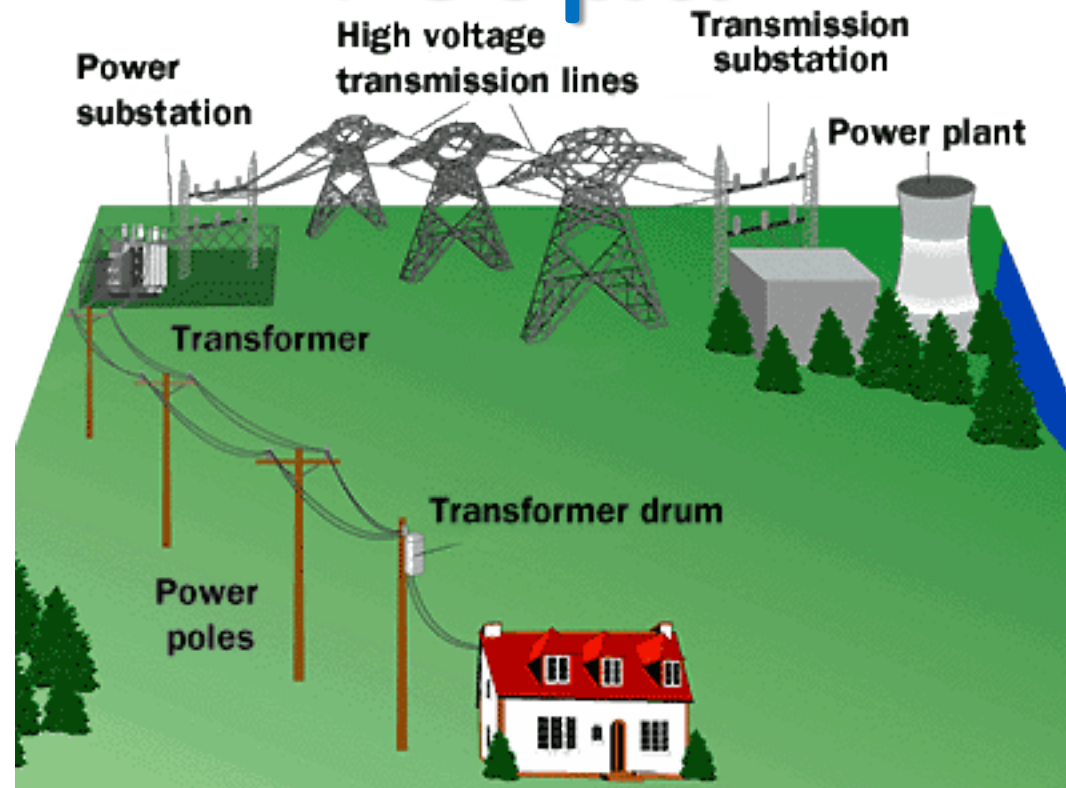
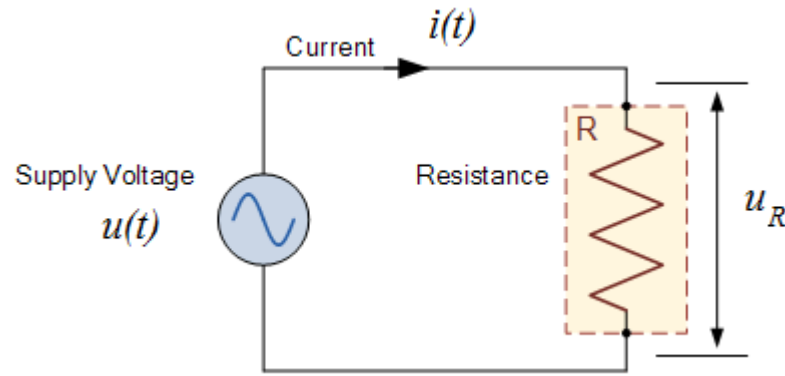


Φορτία στο Εναλλασσόμενο Ρεύμα



<https://imarinakis.mysch.gr/>

Ωμικό φορτίο (Resistive Load)



- Το ρεύμα που περνάει από την R είναι εναλλασσόμενο με συχνότητα ίση με τη συχνότητα της τάσης.

Το πλάτος του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι $I_0 = U_0 / R$

- Η τάση και η ένταση είναι μεγέθη συμφασικά (δηλαδή τις ίδιες χρονικές στιγμές μεγιστοποιούνται και τις ίδιες χρονικές στιγμές μηδενίζονται),

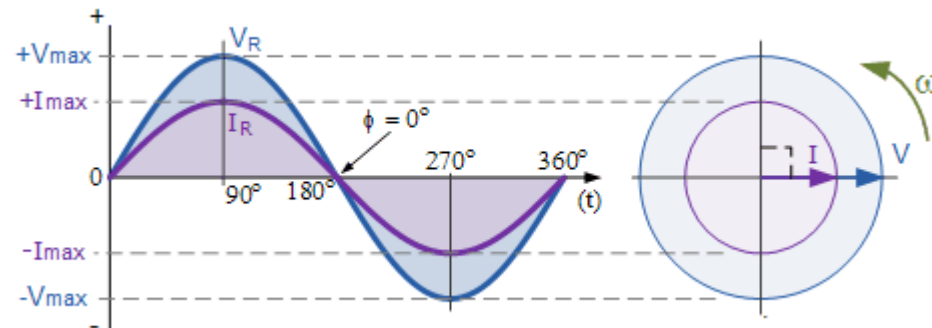
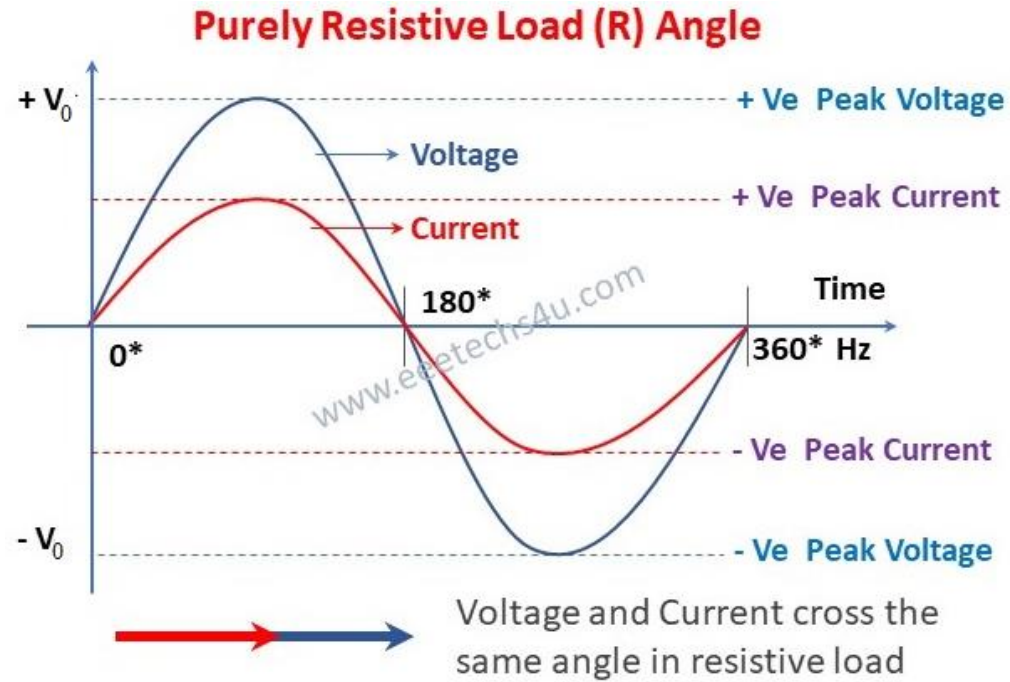
$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_0}{R} \eta\mu(\omega t) = I_0 \eta\mu(\omega t)$$

Άρα:

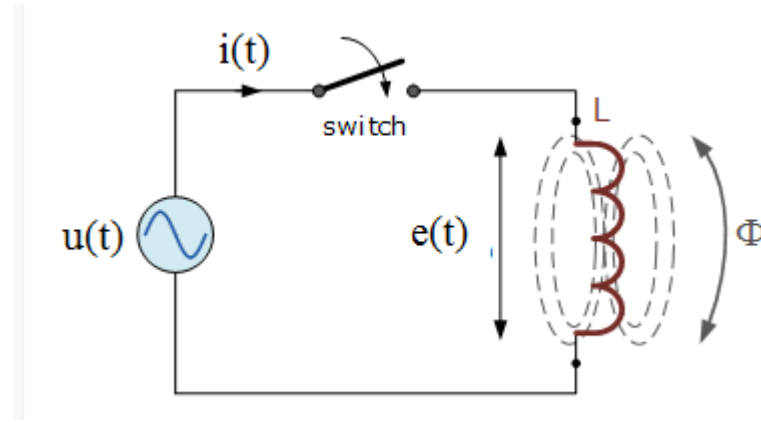
$$u = U_0 \eta\mu(\omega t)$$

$$i = I_0 \eta\mu(\omega t)$$

Ωμικό φορτίο (Resistive Load)



Επαγωγικό φορτίο (Inductive Load)



$$\left. \begin{aligned} e &= L \frac{\Delta i}{\Delta t} \\ i &= I_0 \eta \mu(\omega t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow e = L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt} I_0 \eta \mu(\omega t) = \omega L I_0 \sigma \nu \nu(\omega t) = \omega L I_0 \eta \mu(\omega t + 90^\circ) \\ &= E_0 \eta \mu(\omega t + 90^\circ)$$

διότι:

$$\eta \mu(\alpha + \beta) = \eta \mu \alpha \sigma \nu \nu \beta + \sigma \nu \eta \mu \beta$$

Καθώς αυξάνεται ο ρυθμός μεταβολής του ρεύματος στο πηνίο, αυξάνεται και η αντι-ΗΕΔ, με συνέπεια να αυξάνεται η επαγωγική αντίσταση και να μειώνεται το ρεύμα.

