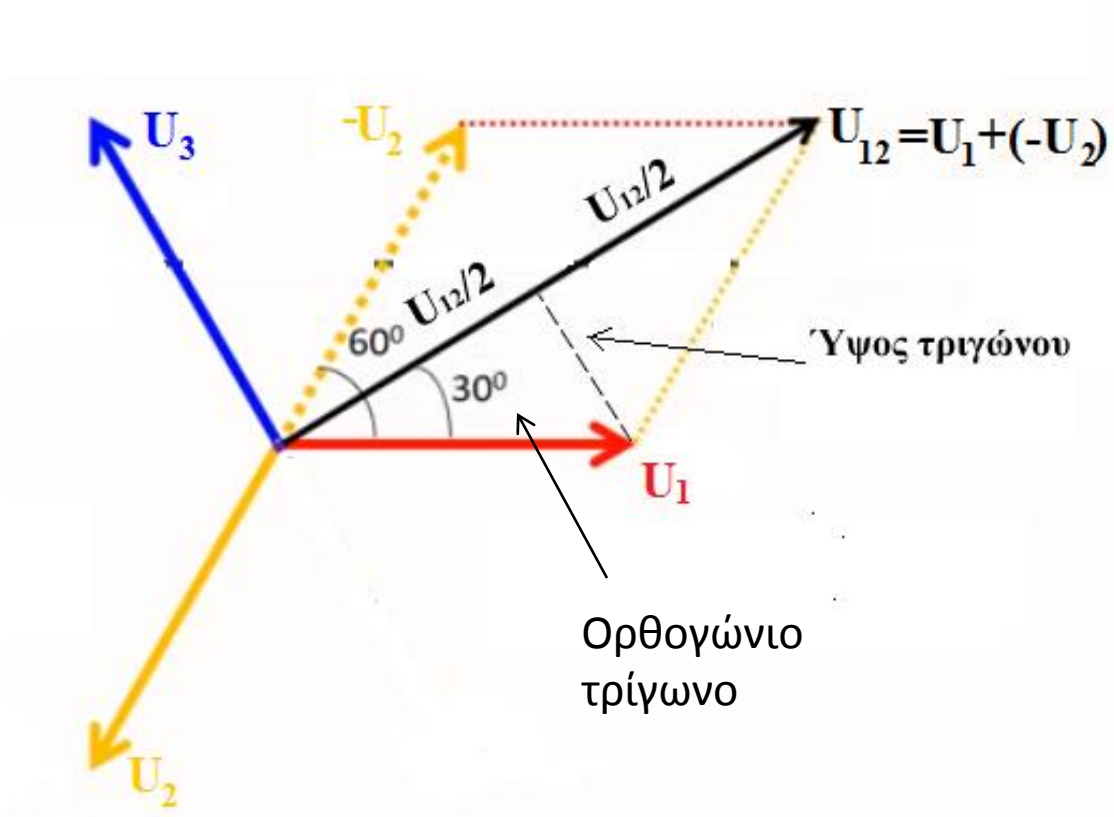


Τριφασική
γεννήτρια



Η πρόσθεση δύο φασικών τάσεων δίνει την πολική τάση





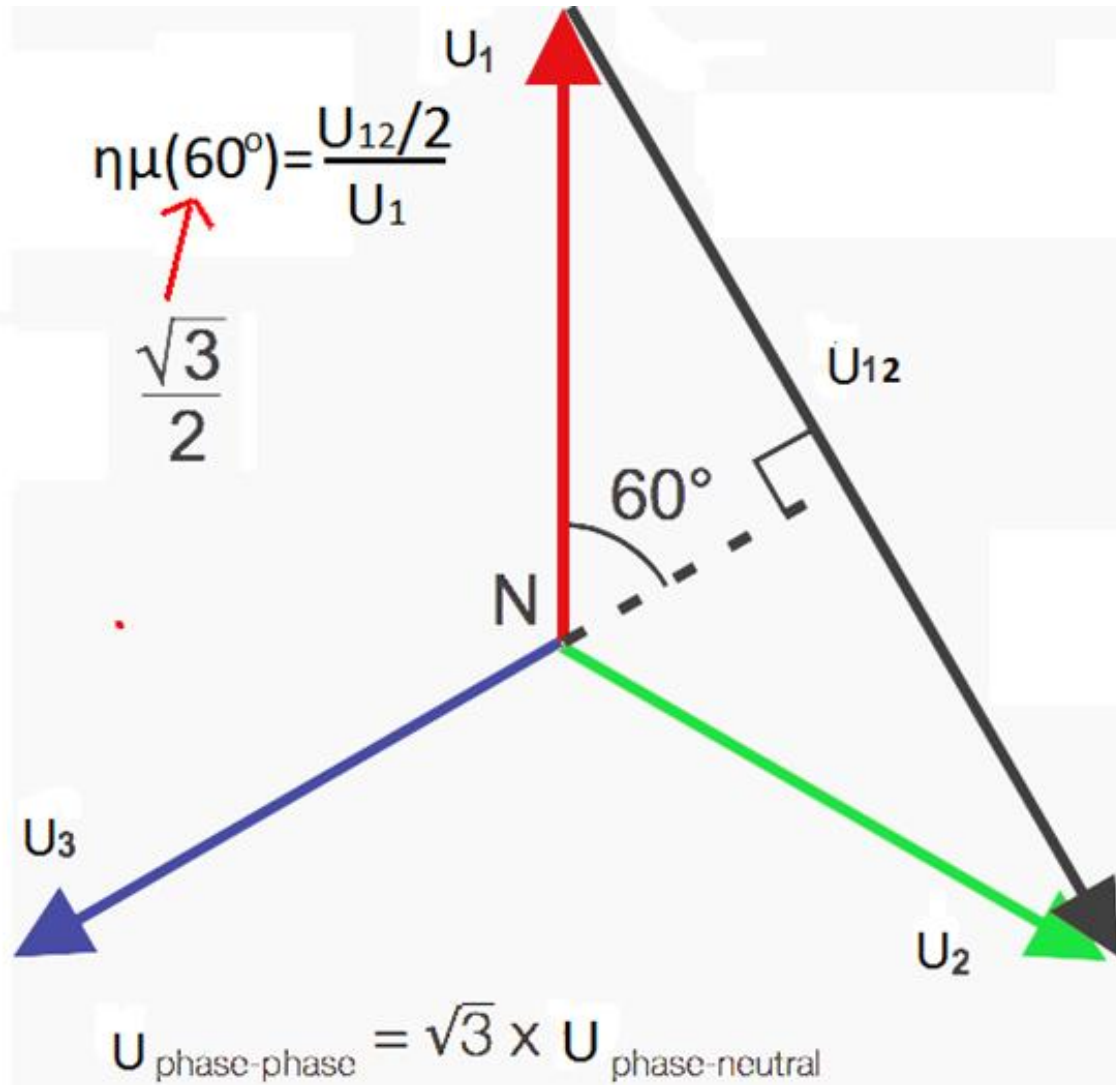
$$\sigma\upsilon\nu(30^\circ) = \frac{U_{12}/2}{U_1} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{U_{12}/2}{U_1} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{U_{12}}{2U_1}$$

$$\acute{\eta} \quad \sqrt{3} = \frac{U_{12}}{U_1} \Rightarrow U_{12} = \sqrt{3}U_1$$

Άρα:

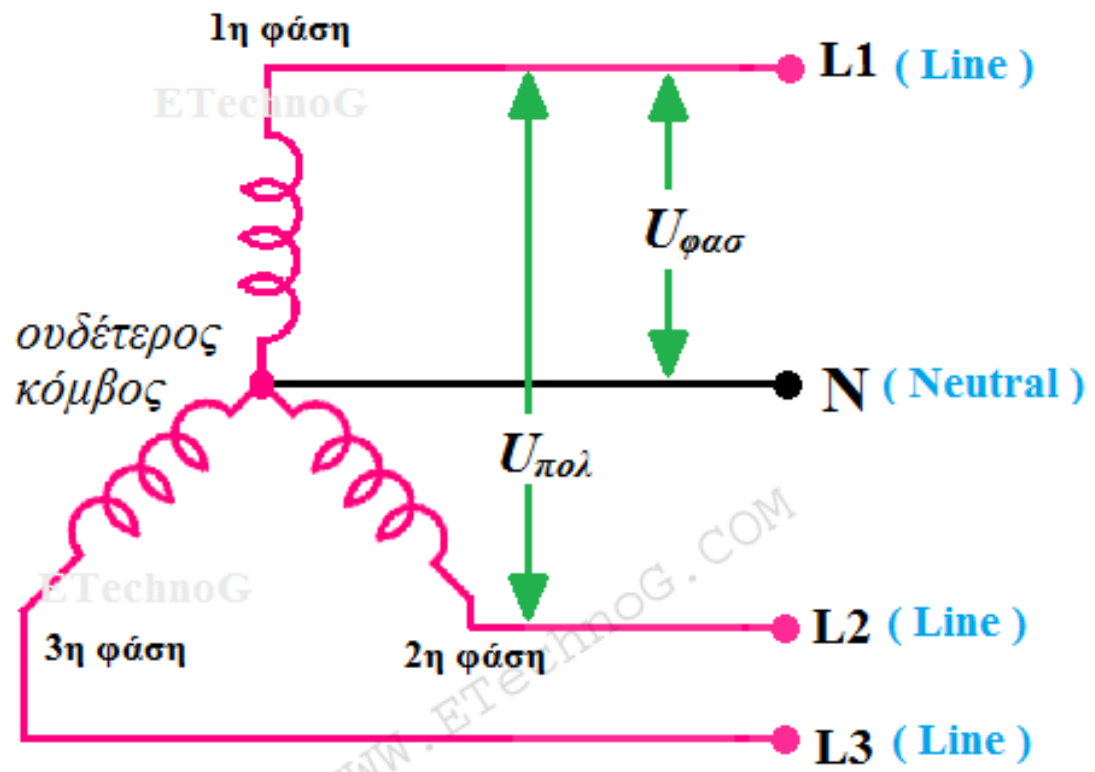
$$U_{\pi\omicron\lambda} = \sqrt{3}U_{\phi\alpha\sigma}$$

Άλλος τρόπος υπολογισμού της πολικής τάσης



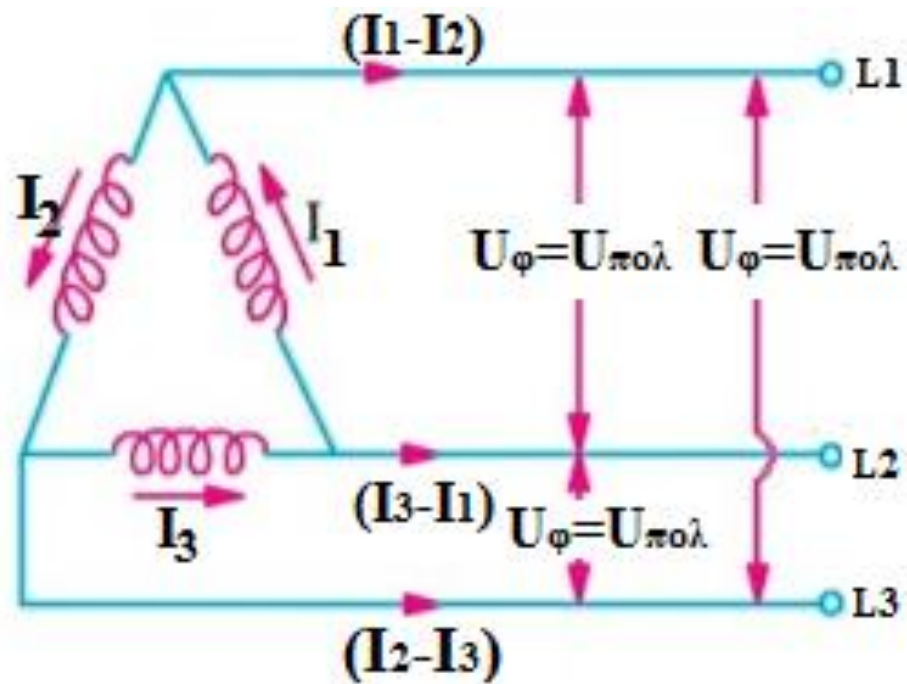
□ Η τάση που επικρατεί μεταξύ των αγωγών φάσης (U_{12}, U_{23}, U_{31}) σε ένα τριφασικό σύστημα ρευμάτων ονομάζεται πολική τάση U_π .