Επαγωγικό φορτίο (Inductive Load)

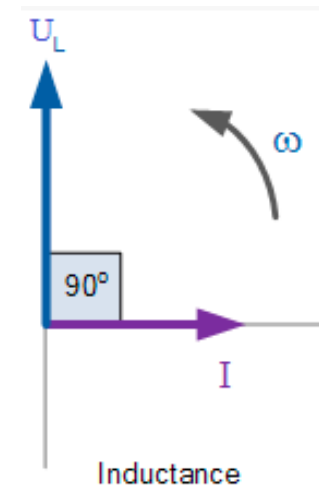
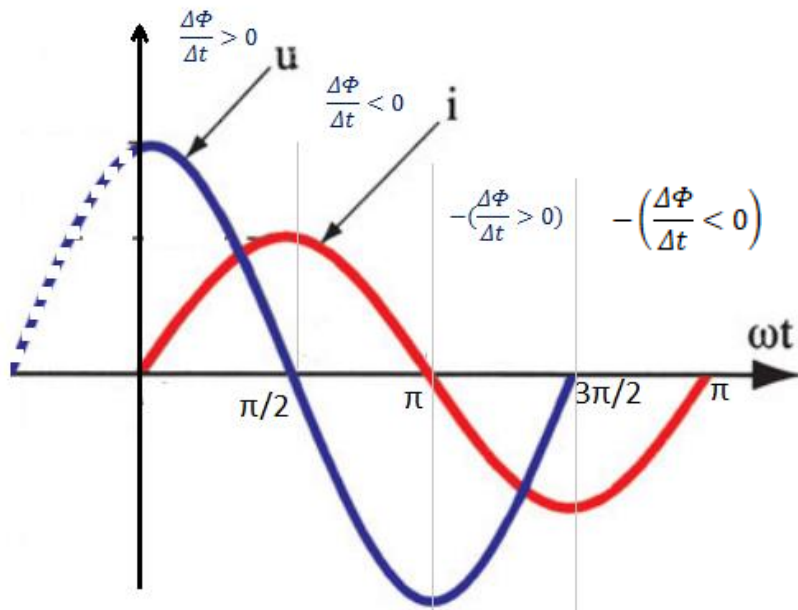
$$E_0 = \omega L I_0$$

$$\frac{E_0}{I_0} = \frac{\omega L I_0}{I_0} = \omega L = X_L$$

$$X_L = \omega L$$

Άρα η τάση του πηνίου είναι:

$$u = U_0 \eta\mu(\omega t + 90^\circ)$$

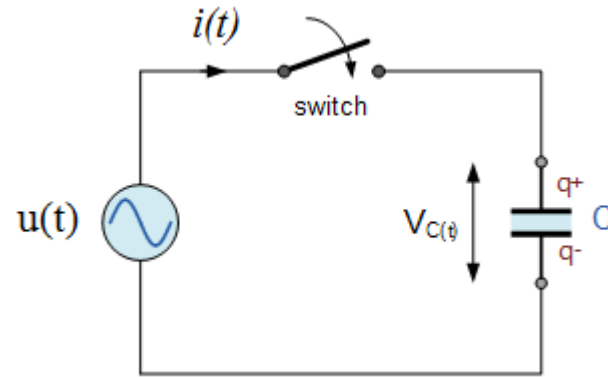


Επαγωγικό φορτίο (Inductive Load)

- Το ρεύμα που περνάει από το πηνίο L είναι και αυτό εναλλασσόμενο με συχνότητα ίση με τη συχνότητα της τάσης.
- Το πηνίο παρουσιάζει αντίσταση η οποία ονομάζεται επαγωγική αντίδραση X_L και δίνεται από τη σχέση:
- Η τάση προπορεύεται της έντασης του ρεύματος κατά 90° (αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να μηδενίζεται το ρεύμα όταν η τάση παίρνει μέγιστη τιμή και αντιστρόφως).

Το πηνίο αντιδρά στις μεταβολές του ρεύματος δημιουργώντας μια τάση εξ'επαγωγής η οποία συμπεριφέρεται ως **άεργη αντίσταση** (αντίδραση), στην προσπάθεια της να το μειώσει.

Χωρητικό φορτίο (Capacity Load)



Ο πυκνωτής μπορεί να θεωρηθεί ως μια αποθήκη φορτίου. Όταν στα άκρα ενός πυκνωτή, η διαφορά δυναμικού μεταβάλλεται χρονικά, τότε ως συνέπεια της διατήρησης του ηλεκτρικού φορτίου, οι αγωγοί διαρρέονται από ρεύμα i :

$$i = \frac{\Delta q}{\Delta t} = C \frac{\Delta u}{\Delta t}$$

Χωρητικό φορτίο (Capacity Load)

$$\left. \begin{array}{l} i = C \frac{\Delta u}{\Delta t} \\ u = U_0 \eta\mu(\omega t) \end{array} \right\} \Rightarrow i = C \frac{du}{dt} = C \frac{d}{dt} U_0 \eta\mu(\omega t)$$
$$= \omega C U_0 \sigma\upsilon\nu(\omega t) = \omega C U_0 \eta\mu(\omega t + 90^\circ) = \underline{I_0 \eta\mu(\omega t + 90^\circ)}$$

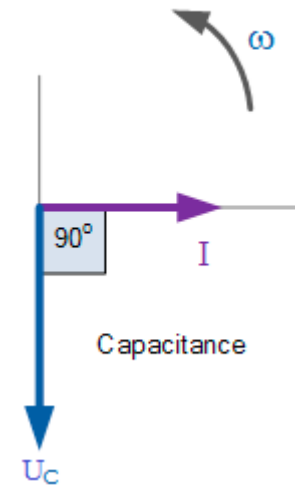
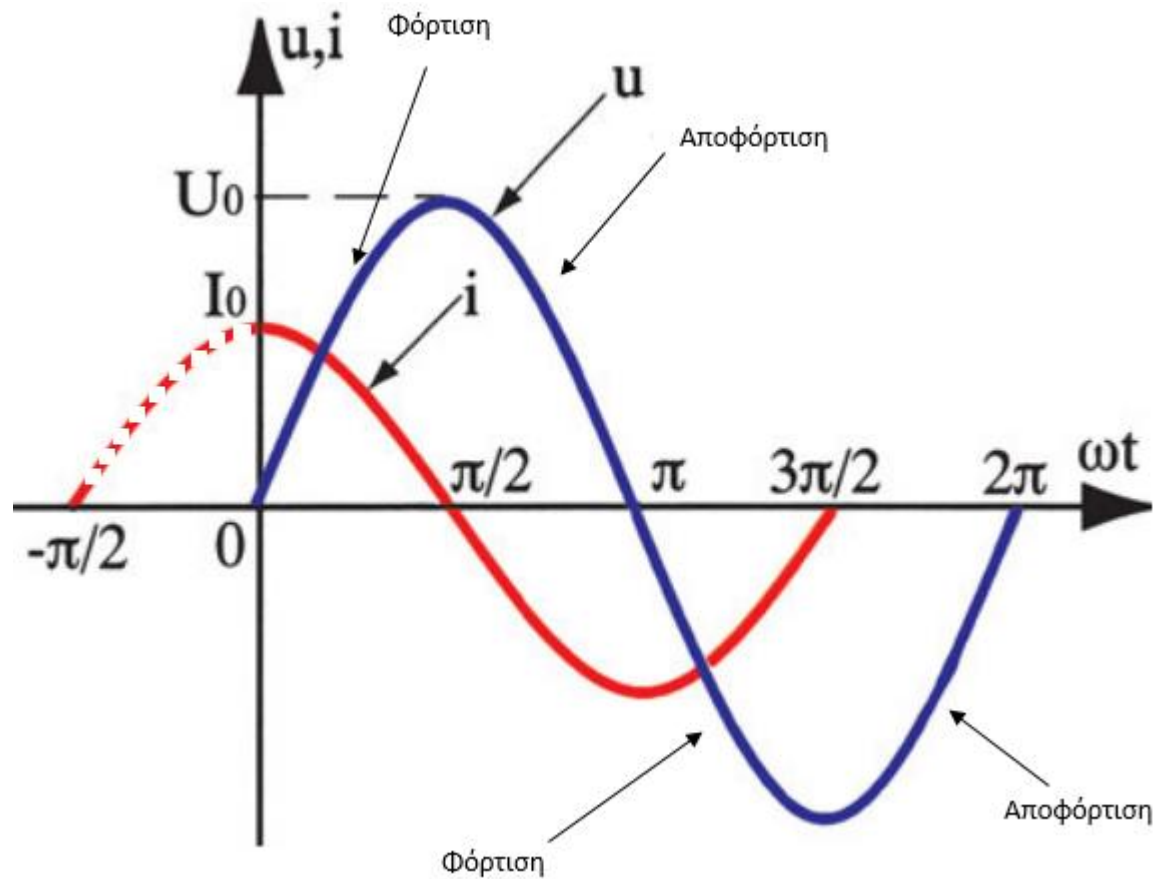
Όπου ετέθη: $I_0 = \omega C U_0 \Rightarrow$

$$\frac{I_0}{\omega C I_0} = \frac{\omega C U_0}{\omega C I_0} \Rightarrow \frac{U_0}{I_0} = \frac{1}{\omega C} = X_C$$

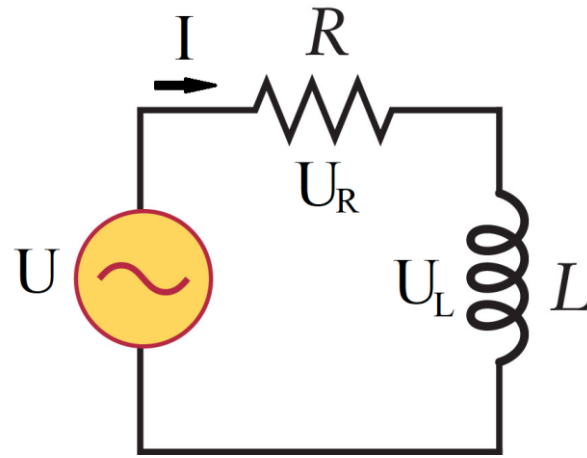
$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

Ο πυκνωτής αντιδρά στις αλλεπάλληλες φορτίσεις-αποφορτίσεις εξ' αιτίας των αποθηκευμένων φορτίων, παρουσιάζοντας μια χωρητική **άεργη αντίσταση** (αντίδραση).