Σύνδεση τριφασικής γεννήτριας κατά **αστέρα**

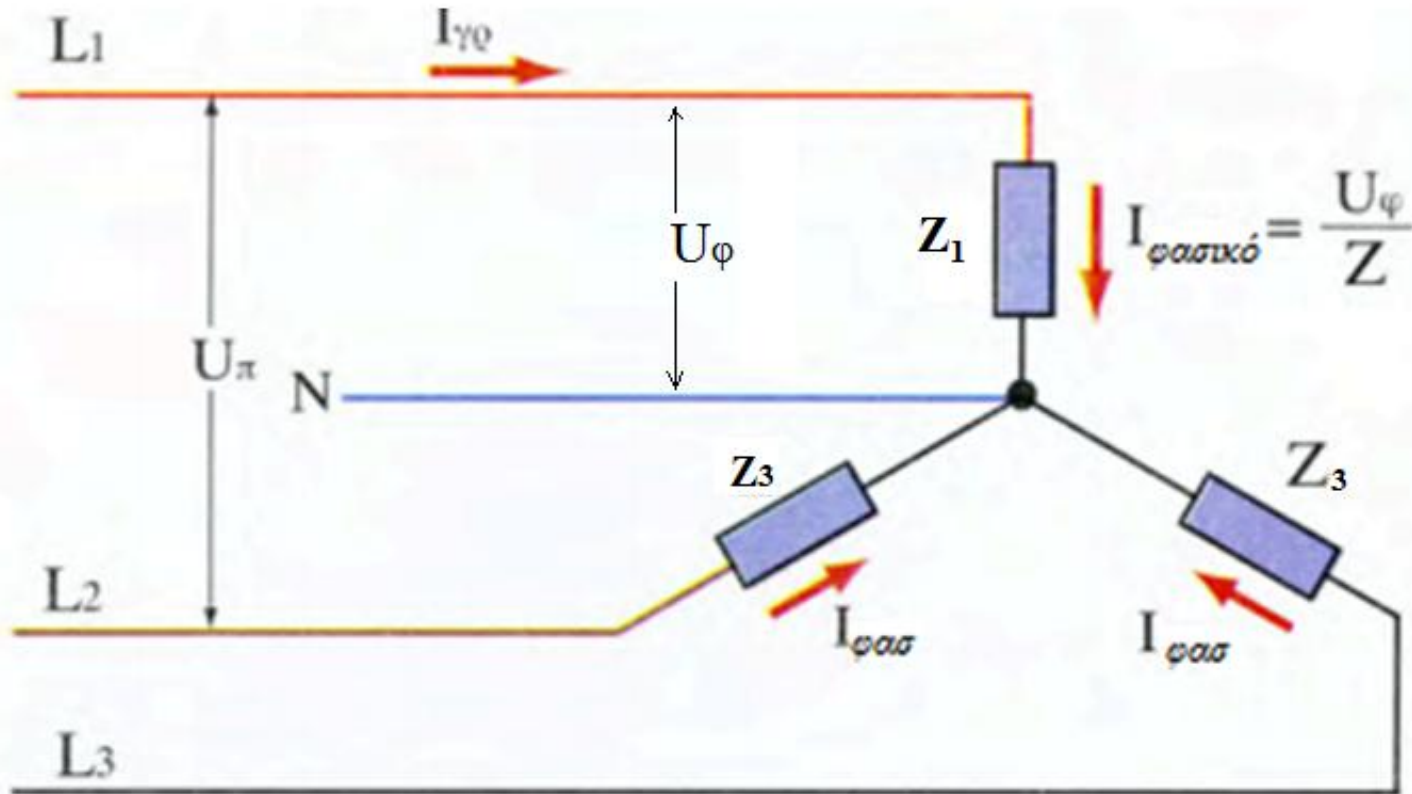


STAR Connection

Σύνδεση τριφασικής γεννήτριας κατά **τρίγωνο**



Σύνδεση τριφασικών φορτίων κατά αστέρα (Y)



$$I_{\gamma\rho} \equiv I_{\phi\alpha\sigma}$$

Στο σχήμα οι καταναλωτές με σύνθετη αντίσταση Z είναι συνδεδεμένοι σε **αστέρα**.

Στα άκρα κάθε καταναλωτή υπάρχει η φασική τάση U_{ϕ} . Το ρεύμα που διαρρέει κάθε καταναλωτή (ενεργός τιμή) δίδεται σύμφωνα με το νόμο του Ωμ από τη σχέση:

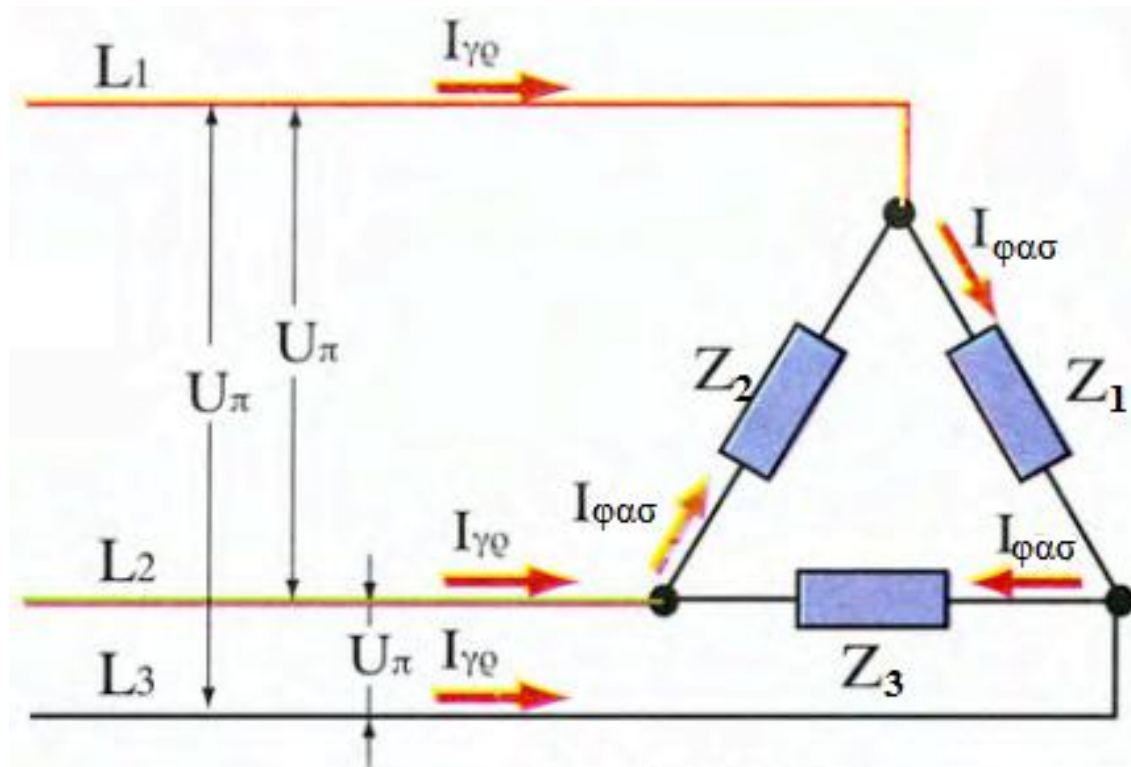
$$I_{\phi\alpha\sigma} = \frac{U_{\phi}}{Z}$$

Το ίδιο ρεύμα που διαρρέει τους αγωγούς L_1, L_2, L_3 , (ρεύμα γραμμής), στη συνδεσμολογία αστέρα διαρρέει και τους καταναλωτές:

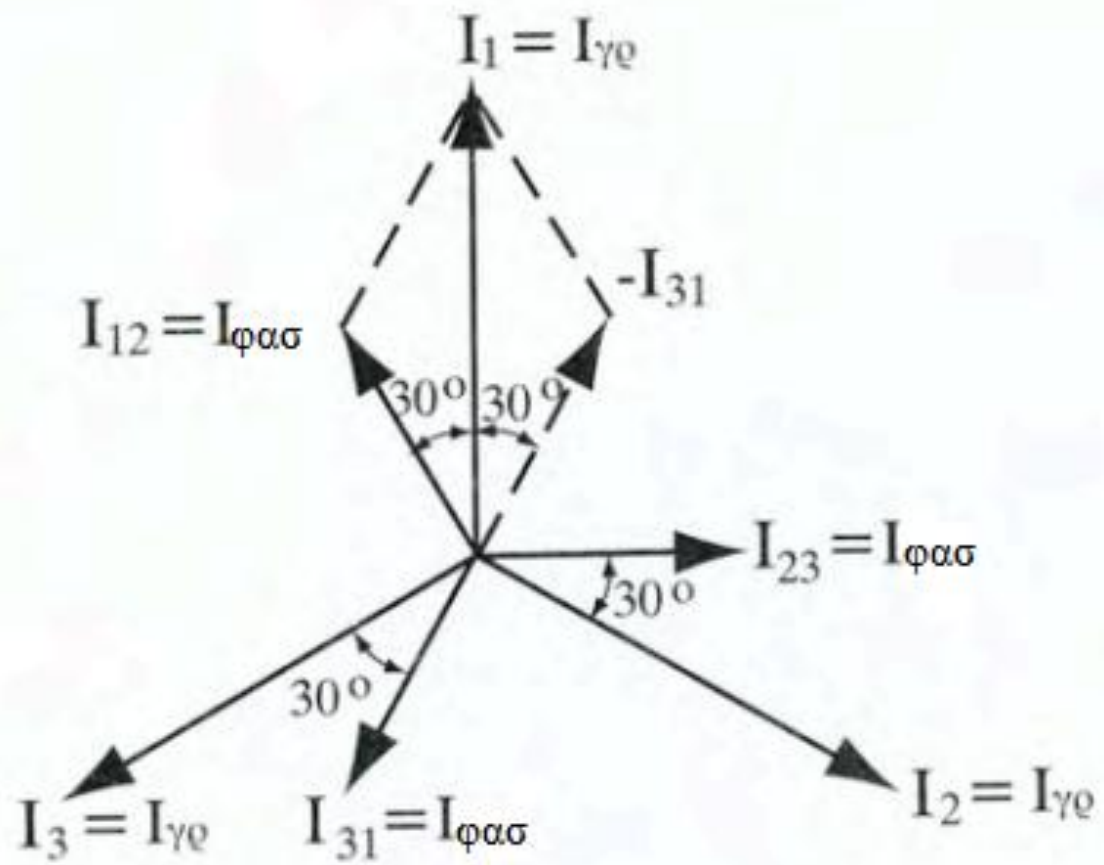
$$I_{\text{γραμμής}} = I_{\phi\alpha\sigma}$$