Χωρητικό φορτίο (Capacity Load)



Κυκλώματα R-L σειράς



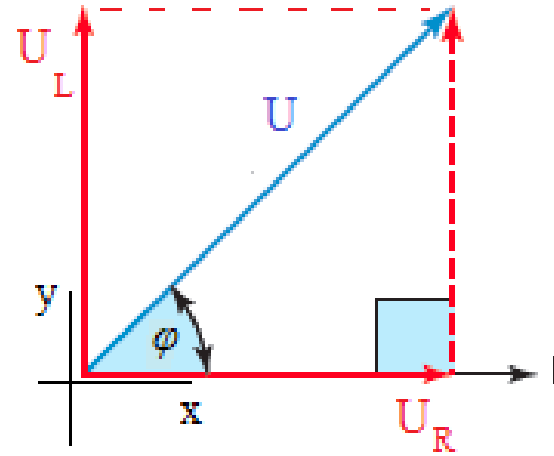
$$\left. \begin{aligned} U^2 &= U_R^2 + U_L^2 \\ U_R &= RI \\ U_L &= X_L I \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$U^2 = (RI)^2 + (X_L I)^2 = (R^2 + X_L^2)I^2 \Rightarrow$$

$$\frac{U^2}{I^2} = (R^2 + X_L^2) = Z^2 \Rightarrow$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

Κυκλώματα R-L σειράς



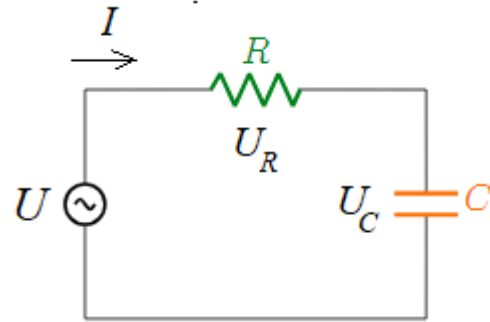
$$\varepsilon\varphi(\varphi) = \frac{U_L}{U_R} = \frac{X_L}{R} = \frac{\omega L}{R}$$

ή

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{X_L}{R}\right)$$

$$\sigma\upsilon\nu(\varphi) = \frac{U_R}{U} = \frac{R}{Z}$$

Κυκλώματα R-C σειράς



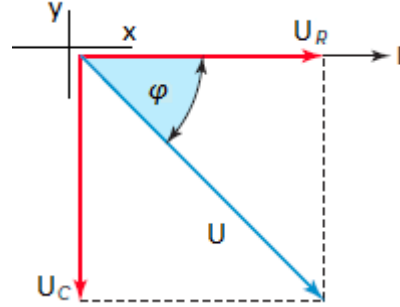
$$\left. \begin{aligned} U^2 &= U_R^2 + U_C^2 \\ U_R &= RI \\ U_C &= X_C I \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$U^2 = (RI)^2 + (X_C I)^2 = (R^2 + X_C^2) I^2 \Rightarrow$$

$$\frac{U^2}{I^2} = (R^2 + X_C^2) = Z^2 \Rightarrow$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

Κυκλώματα R-C σειράς

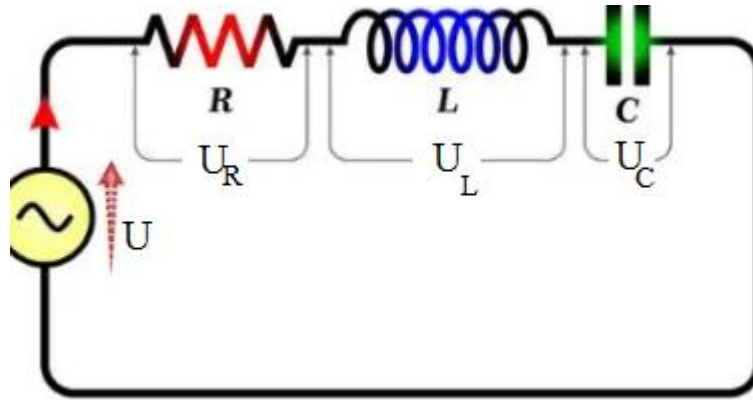


$$\varepsilon\varphi(\varphi) = \frac{U_C}{U_R} = \frac{X_C}{R} = \frac{1/\omega C}{R}$$

$$\begin{aligned}\varphi &= \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right) \\ &= \tan^{-1}\left(\frac{1}{\omega RC}\right)\end{aligned}$$

$$\sigma\upsilon\nu(\varphi) = \frac{U_R}{U} = \frac{R}{Z}$$

Κυκλώματα R-L-C σειράς



$$U^2 = U_R^2 + U_L^2 + U_C^2 = (RI)^2 + (X_L I)^2 - (X_C I)^2 \\ = [R^2 + (X_L - X_C)^2]I^2 = [R^2 + (X_L - X_C)^2]I^2 \Rightarrow$$

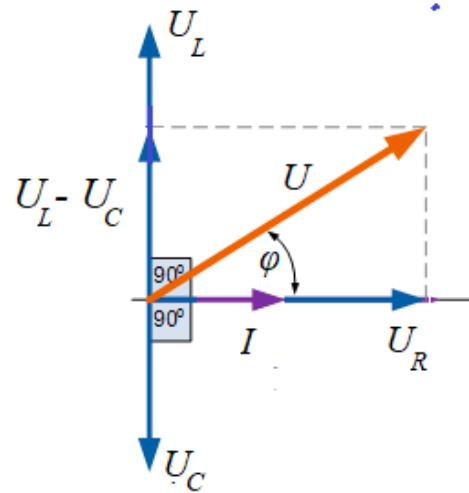
$$\frac{U^2}{I^2} = [R^2 + (X_L - X_C)^2] = Z^2 \Rightarrow$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Κυκλώματα R-L-C σειράς

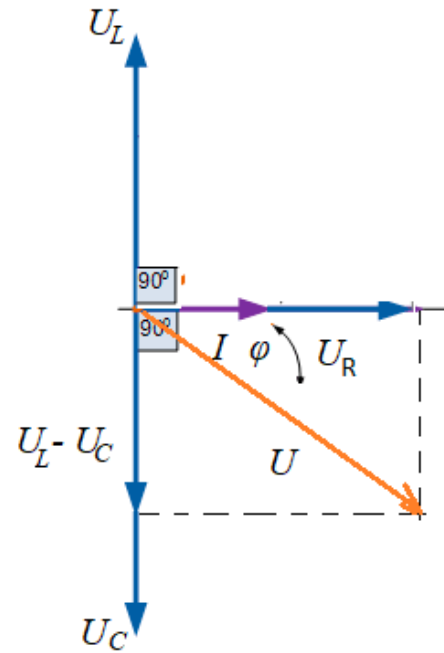
Επαγωγική Συμπεριφορά

$$U_L > U_C \Leftrightarrow \omega L > \frac{1}{\omega C}$$



Χωρητική Συμπεριφορά

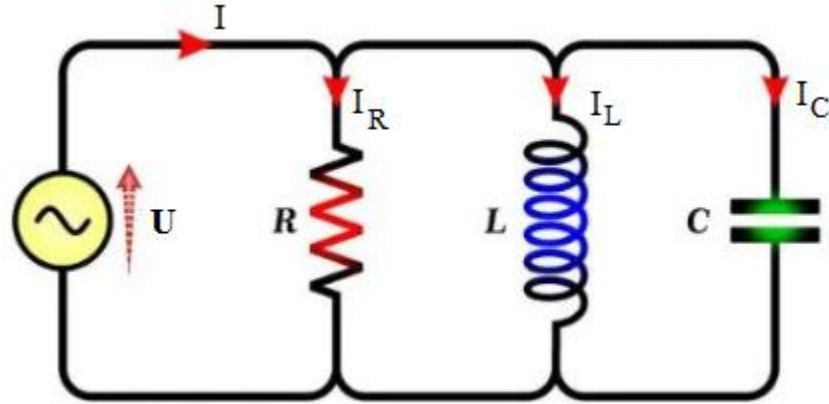
$$U_L < U_C \Leftrightarrow \omega L < \frac{1}{\omega C}$$



$$\varepsilon\varphi(\varphi) = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

$$\sigma\upsilon\upsilon(\varphi) = \frac{U_R}{U} = \frac{R}{Z}$$

Κυκλώματα R-L-C παράλληλα



$$\left. \begin{aligned} I^2 &= I_R^2 + (I_C - I_L)^2 \\ I_R &= \frac{U}{R} \\ I_C &= \frac{U}{X_C} \\ I_L &= \frac{U}{X_L} \end{aligned} \right\} \Rightarrow I^2 = \left(\frac{U}{R}\right)^2 + \left(\frac{U}{X_C} - \frac{U}{X_L}\right)^2$$
$$= U^2 \left[\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2 \right] \Rightarrow$$

Κυκλώματα R-L-C παράλληλα

$$\frac{U^2}{I^2} = \frac{1}{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2} = Z^2 \Rightarrow$$

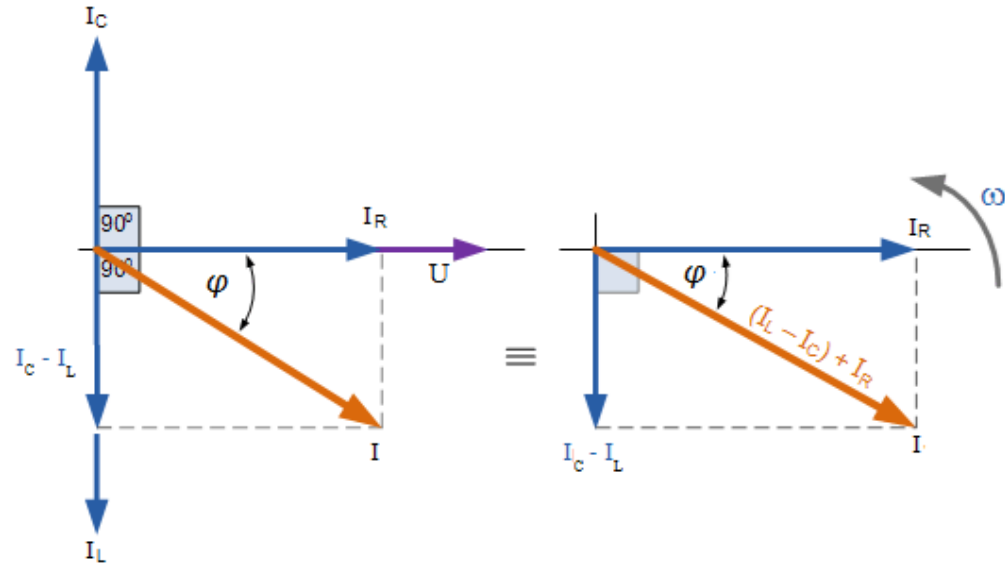
$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L}\right)^2}}$$

$$\varepsilon\varphi(\varphi) = \frac{I_C - I_L}{I_R} = \frac{\omega C - 1/\omega L}{1/R}$$

$$\sigma\upsilon\nu(\varphi) = \frac{I_R}{I} = \frac{\frac{U}{R}}{\frac{U}{Z}} = \frac{Z}{R}$$

Κυκλώματα R-L-C παράλληλα

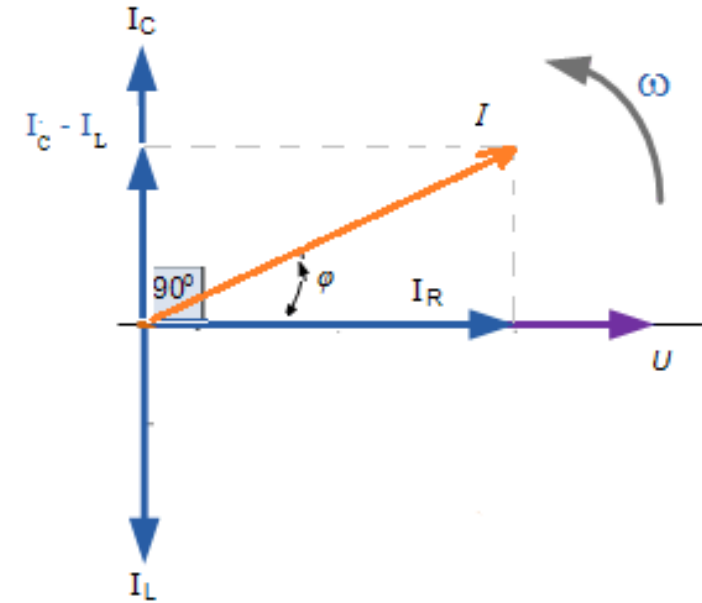
Phasor Diagram for a Parallel RLC Circuit



Επαγωγική Συμπεριφορά

$$I_C > I_L \Leftrightarrow \omega C > \frac{1}{\omega L}$$

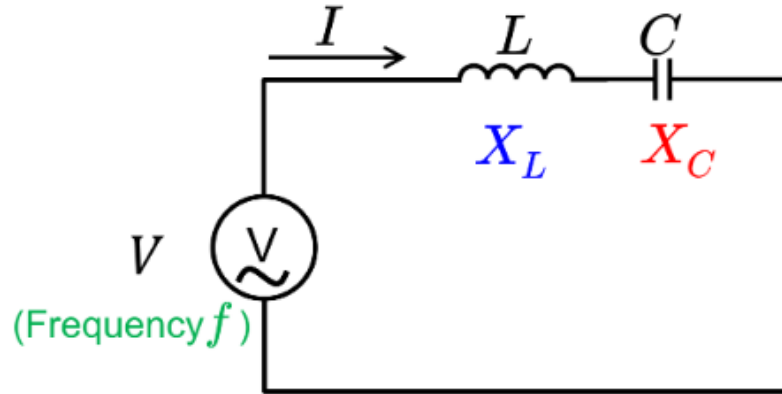
Phasor Diagram for a Parallel RLC Circuit



Χωρητική Συμπεριφορά

$$I_C < I_L \Leftrightarrow \omega C < \frac{1}{\omega L}$$

Συντονισμός Σειράς (Tuning Series)

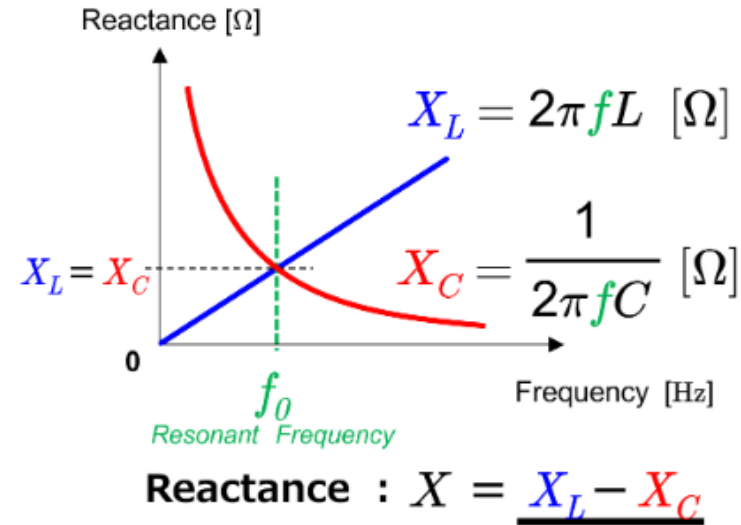


L [H]: Inductance

C [F]: Capacitance

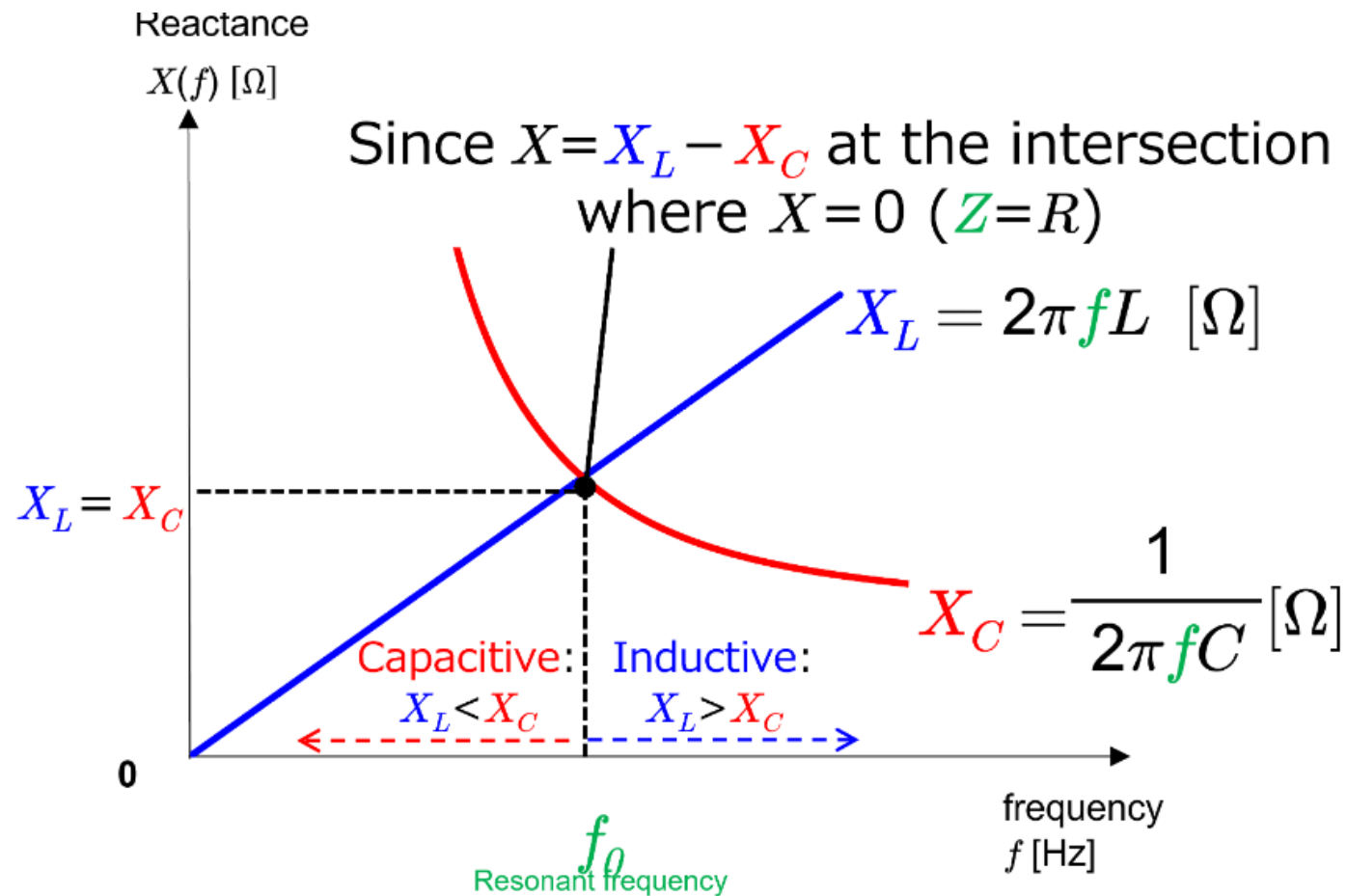
V [V]: Alternating Voltage

I [A]: Alternating Current

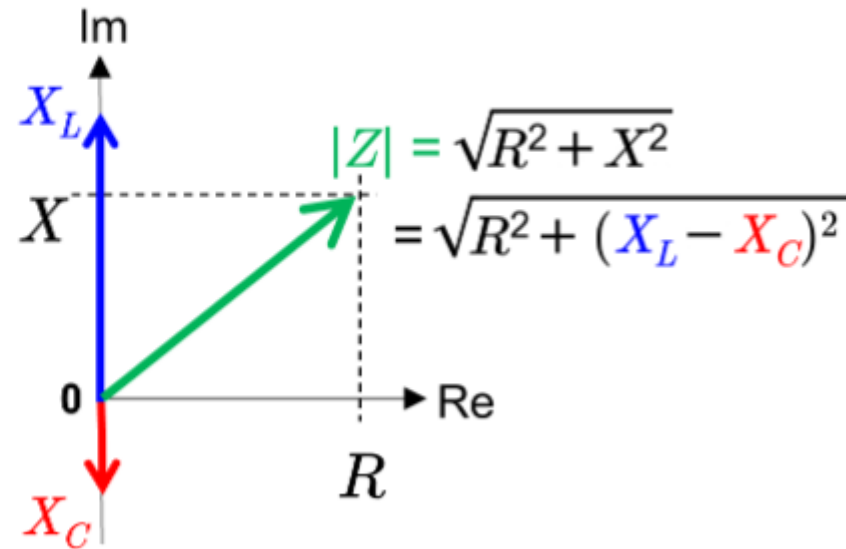
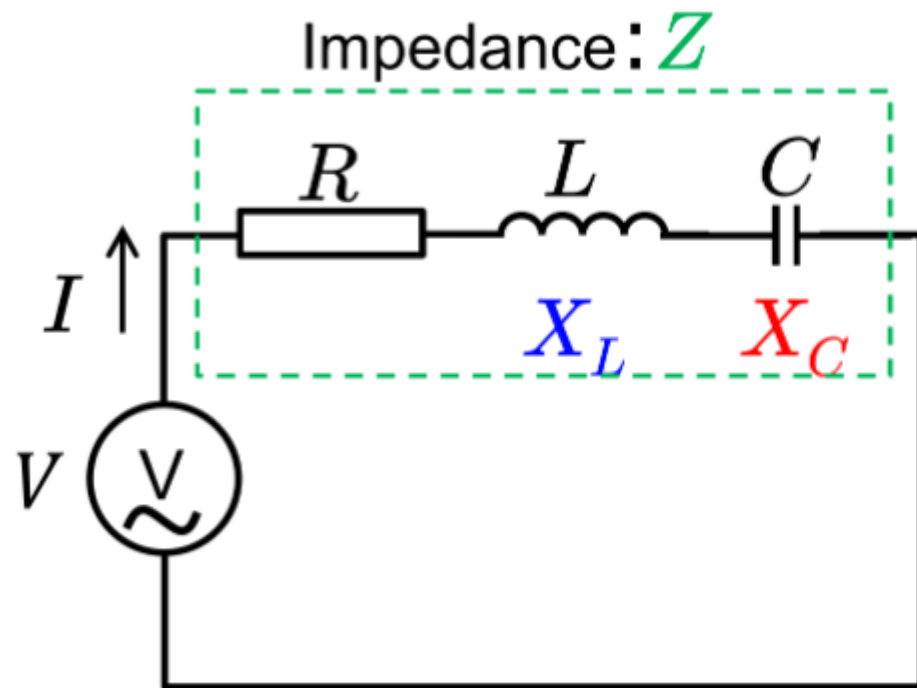


- Όταν ένα πηνίο και ένας πυκνωτής συνδέονται σε σειρά ή παράλληλα, τότε υπάρχει κάποια συχνότητα στην οποία η επαγωγική και χωρητική αντίδραση γίνονται ίσες μεταξύ τους.
- Το σημείο στο οποίο οι δύο αντιδράσεις εξισώνονται μεταξύ τους, λέγεται **συντονισμός**.