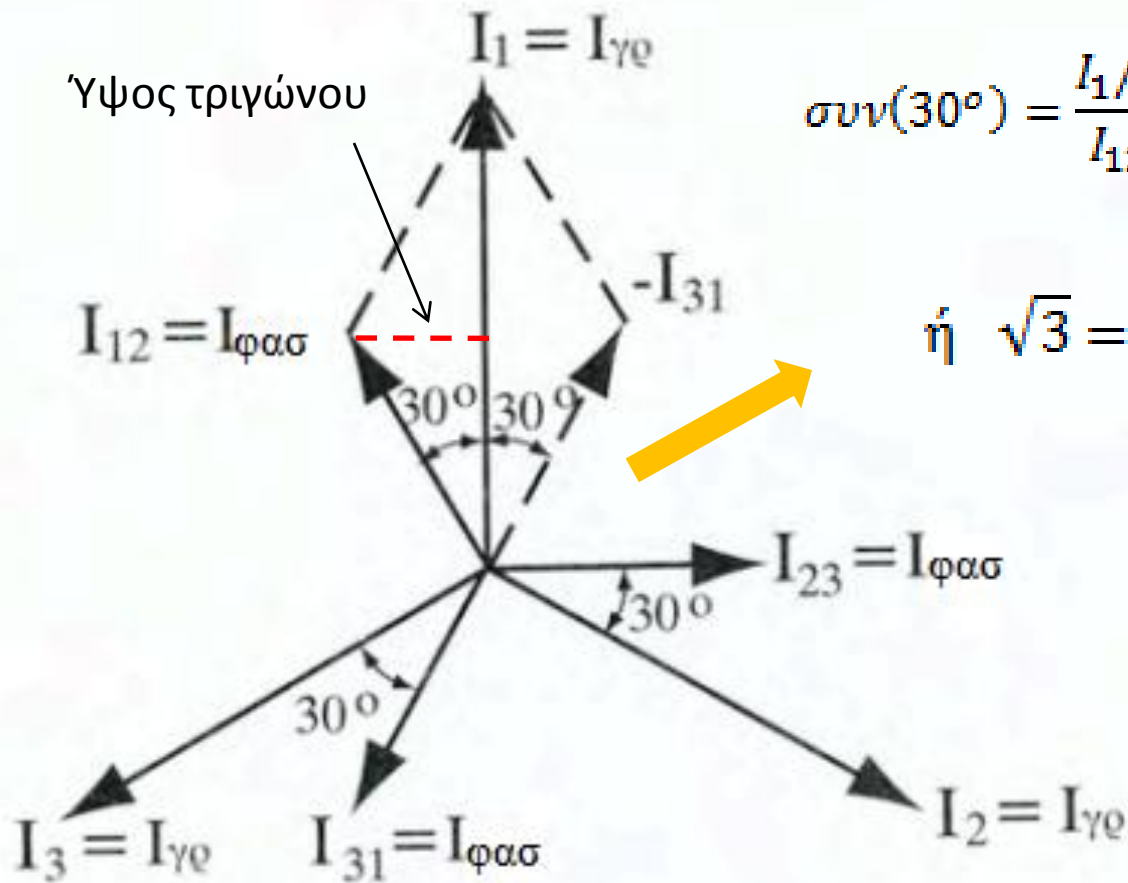
Εφόσον τα ρεύματα είναι ισορροπημένα, δηλαδή, τα φορτία είναι όμοια ο ουδέτερος αγωγός δε διαρρέεται από ρεύμα.

Σύνδεση τριφασικών φορτίων κατά τρίγωνο (Δ ή D)



$$U_{\pi\phi\lambda} \equiv U_{\phi\alpha\sigma}$$



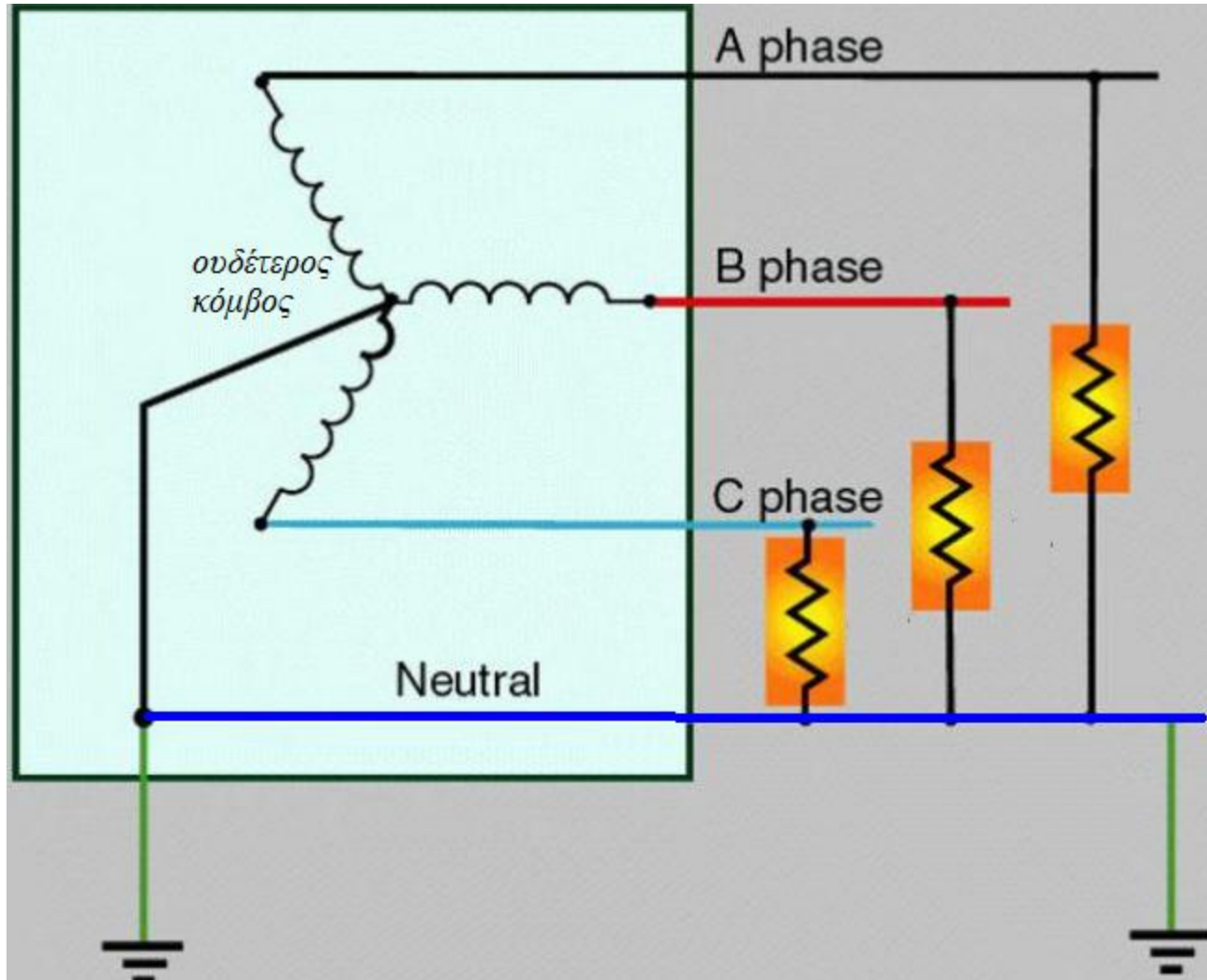


$$\cos(30^\circ) = \frac{I_1/2}{I_{12}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{I_1/2}{I_{12}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{I_1}{2I_{12}}$$

$$\text{ή } \sqrt{3} = \frac{I_1}{I_{12}} \Rightarrow I_{1(\gamma\rho)} = \sqrt{3}I_{12}$$

$$I_{\gamma\rho} = \sqrt{3}I_{\phi\alpha\sigma}$$

Τριφασική παροχή



1° ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

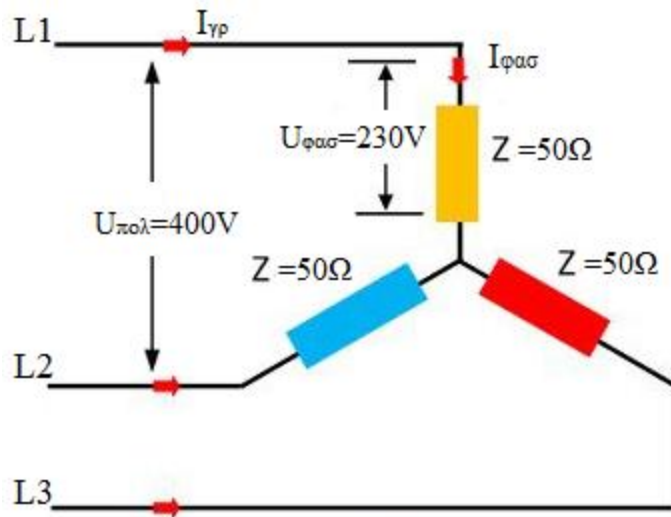
Σε ένα τριφασικό σύστημα 230/400V τρία όμοια φορτία $Z=50\Omega$, συνδέονται:

- α) Κατά αστέρα
- β) Κατά τρίγωνο

Να υπολογιστεί το ρεύμα γραμμής (κάθε φάσης) στις δύο παραπάνω συνδεσμολογίες.

Λύση

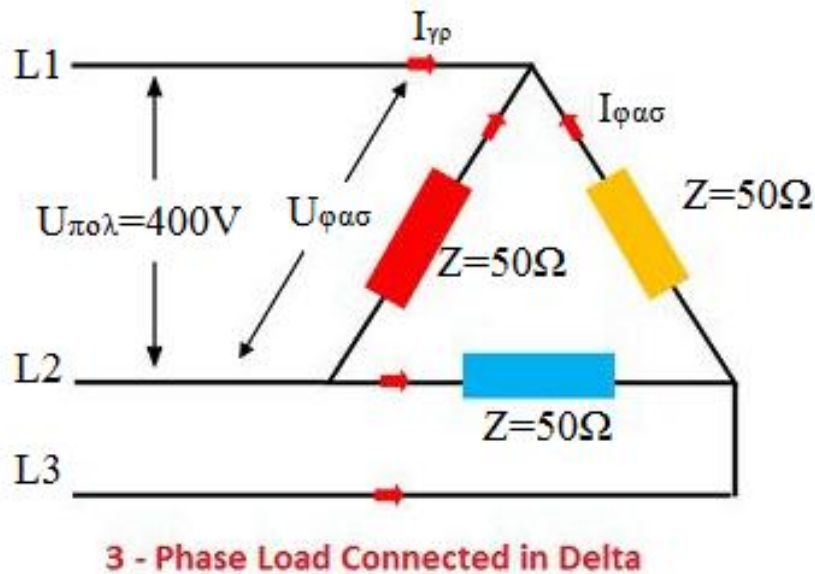
Αστέρα



3 - Phase Load Connected in Star

$$I_{\phi\alpha\sigma} = \frac{U_{\phi\alpha\sigma}}{Z} = \frac{230}{50} = 4,6A$$

$$I_{\gamma\rho} = I_{\phi\alpha\sigma} = 4,6A$$



Τρίγωνο

$$I_{\phi\alpha\sigma} = \frac{U_{\pi\omicron\lambda}}{Z} = \frac{400}{50} = 8\text{A}$$

$$I_{\gamma\rho} = \sqrt{3}I_{\phi\alpha\sigma} = \sqrt{3} * 8 = 13,8\text{A}$$

Συμπέρασμα: Το ρεύμα γραμμής στην συνδεσμολογία τριγώνου είναι τριπλάσιο από το αντίστοιχο του αστέρα, δηλαδή:

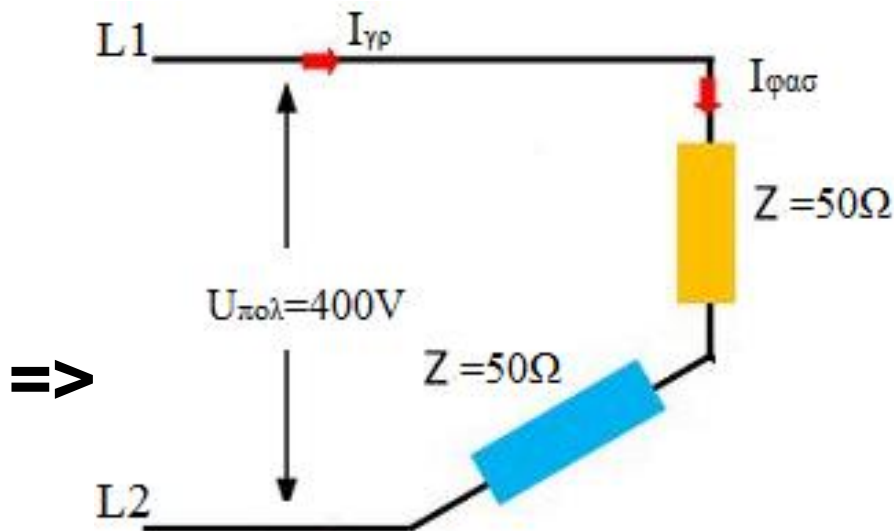
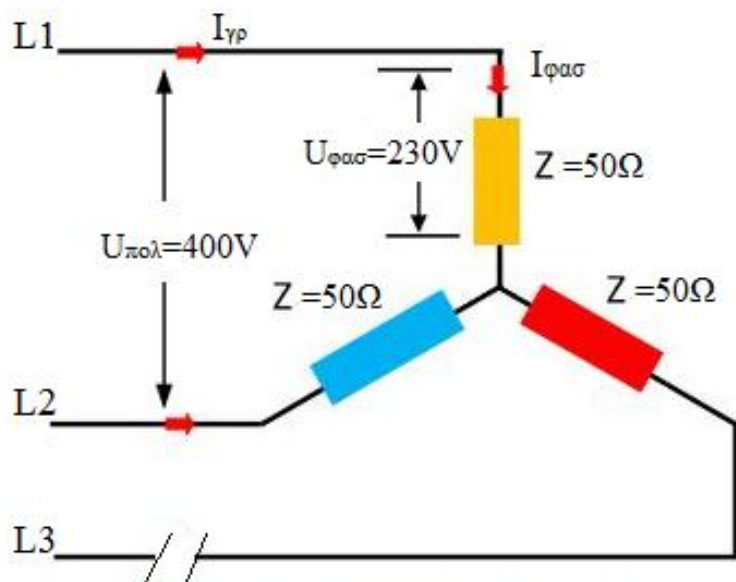
$$I_{\gamma\rho(\text{τριγ.})} = 3I_{\gamma\rho(\text{αστ.})}$$

2^ο ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Στο προηγούμενο παράδειγμα να υπολογιστούν τα ρεύματα γραμμής όταν στην περίπτωση αστέρα (α) και τριγώνου (β) κοπεί μια φάση.