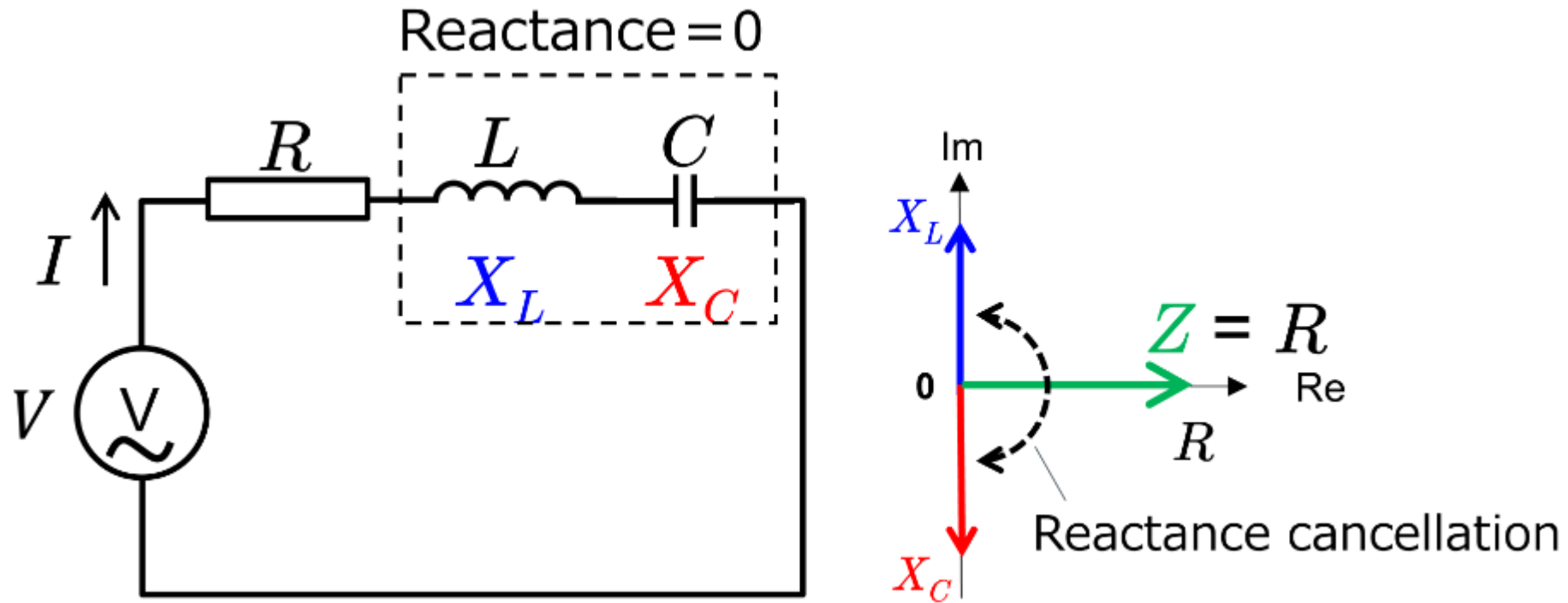
Συντονισμός Σειράς (Tuning Series)



Συντονισμός Σειράς (Tuning Series)



Συντονισμός Σειράς (Tuning Series)



$$I_{max} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + 0}} = \frac{U}{R}$$

Συντονισμός Σειράς (Tuning Series)

$$X_L = X_C \Leftrightarrow$$

$$L * \omega = \frac{1}{C * \omega} \Leftrightarrow$$

$$2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC} \Leftrightarrow$$

$$f_0^2 = \frac{1}{4\pi^2 LC} \Leftrightarrow$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

η

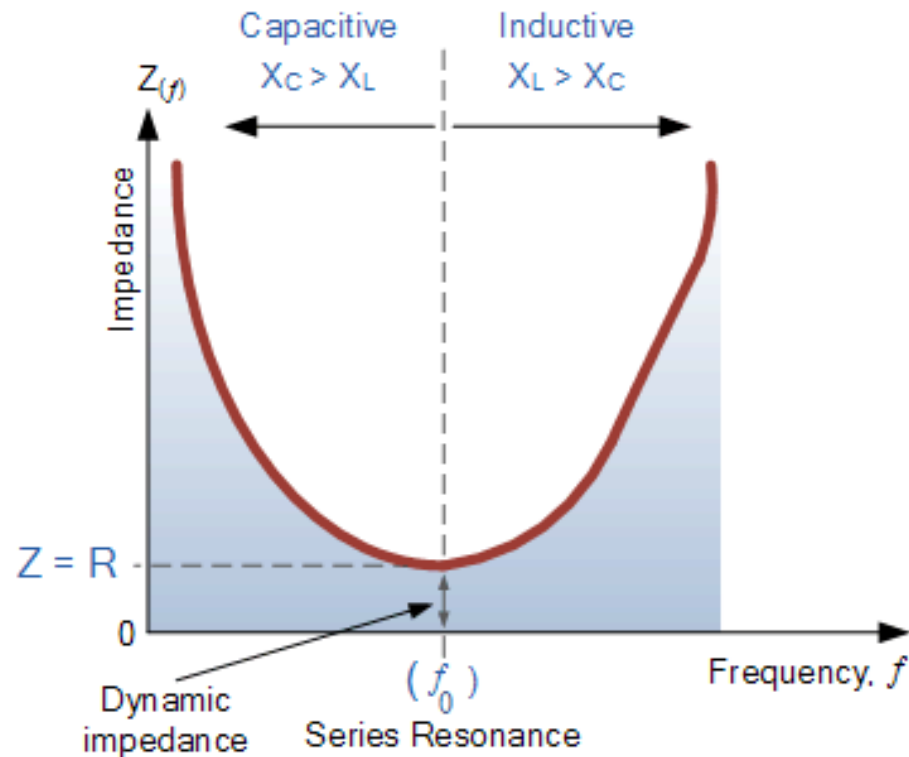
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Συντονισμός Σειράς (Tuning Series)

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2} = R$$

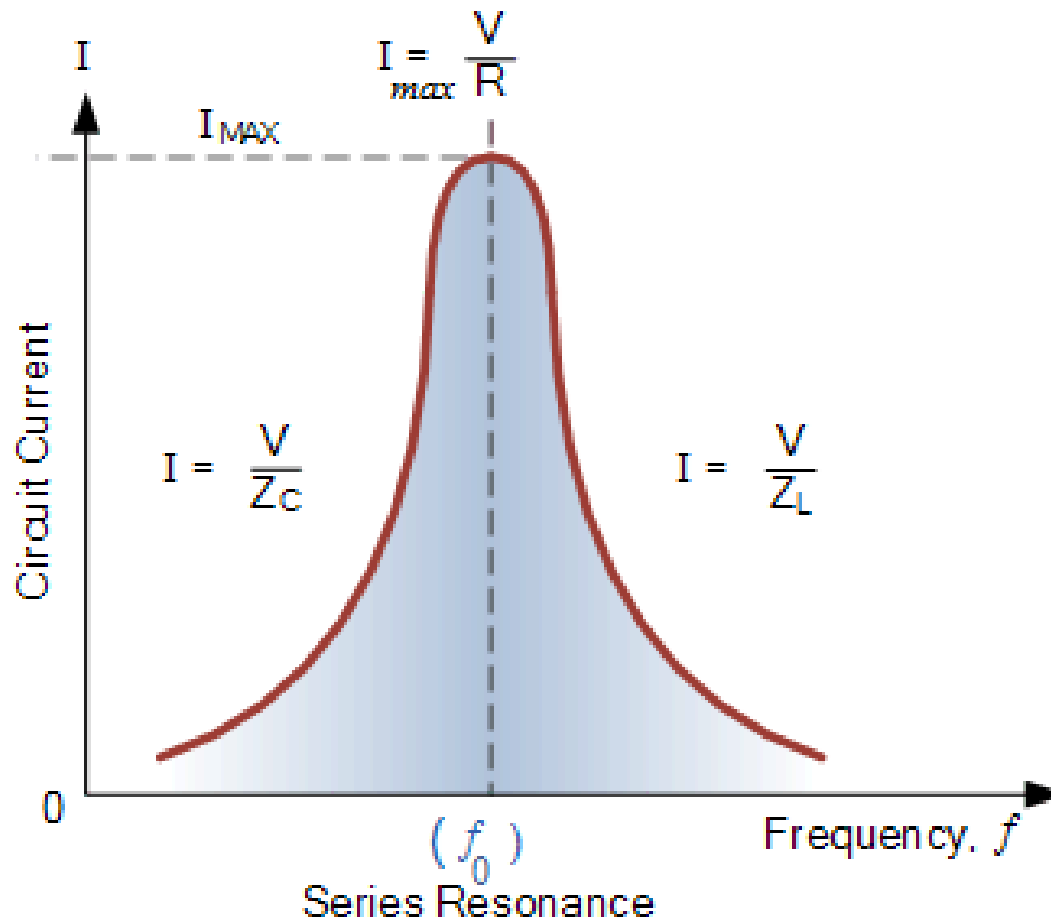
Όπου R , είναι οι ισοδύναμες απώλειες των στοιχείων L-C.

Impedance in a Series Resonance Circuit



Συντονισμός Σειράς (Tuning Series)

Series Circuit Current at Resonance



Συντονισμός Σειράς (Tuning Series)

Συντελεστής ποιότητας του κυκλώματος (Q_π) ονομάζεται το πηλίκο της τάσης που επικρατεί στα άκρα του πηνίου (ή του πυκνωτή) κατά το συντονισμό προς την τάση τροφοδοσίας, δηλαδή

$$Q_\pi = \frac{V_L}{V} = \frac{V_C}{V} = \frac{I_{\max} \cdot \omega_r \cdot L}{I_{\max} \cdot R} = \frac{\omega_r \cdot L}{R} = \frac{1}{\omega_r \cdot R \cdot C} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow$$
$$Q_\pi = \frac{\omega_r \cdot L}{R} = \frac{1}{\omega_r \cdot R \cdot C} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Ο συντελεστής ποιότητας (Q_π) δείχνει ότι η τάση U_L ή U_C είναι Q_π φορές μεγαλύτερη από την τάση τροφοδοσίας και οι τιμές του στην πράξη κυμαίνονται συνήθως μεταξύ 10 και 300. Εμφανίζονται δηλαδή υπερτάσεις στο εσωτερικό του κυκλώματος RLC.

Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό ως **υπέρταση** κατά το συντονισμό και πρέπει να λαμβάνεται σοβαρά υπόψη κατά το σχεδιασμό ενός κυκλώματος, διότι υπάρχει ο κίνδυνος να διασπαστεί το διηλεκτρικό του πυκνωτή εξαιτίας της υπέρτασης.

Συντονισμός Σειράς (Tuning Series)

Για τον υπολογισμό της ισχύος στην περίπτωση του συντονισμού, παρατηρούμε τα εξής. Επειδή δεν υπάρχει διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και ρεύματος ($\varphi = 0^\circ$) εφαρμόζοντας τις σχέσεις (5.3.5) και (5.3.6) παίρνουμε:

$$P = U_{\text{EV}} \cdot I_{\text{EV}} \cdot \text{συν}\varphi = U_{\text{EV}} \cdot I_{\text{EV}} \cdot \text{συν}0^\circ = U_{\text{EV}} \cdot I_{\text{EV}}$$

$$Q = U_{\text{EV}} \cdot I_{\text{EV}} \cdot \eta\mu\varphi = U_{\text{EV}} \cdot I_{\text{EV}} \cdot \eta\mu 0^\circ = 0$$

δηλαδή, όταν το κύκλωμα βρίσκεται σε συντονισμό απορροφά αποκλειστικά πραγματική ισχύ από την πηγή, η οποία καταναλώνεται στην ωμική του αντίσταση R . Επειδή δε, το ρεύμα είναι μέγιστο συμπεραίνουμε ότι και η **απορροφούμενη ισχύς είναι μέγιστη**.

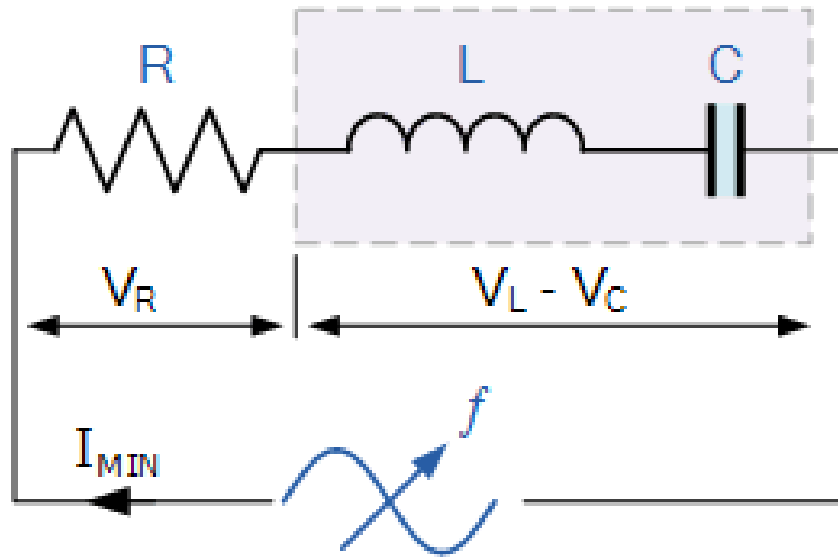
Επομένως, όταν ένα κύκλωμα είναι συντονισμένο, μεταφέρεται μέγιστη πραγματική ισχύς από την πηγή στην ωμική αντίσταση του κυκλώματος.

Στο εσωτερικό του κυκλώματος υπάρχει αποταμιευμένη ενέργεια στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου και στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή. Η ενέργεια αυτή κυκλοφορεί συνεχώς μεταξύ του πηνίου και του πυκνωτή (ταλάντωση ενέργειας) αλλάζοντας μορφή, χωρίς ποτέ να επιστρέφει στην πηγή, όπως συμβαίνει σε ένα ασυντόνιστο κύκλωμα RLC.

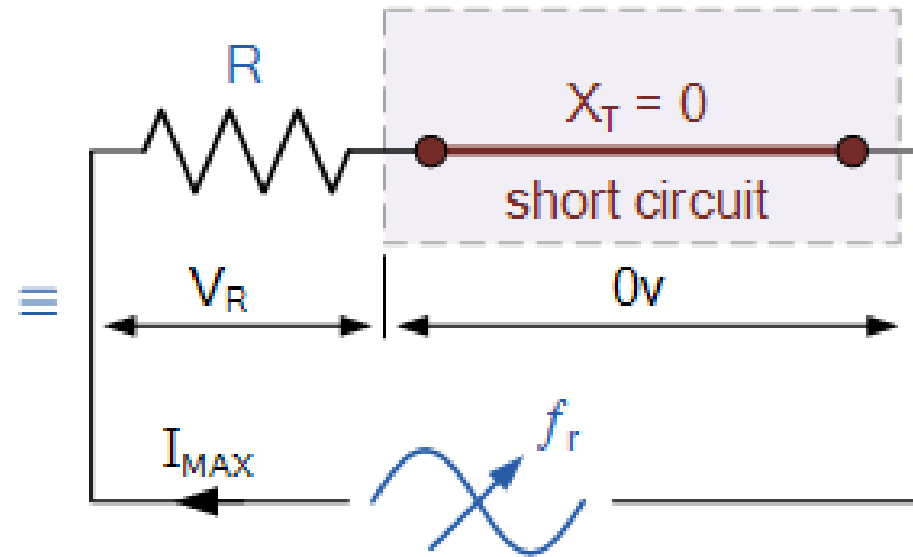
Με άλλα λόγια, μεταξύ του πηνίου και του πυκνωτή πραγματοποιείται συνεχώς μια ταλάντωση ενέργειας με συχνότητα ίση με τη συχνότητα συντονισμού.

Συντονισμός Σειράς (Tuning Series)

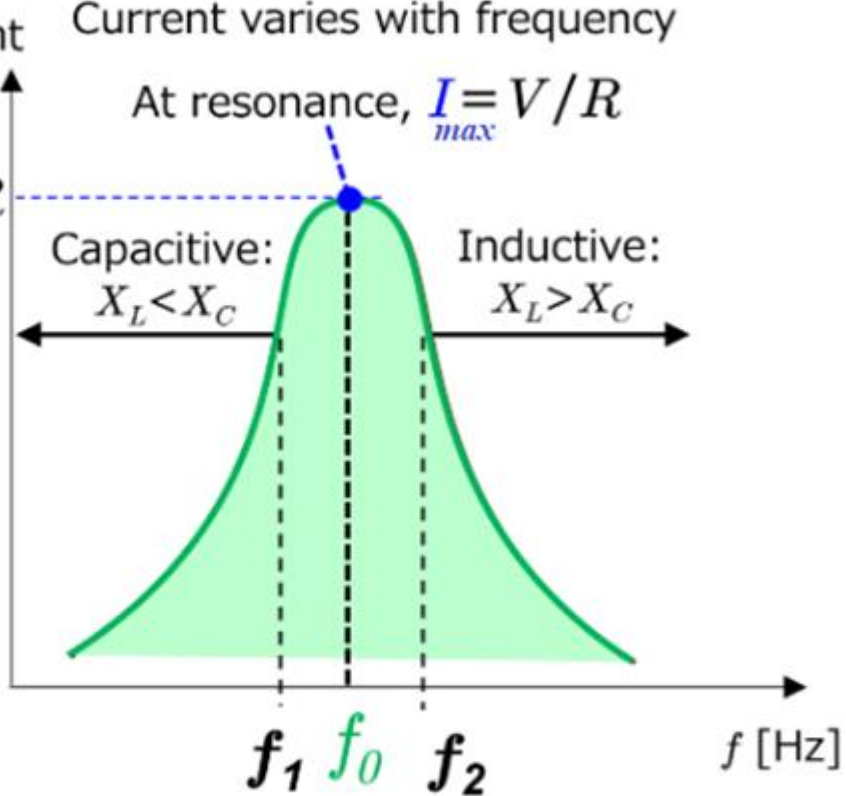
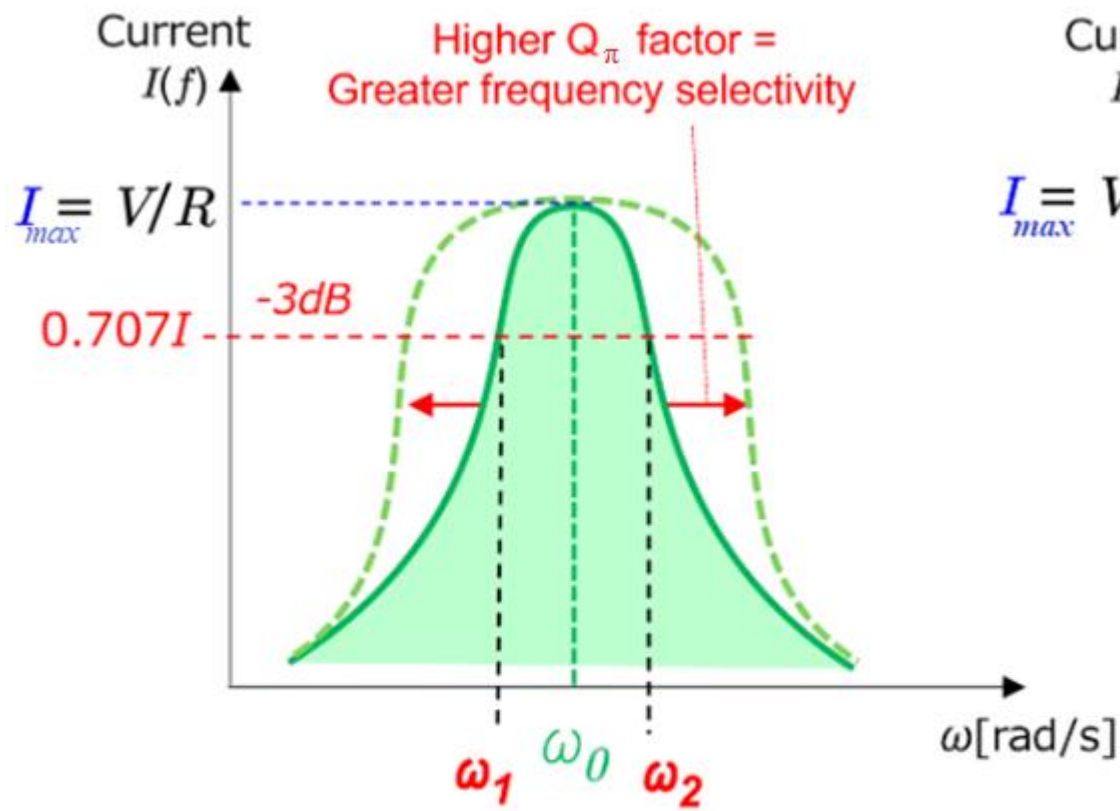
Either side of resonance
the voltage drop = $V_L - V_C$