Λύση

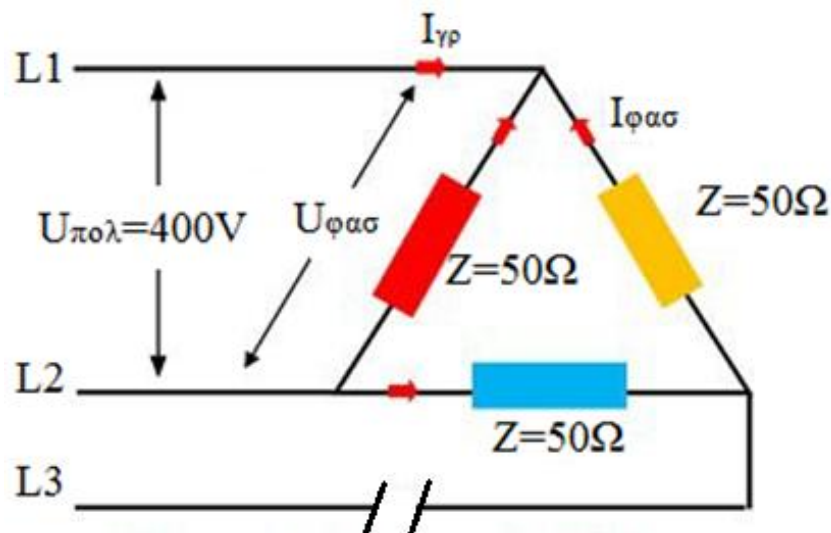
α) αστέρα



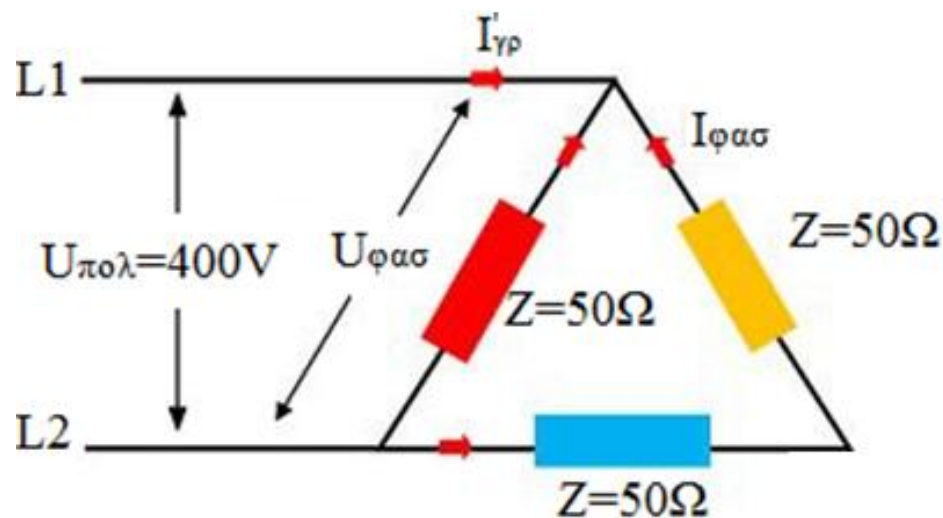
Το σύστημα παύει να είναι τριφασικό άρα η ολική αντίσταση είναι:

$$I'_{\text{γρ}} = \frac{U_{\text{πολ}}}{Z + Z} = \frac{U_{\text{πολ}}}{2Z} = \frac{400}{2 * 50} = 4\text{A}$$

β) τρίγωνο



\Rightarrow

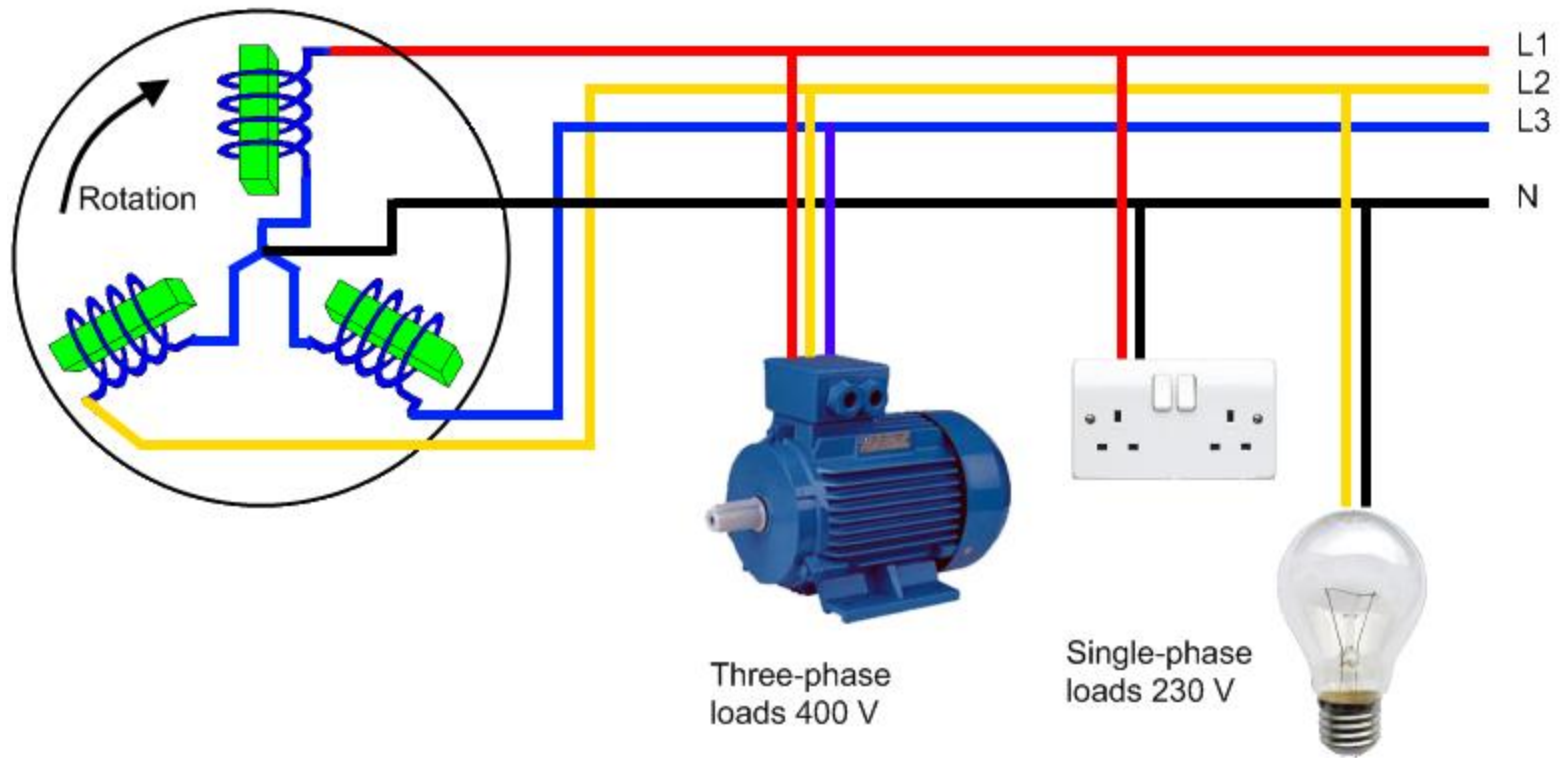


Το σύστημα παύει να είναι τριφασικό άρα η ολική αντίσταση είναι:

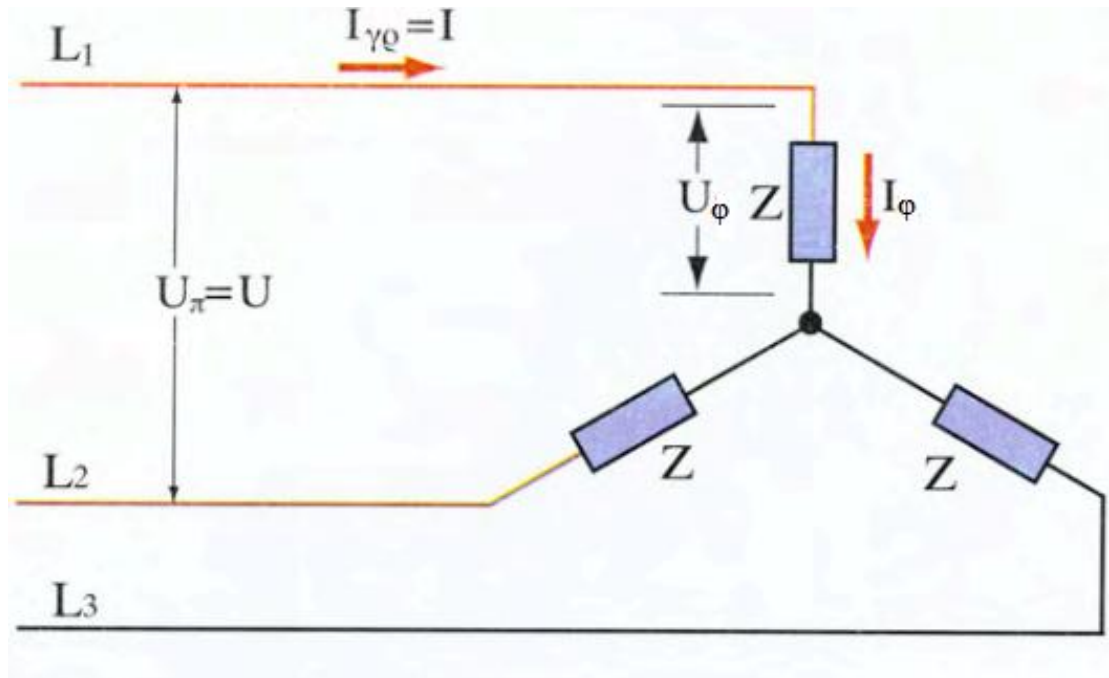
$$Z_{\text{ολ}} = \frac{Z * (Z + Z)}{Z + (Z + Z)} = \frac{2Z^2}{3Z} = \frac{2}{3}Z = \frac{2}{3}50 = 33,3\Omega$$

$$I'_{\gamma\rho} = \frac{U_{\text{πολ}}}{Z_{\text{ολ}}} = \frac{400}{33,3} = 12\text{A}$$

Ισχύς του Τριφασικού ρεύματος



Σύνδεση τριφασικών φορτίων κατά αστέρα



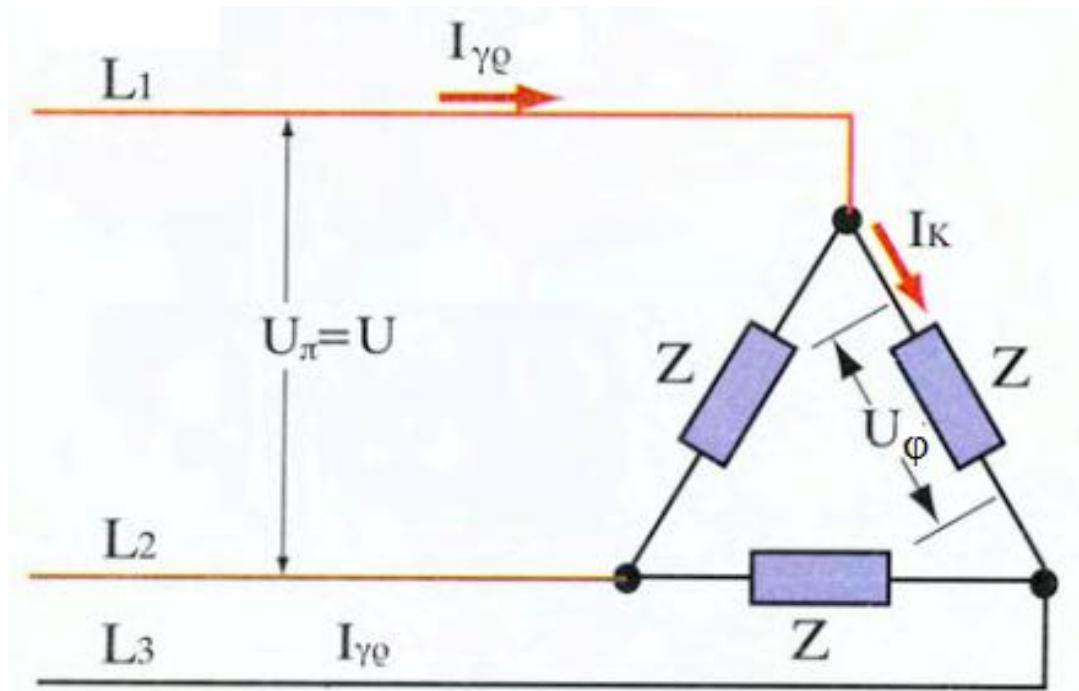
Φαινόμενη ισχύς κάθε φορτίου: $S = U_{\text{φασ}} I_{\text{φασ}} = U_{\text{φασ}} I_{\gamma\rho}$

Φαινόμενη ισχύς των τριών φορτίων: $S_{ολ} = 3U_{\text{φασ}} I_{\gamma\rho}$

$$\text{επειδή: } U_{\text{πολ}} = \sqrt{3}U_{\text{φασ}} \Rightarrow U_{\text{φασ}} = U_{\text{πολ}}/\sqrt{3}$$

Φαινόμενη ισχύς των τριών φορτίων: $S_{ολ} = 3U_{\text{φασ}} I_{\gamma\rho} = 3 \left(\frac{U_{\text{πολ}}}{\sqrt{3}} \right) I_{\gamma\rho} = \sqrt{3}U_{\text{πολ}} I_{\gamma\rho}$

Σύνδεση τριφασικών φορτίων κατά τρίγωνο



Φαινόμενη ισχύς κάθε φορτίου: $S = U_{\phi\alpha\sigma} I_{\phi\alpha\sigma} = U_{\pi\sigma\lambda} I_{\phi\alpha\sigma}$

Φαινόμενη ισχύς των τριών φορτίων: $S_{\sigma\lambda} = 3U_{\pi\sigma\lambda} I_{\phi\alpha\sigma}$

$$\text{επειδή: } I_{\gamma\rho} = \sqrt{3} I_{\phi\alpha\sigma} \Rightarrow I_{\phi\alpha\sigma} = I_{\gamma\rho} / \sqrt{3}$$

Φαινόμενη ισχύς των τριών φορτίων: $S_{\sigma\lambda} = 3U_{\pi\sigma\lambda} I_{\phi\alpha\sigma} = 3U_{\pi\sigma\lambda} (I_{\gamma\rho} / \sqrt{3}) = \sqrt{3} U_{\pi\sigma\lambda} I_{\gamma\rho}$

Συνεπώς και στις δύο περιπτώσεις (**αστέρα & τρίγωνο**) η φαινόμενη ισχύς, για συμμετρικό τριφασικό φορτίο, υπολογίζεται από τον ίδιο τύπο:

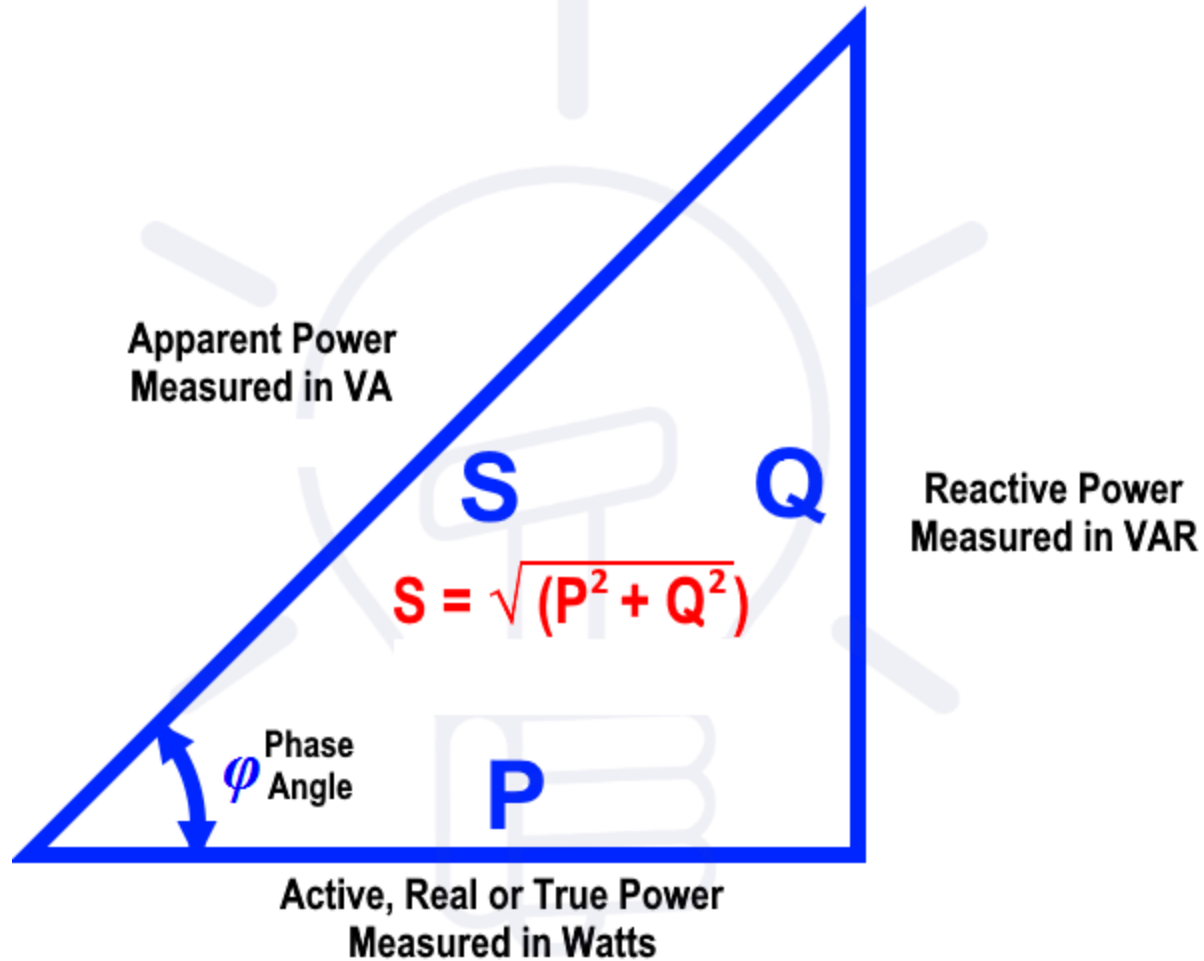
$$S_{ολ} = \sqrt{3}U_{πολ}I_{γρ}$$

Με όμοιο τρόπο υπολογίζονται και οι τύποι της πραγματικής και της άεργης ισχύος του τριφασικού συστήματος:

$$P_{ολ} = \sqrt{3}U_{πολ}I_{γρ}\cos\varphi$$

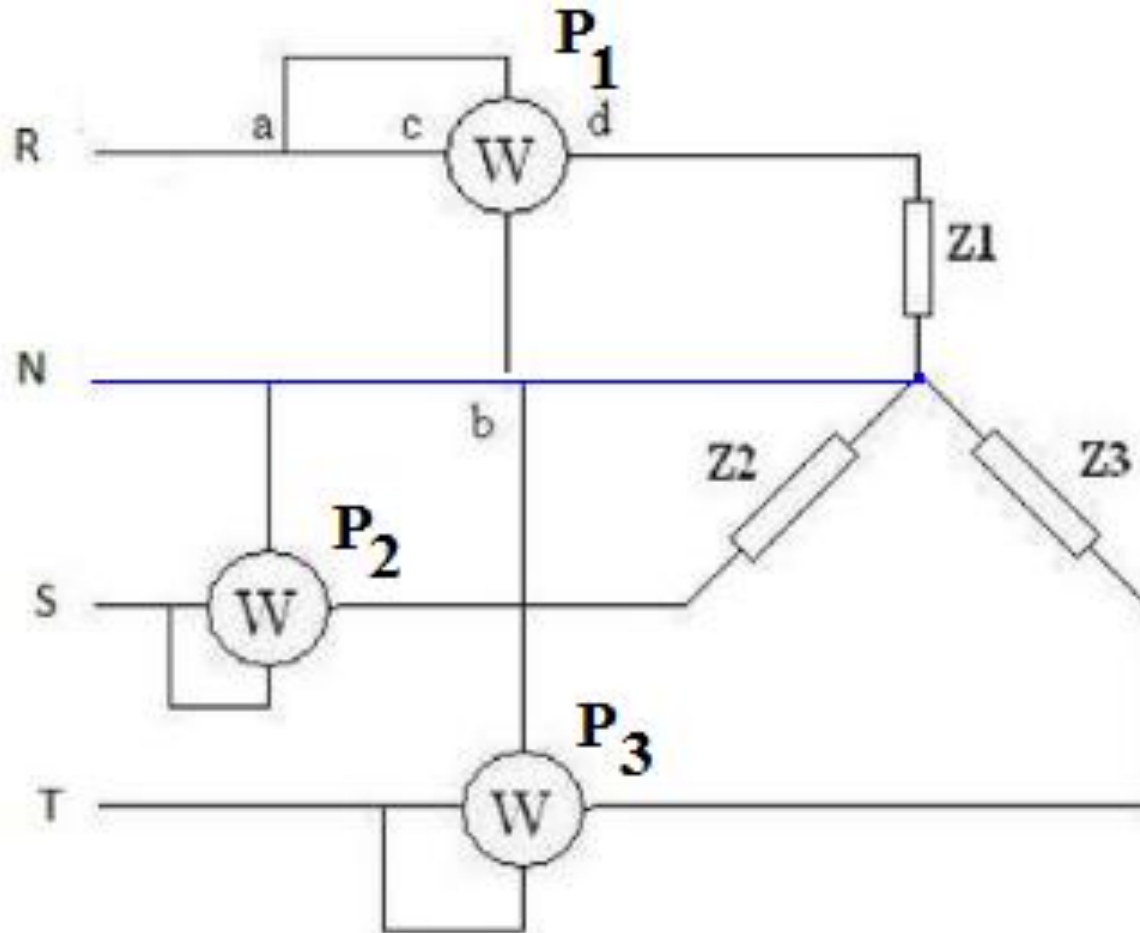
$$Q_{ολ} = \sqrt{3}U_{πολ}I_{γρ}\eta\mu\varphi$$