At resonance the voltage
drop equals zero



Συντονισμός Σειράς (Tuning Series)

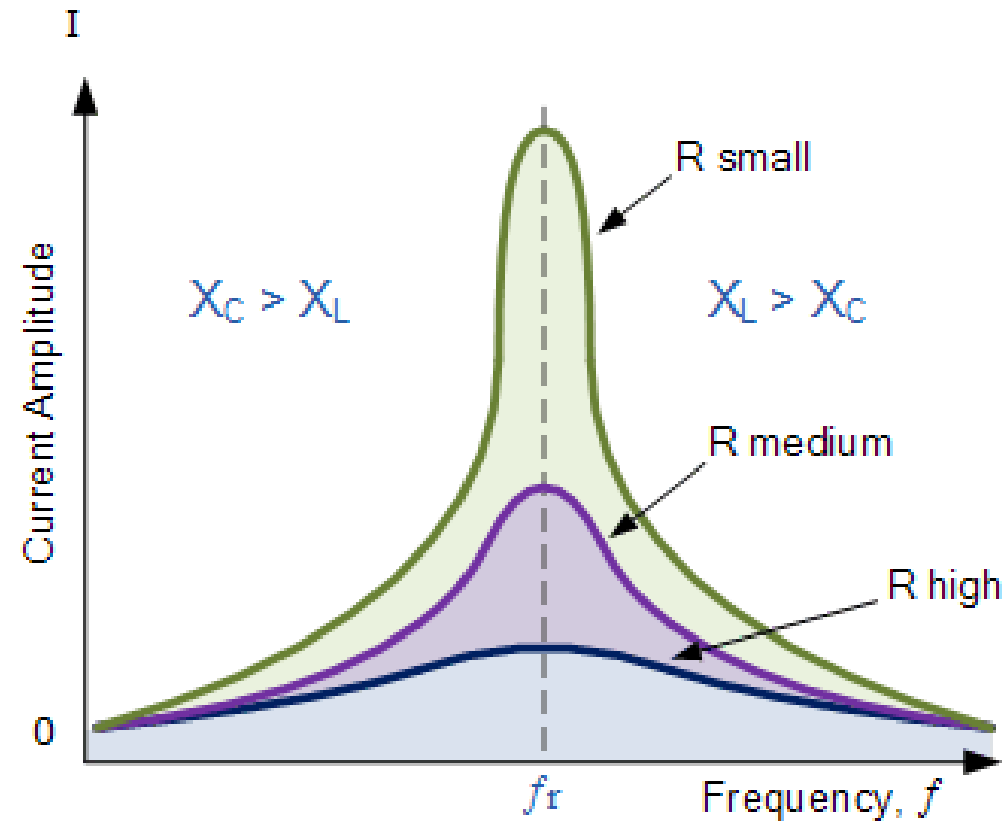


$$Q_\pi = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}$$

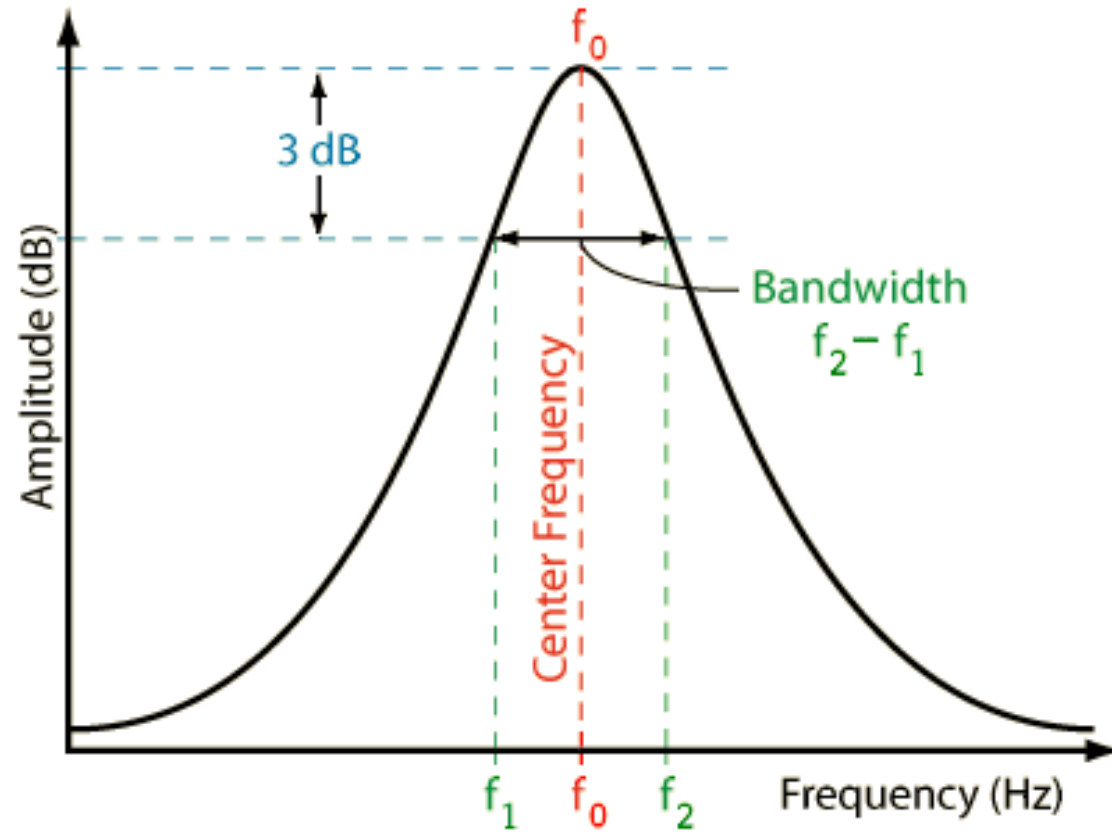
Higher Q_π factor = Greater frequency selectivity

Συντονισμός Σειράς (Tuning Series)

Bandwidth of a Series RLC Resonance Circuit



Συντονισμός Σειράς (Tuning Series)



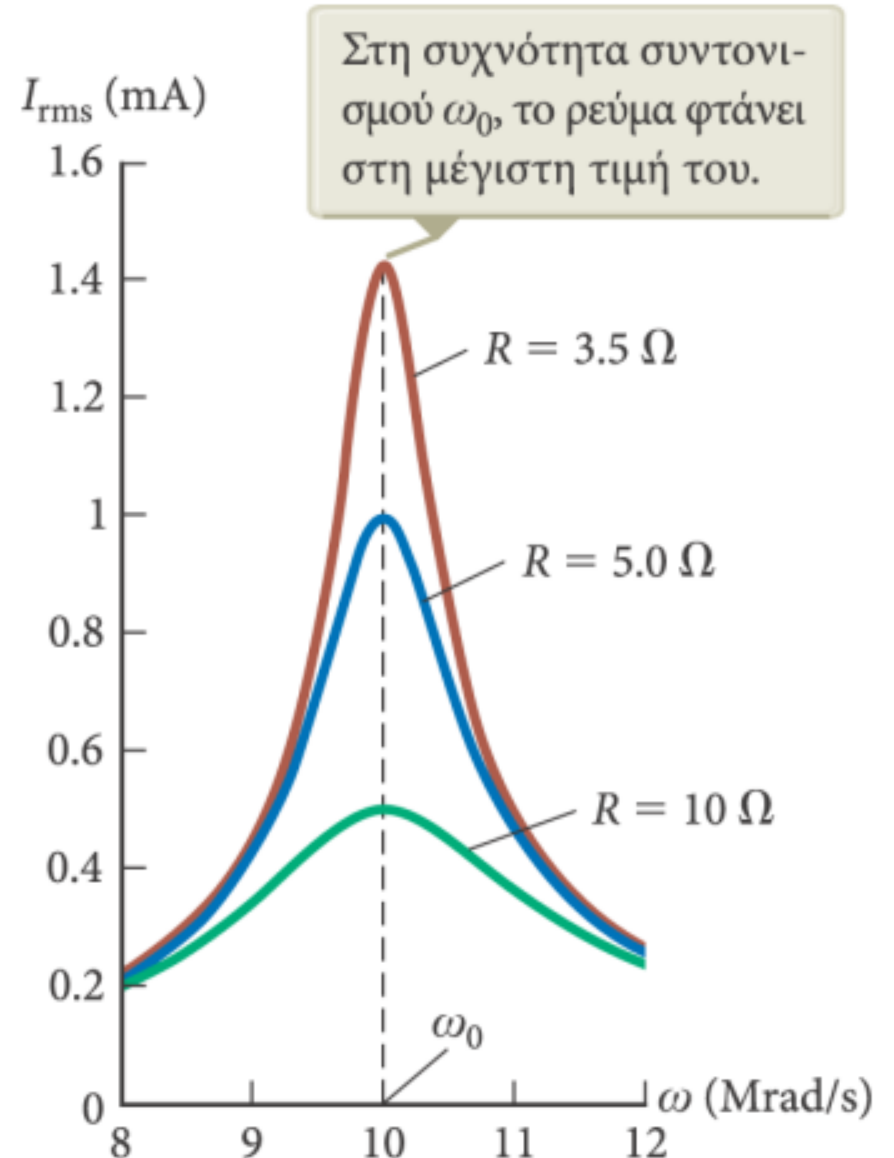
$$Q_{\pi} = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{f_0}{f_2 - f_1}$$

Συντονισμός Σειράς (Tuning Series)

Ο συντονισμός συμβαίνει στην ίδια συχνότητα ανεξάρτητα από την τιμή της ωμικής αντίστασης R .

Για μικρότερες τιμές της ωμικής αντίστασης R , η καμπύλη γίνεται οξύτερη, δηλαδή πιο στενή και πιο ψηλή.

Θεωρητικά, αν $R = 0$, τότε το ρεύμα παίρνει άπειρη τιμή κατά τον συντονισμό (ωστόσο, τα πραγματικά κυκλώματα πάντοτε έχουν μια έστω και μικρή ωμική αντίσταση).