Power Triangle



Μέτρηση τριφασικής ισχύος

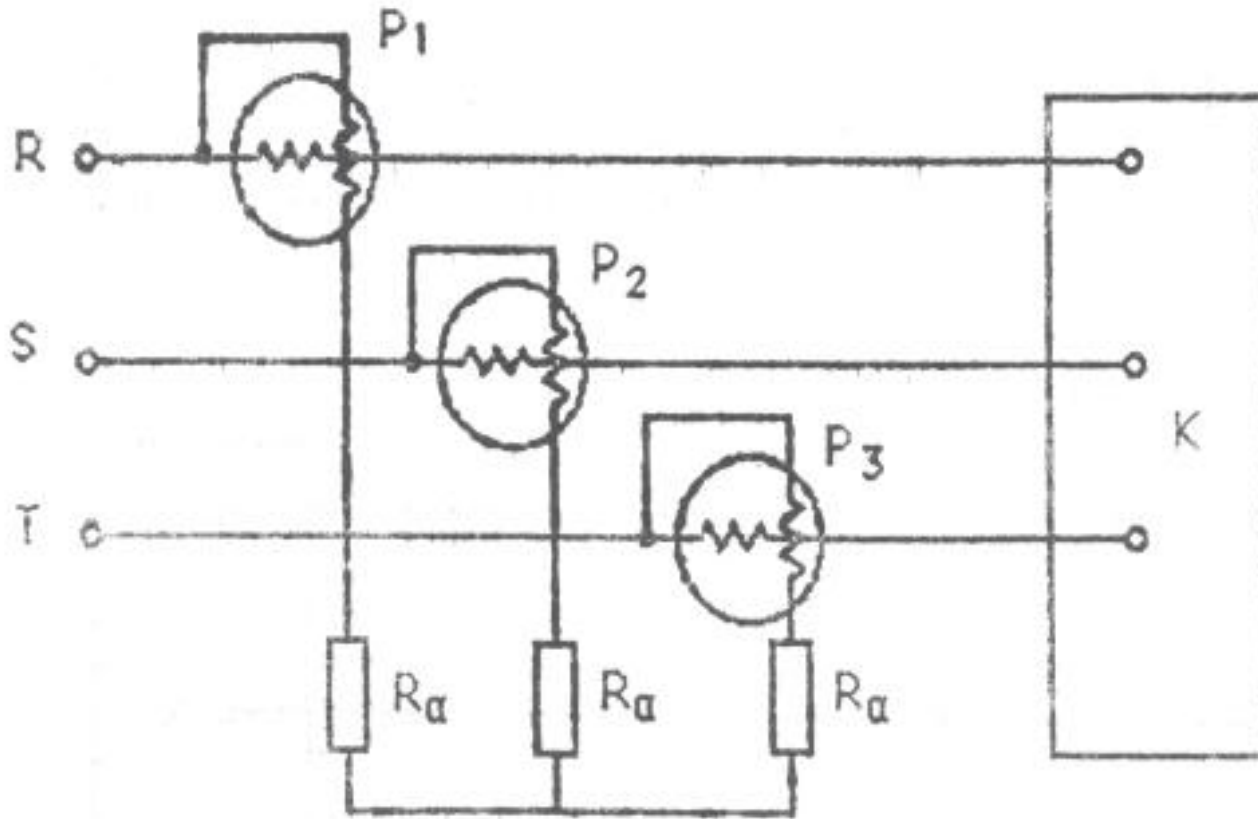
ΣΥΣΤΗΜΑ ΤΕΣΣΑΡΩΝ ΑΓΩΓΩΝ



$$P_{ολ} = P_1 + P_2 + P_3$$

Μέτρηση τριφασικής ισχύος

ΜΕΤΡΗΣΗ ΙΣΧΥΟΣ ΣΕ ΤΡΙΦΑΣΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ 3 ΑΓΩΓΩΝ

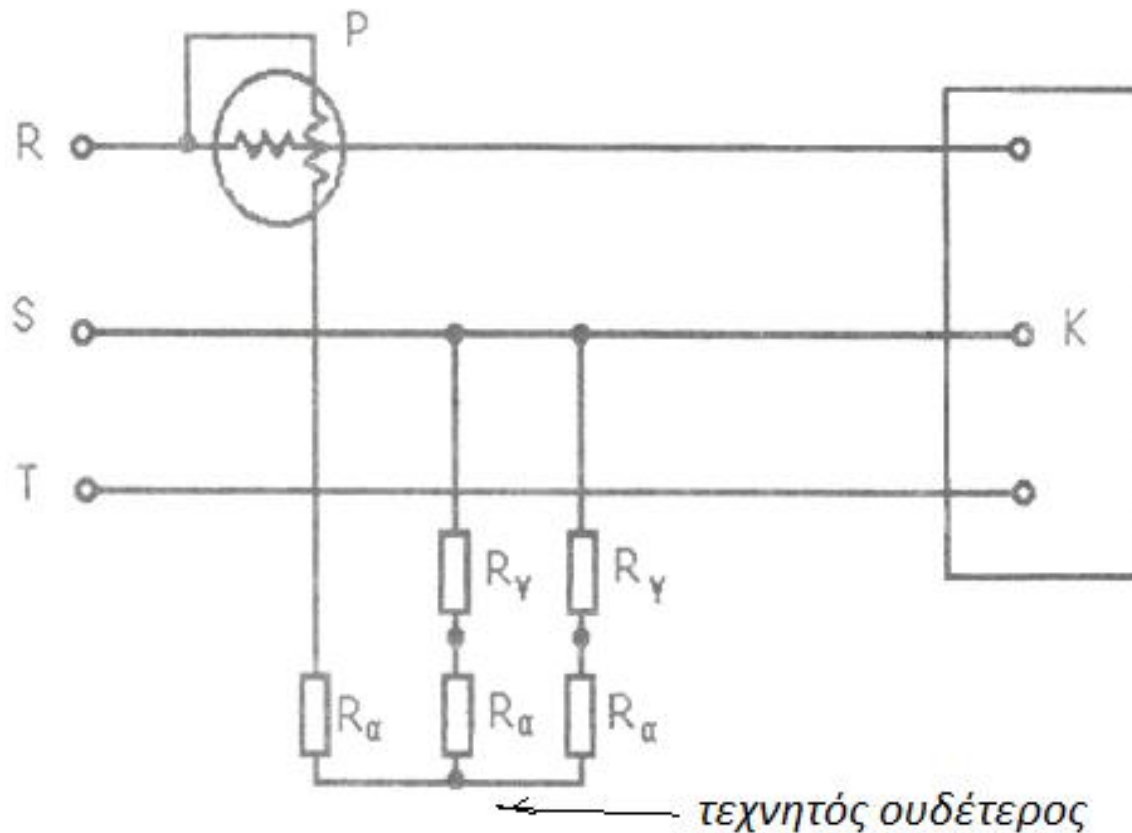


$$P_{3\phi} = P_1 + P_2 + P_3$$

Τεχνητός ουδέτερος

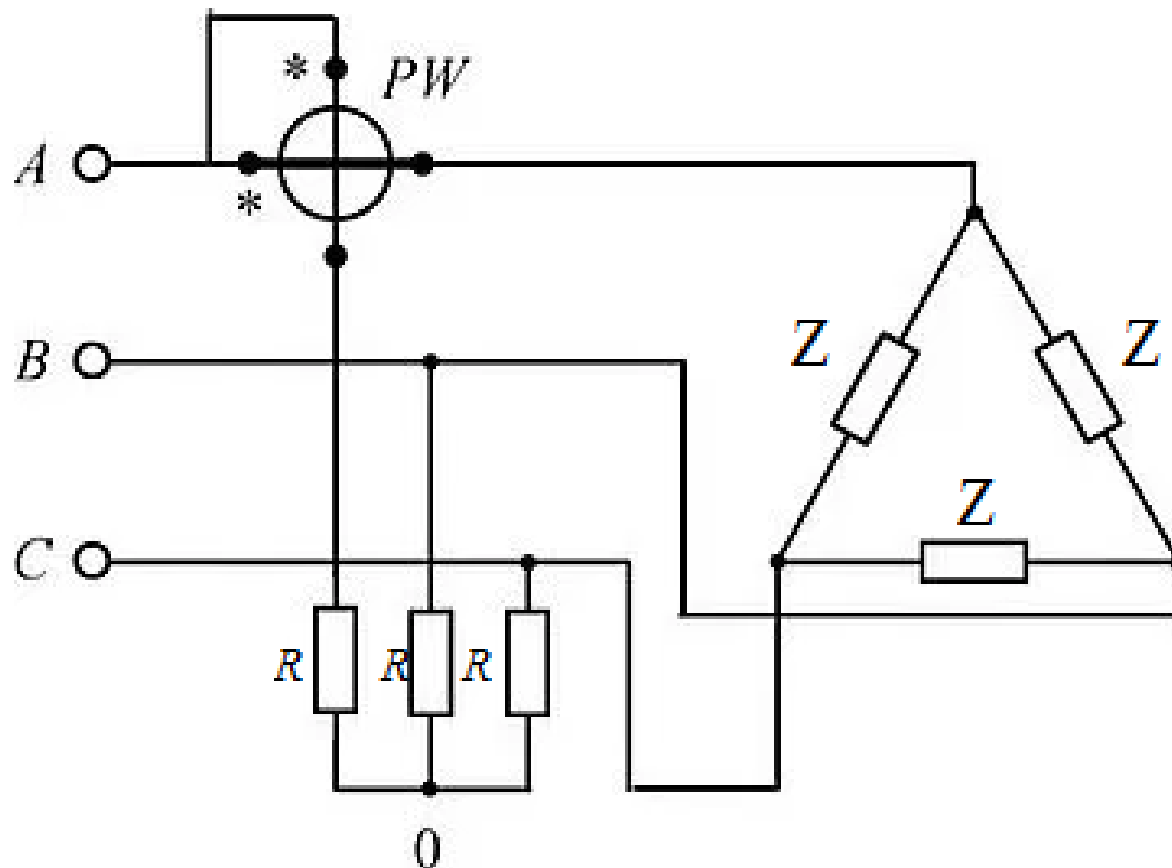
Μέτρηση τριφασικής ισχύος

Εάν το σύστημα είναι συμμετρικό και ισορροπημένο απαιτείται μόνο ένα βατόμετρο και η συνδεσμολογία θα είναι η ακόλουθη με την τριφασική ισχύ $P_{3\phi}=3P$



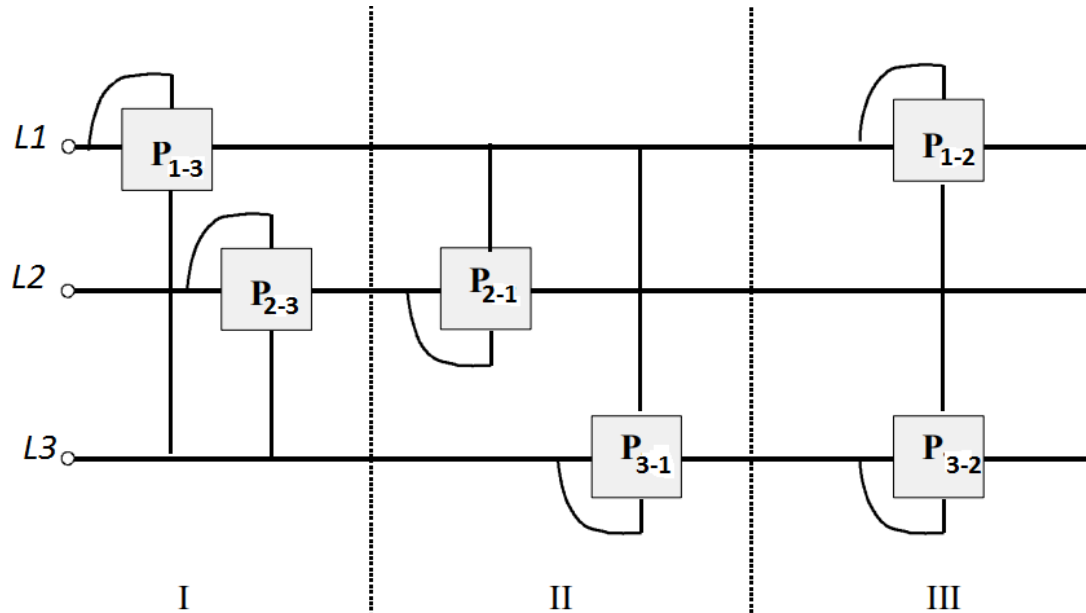
Μέτρηση τριφασικής ισχύος

Σύστημα τριών αγωγών (μέθοδος του τεχνητού ουδετέρου). Για συμμετρικό τριφασικό φορτίο.



Με δύο βαττόμετρα (διάταξη Aron)

για συμμετρικό αλλά και μη συμμετρικό σύστημα



Μέτρηση ισχύος σε σύστημα 3 αγωγών με δύο βαττόμετρα

$$P = P_{RT} + P_{ST} = P_{SR} + P_{TR} = P_{RS} + P_{TS}$$

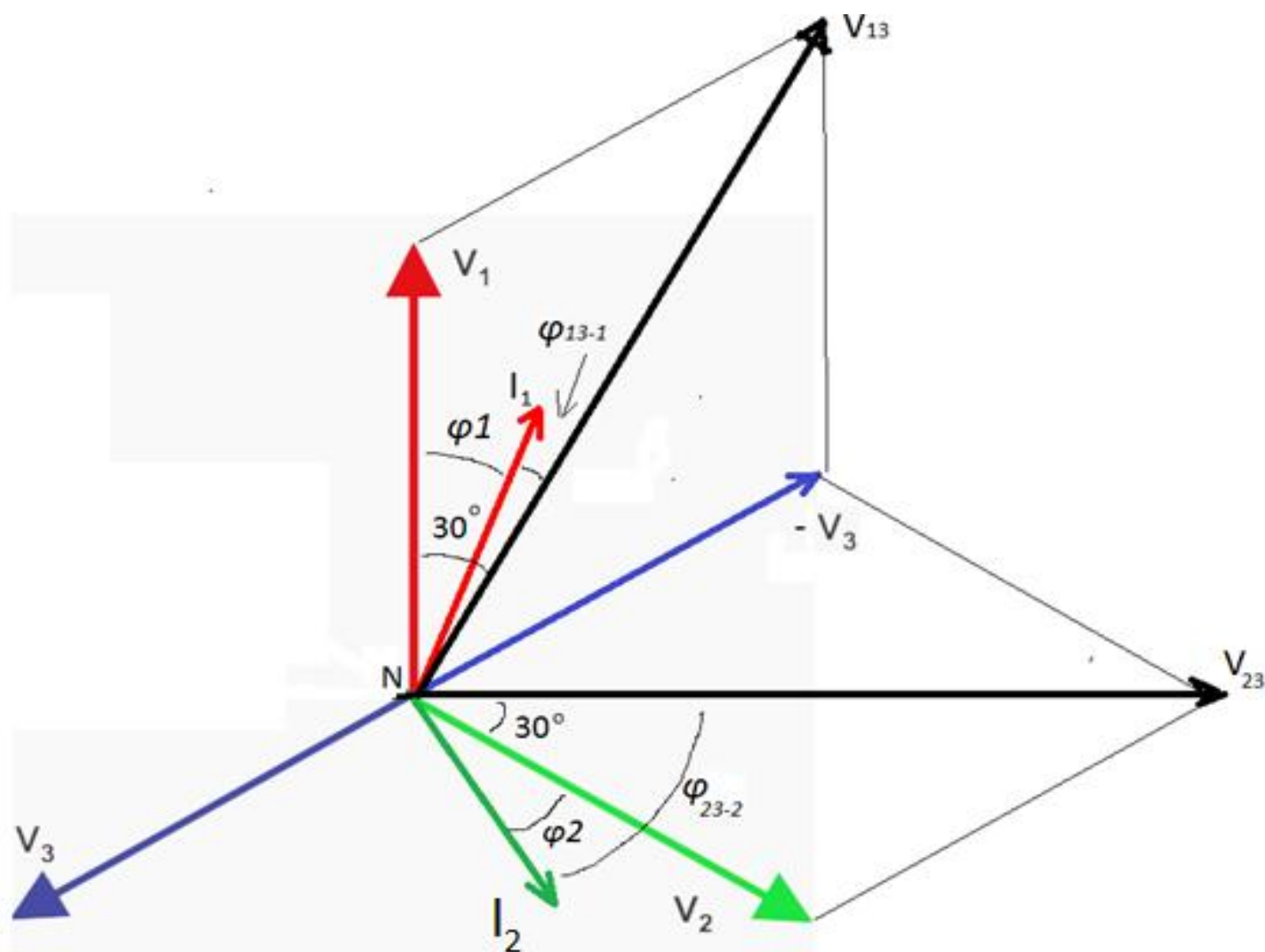
Με δύο βατόμετρα (διάταξη Aron)

Από τις ενδείξεις των οργάνων P_1+P_2 ορίζονται αφενώς μεν η τριφασική ενεργός ισχύς αφετέρου η αεργός βάση των σχέσεων.

$$P_{3\phi}=P_1+P_2$$

$$Q_{3\phi}=\sqrt{3}(P_1-P_2)$$

Ας εξετάσουμε μία από τις συνδεσμολογίες Αγοπ σε συμμετρικό σύστημα, για να δούμε ότι οι ενδείξεις των δύο βατομέτρων δίνουν την ολική ισχύ. Έστω η συνδεσμολογία με κοινή την 3η φάση L_3 (κύκλωμα I στο Σχήμα). Θα ισχύει:



$$P_{13} = V_{13}I_1\sigma\upsilon\nu(\varphi_{13-1})$$

$$P_{23} = V_{23}I_2\sigma\upsilon\nu(\varphi_{23-2})$$

$$\varphi_{13-1} = 30^\circ - \varphi_1$$

$$\varphi_{23-2} = 30^\circ + \varphi_2$$

$$P_{13} = V_{13}I_1\sigma\upsilon\nu(30^\circ - \varphi_1)$$

$$P_{23} = V_{23}I_2\sigma\upsilon\nu(30^\circ + \varphi_2)$$

$$P_{o\lambda} = P_{13} + P_{23} = V_{13}I_1\sigma\upsilon\nu(30^\circ - \varphi_1) + V_{23}I_2\sigma\upsilon\nu(30^\circ + \varphi_2)$$

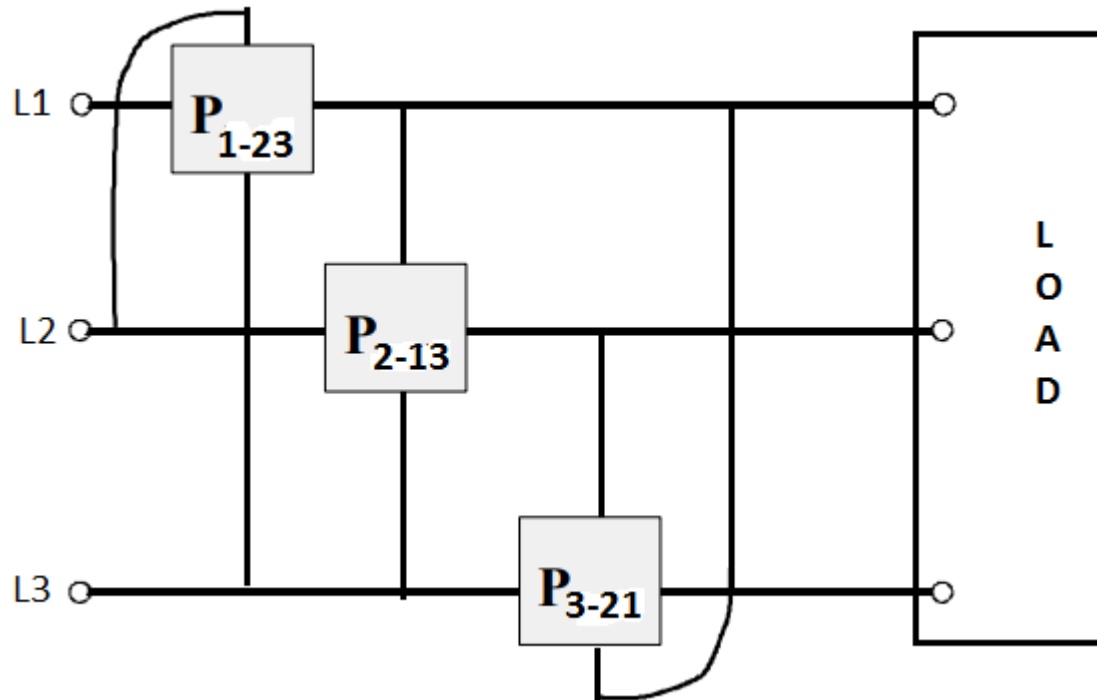
Υποθέτοντας συμμετρικό φορτίο, θα ισχύει:

$$I_1 = I_2 = I_{\gamma\rho}$$

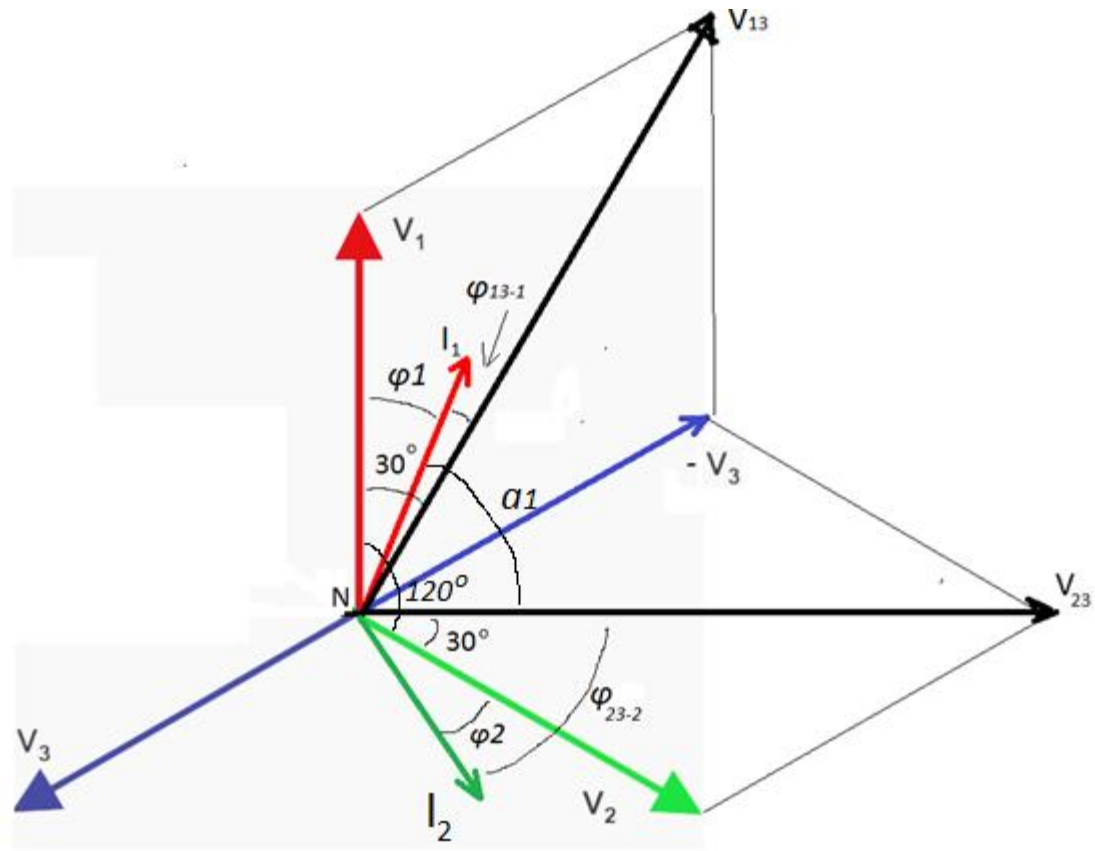
$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$$

$$\begin{aligned}
P_{o\lambda} &= V_{\pi o\lambda} I_{\gamma\rho} [\sigma_{\nu\nu}(30^\circ - \varphi) + \sigma_{\nu\nu}(30^\circ + \varphi)] = \\
V_{\pi o\lambda} I_{\gamma\rho} \{ &\sigma_{\nu\nu}(30^\circ)\sigma_{\nu\nu}(\varphi) - \eta\mu(30^\circ)\eta\mu(\varphi) + \sigma_{\nu\nu}(30^\circ)\sigma_{\nu\nu}(\varphi) + \eta\mu(30^\circ)\eta\mu(\varphi) \} \\
= & \\
V_{\pi o\lambda} I_{\gamma\rho} \{ &\sigma_{\nu\nu}(30^\circ)\sigma_{\nu\nu}(\varphi) + \sigma_{\nu\nu}(30^\circ)\sigma_{\nu\nu}(\varphi) \} = V_{\pi o\lambda} I_{\gamma\rho} \{ 2\sigma_{\nu\nu}(30^\circ)\sigma_{\nu\nu}(\varphi) \} = \\
V_{\pi o\lambda} I_{\gamma\rho} 2 \frac{\sqrt{3}}{2} \sigma_{\nu\nu}(\varphi) &= \underline{\sqrt{3} V_{\pi o\lambda} I_{\gamma\rho} \sigma_{\nu\nu}(\varphi)}
\end{aligned}$$

Μέτρηση άεργης ισχύος σε τριφασικό σύστημα



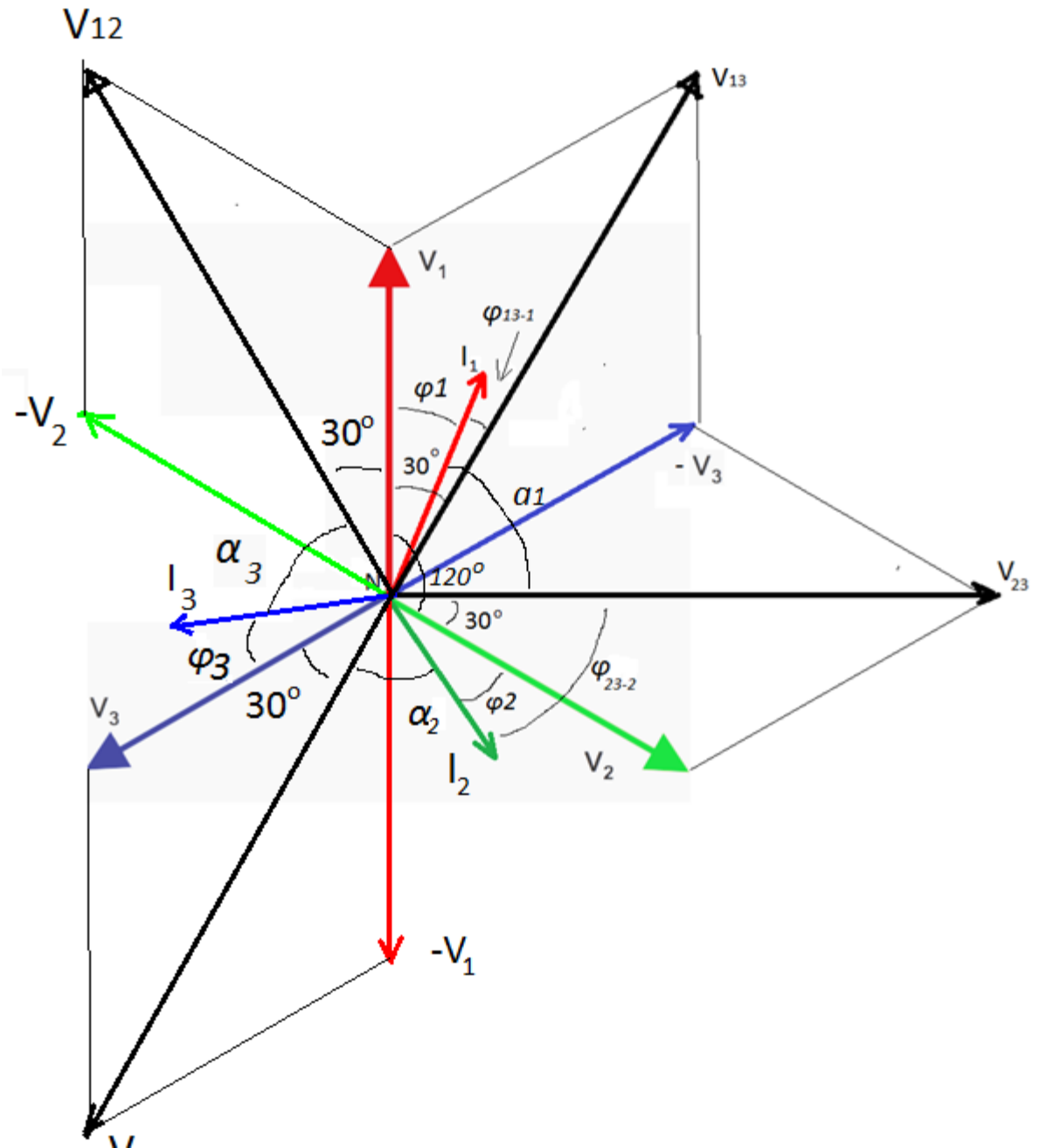
$$P_{1-23} = V_{13} I_1 \sin(\alpha_1)$$



$$\alpha_1 = 120^\circ - \varphi_1 - 30^\circ = 90^\circ - \varphi_1$$

$$P_{1-23} = V_{13} I_1 \cos(90^\circ - \varphi_1) = V_{\pi\sigma\lambda} I_{\gamma\rho} \eta\mu(\varphi_1) = \sqrt{3} V_{\varphi\alpha\sigma} I_{\gamma\rho} \eta\mu(\varphi_1) = \sqrt{3} Q_1$$

Ομοίως αποδεικνύεται ότι:



$$P_{2-13} = V_{13}I_2\sigma\eta\nu(\alpha_2)$$

$$\alpha_2 = 120^\circ - 30^\circ - \varphi_2 = 90^\circ - \varphi_2$$

$$\begin{aligned} P_{1-23} &= V_{13}I_2\sigma\eta\nu(90^\circ - \varphi_2) \\ &= V_{\pi\sigma\lambda}I_{\gamma\rho}\sqrt{3}V_{\varphi\alpha\sigma}I_{\gamma\rho}\eta\mu(\varphi_2) = \sqrt{3}Q_2 \end{aligned}$$

$$P_{3-21} = V_{21}I_3\sigma\eta\nu(\alpha_3)$$

$$\alpha_3 = 120^\circ - 30^\circ - \varphi_3 = 90^\circ - \varphi_3$$

$$\begin{aligned} P_{3-21} &= V_{13}I_2\sigma\eta\nu(90^\circ - \varphi_3) \\ &= V_{\pi\sigma\lambda}I_{\gamma\rho}\sqrt{3}V_{\varphi\alpha\sigma}I_{\gamma\rho}\eta\mu(\varphi_2) = \sqrt{3}Q_3 \end{aligned}$$

Επομένως, το άθροισμα των τριών βαττομέτρων δίνει:

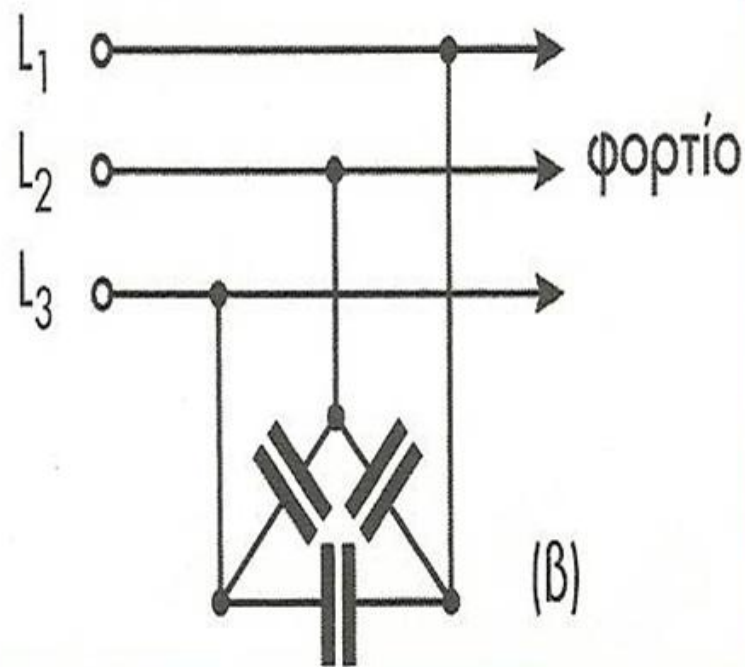
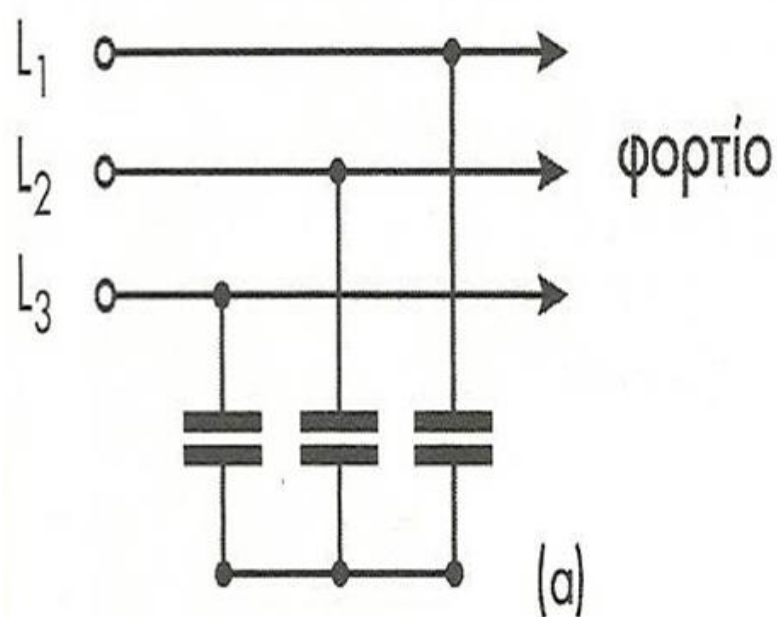
$$\begin{aligned} P_{o\lambda} &= P_{1-23} + P_{2-13} + P_{3-21} \\ &= \sqrt{3}(Q_1 + Q_2 + Q_3) = \sqrt{3}Q_{o\lambda} \Rightarrow \end{aligned}$$

$$Q_{o\lambda} = \frac{P_{o\lambda}}{\sqrt{3}}$$

Αντιστάθμιση στο τριφασικό σύστημα



Για τη βελτίωση του συντελεστή ισχύος σε τριφασικά κυκλώματα είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν τρεις πυκνωτές συνδεδεμένοι κατ' αστέρα ή κατά τρίγωνο όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



(α) Συνδεσμολογία πυκνωτών αντιστάθμισης κατά **αστέρα**:

$$Q_{C(\sigma\lambda)} = 3U_{\varphi\alpha\sigma}I_C = 3U_{\varphi\alpha\sigma} \frac{U_{\varphi\alpha\sigma}}{X_C} = 3 \frac{U_{\varphi\alpha\sigma}^2}{(1/\omega C)} = 3 \frac{U_{\varphi\alpha\sigma}^2}{(1/2\pi f C)} \Rightarrow$$

$$C_Y = \frac{Q_{C(\sigma\lambda)}/3}{2\pi f U_{\varphi\alpha\sigma}^2}$$

(β) Συνδεσμολογία πυκνωτών αντιστάθμισης κατά **τρίγωνο**:

$$C_{\Delta} = \frac{Q_{C(\sigma\lambda)}/3}{2\pi f U_{\pi\sigma\lambda}^2}$$

Πλεονεκτήματα του Τριφασικού συστήματος

- Οικονομία αγωγών.
- Οι τριφασικοί κινητήρες έχουν καλύτερα χαρακτηριστικά λειτουργίας (απόδοση, οικονομία υλικών) από τους αντίστοιχους μονοφασικούς.