Συντονισμός Σειράς (Tuning Series)

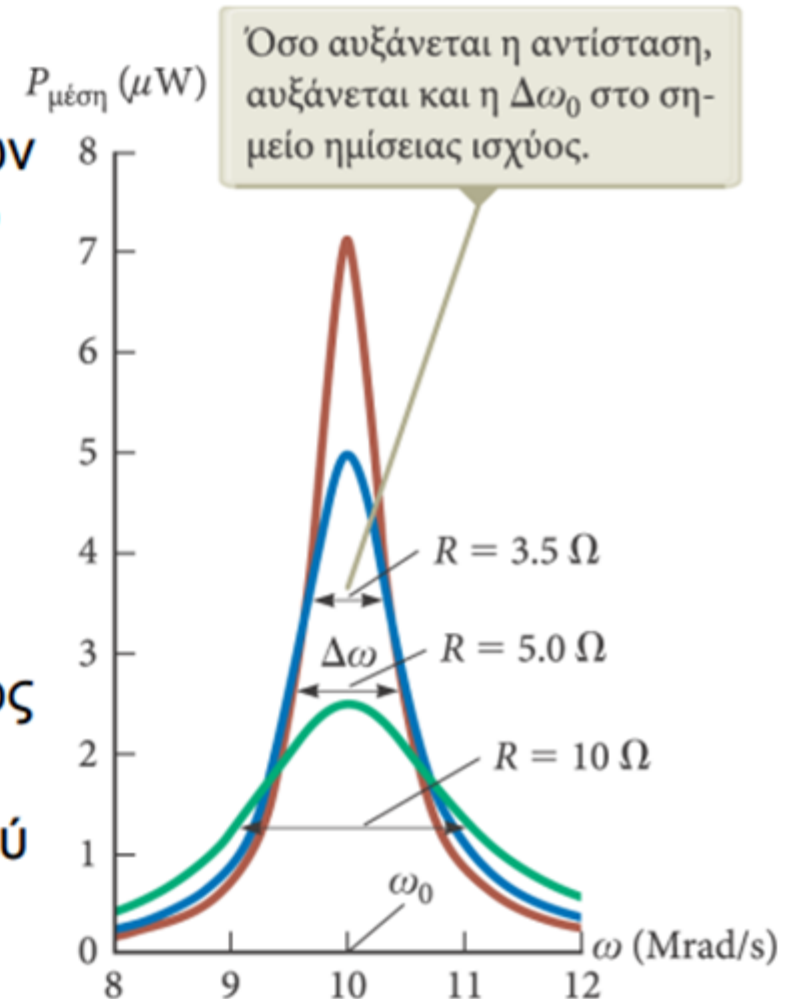
Η οξύτητα της καμπύλης συντονισμού συνήθως περιγράφεται με μια αδιάστατη παράμετρο, η οποία ονομάζεται συντελεστής ποιότητας, Q .

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\omega_0 L}{R}$$

$\Delta\omega$ είναι το άνοιγμα της καμπύλης μεταξύ των δύο τιμών της συχνότητας ω για τις οποίες η $P_{\text{μέση}}$ παίρνει το μισό της μέγιστης τιμής της (τα σημεία όπου παρατηρούνται αυτές οι τιμές της συχνότητας ω ονομάζονται *σημεία ημίσειας ισχύος*)

Ένα κύκλωμα με μεγάλο συντελεστή ποιότητας (*οξεία κορυφή*) αποκρίνεται μόνο σε ένα μικρό εύρος συχνοτήτων. Ένα κύκλωμα με μικρό συντελεστή ποιότητας Q αποκρίνεται σε ένα πολύ μεγαλύτερο εύρος συχνοτήτων.

Μια σημαντική εφαρμογή των κυκλωμάτων συντονισμού είναι το κύκλωμα λήψης του ραδιοφώνου.



Συντονισμός Σειράς (Tuning Series)

1. Τα κυκλώματα **συντονισμού σειράς** είναι φίλτρα διέλευσης: Επιτρέπουν την διέλευση ενός φάσματος συχνοτήτων γύρω από την f_0 και κόβουν τις συχνότητες έξω από αυτό το φάσμα. (Επιλογή ραδιοφωνικών σταθμών).
2. Τα κυκλώματα **παράλληλου συντονισμού** είναι φίλτρα αποκοπής: Κόβουν τις συχνότητες γύρω από την f_0 και επιτρέπουν την διέλευση των υπόλοιπων συχνοτήτων.

Συντονισμός Σειράς (Tuning Series)

Series Resonance Example

Ένα κύκλωμα σειράς αποτελείται από αντίσταση 4Ω , αυτεπαγωγή 500 mH και μεταβλητή χωρητικότητα συνδεδεμένη μέσω τροφοδοσίας 100 V , 50 Hz . Υπολογίστε τη χωρητικότητα που απαιτείται για την παραγωγή μιας συνθήκης συντονισμού σειράς και τις τάσεις που παράγονται τόσο στον επαγωγέα όσο και στον πυκνωτή στο σημείο συντονισμού.

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \times 50 \times 0.5 = 157.1\Omega$$

$$\text{at resonance: } X_C = X_L = 157.1\Omega$$

$$\therefore C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 157.1} = 20.3\mu\text{F}$$

Voltages across the inductor and the capacitor, V_L, V_C

$$I_{max} = \frac{V}{R} = \frac{100}{4} = 25\text{Amps}$$

$$\text{at Resonance: } V_L = V_C$$

$$V_L = I \times X_L = 25 \times 157.1$$

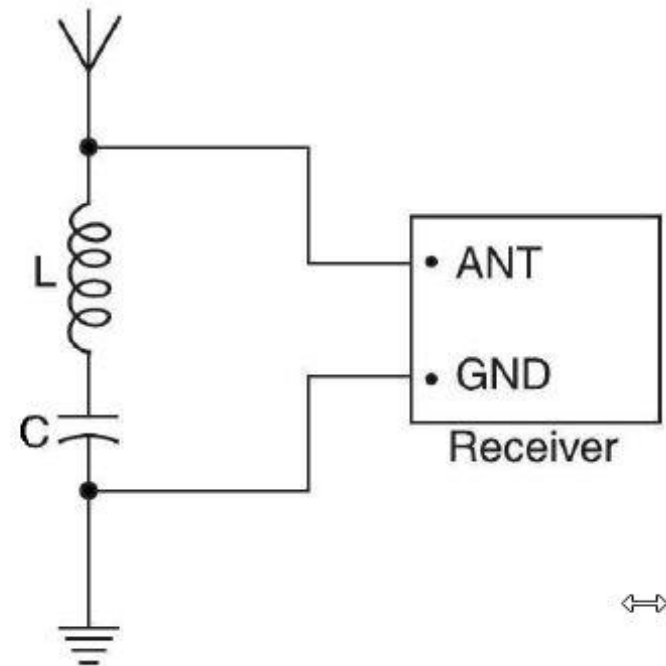
$$\text{Thus } V_L = 3,927.5\text{volts or } 3.9\text{kV}$$

$$\text{and } V_C = 3,927.5\text{volts or } 3.9\text{kV}$$

Εφαρμογές Συντονισμένων Κυκλωμάτων σειράς

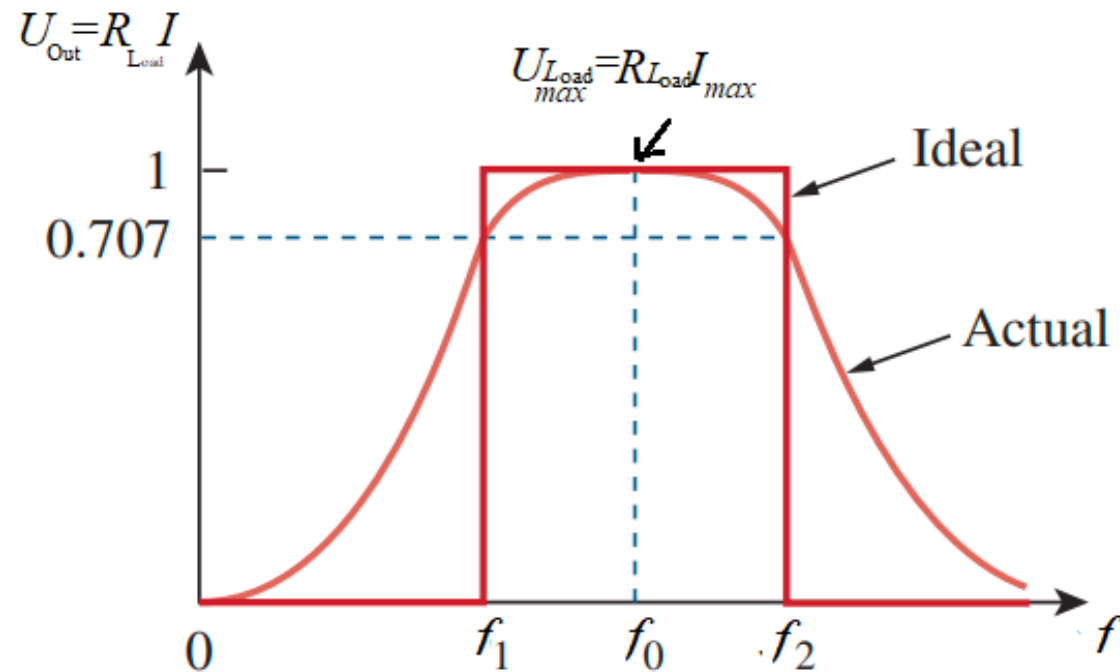
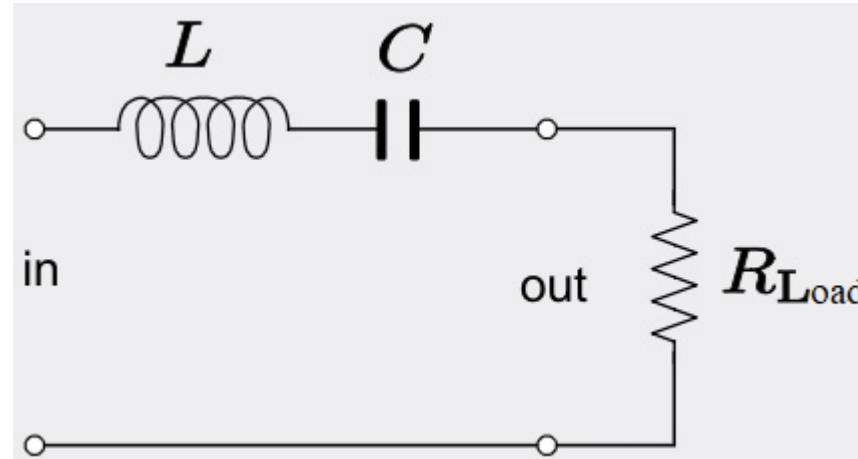
Είδαμε ότι σε ένα κύκλωμα σειράς R-L-C, υπάρχει μία συχνότητα την συχνότητα συντονισμού (resonant frequency) στην οποία το κύκλωμα προσφέρει ελάχιστη σύνθετη αντίσταση. Για όλες τις άλλες συχνότητες, το κύκλωμα προσφέρει σημαντική σύνθετη αντίσταση. Έτσι, εάν τροφοδοτούνται εναλλασσόμενα ρεύματα διαφόρων συχνοτήτων σε ένα τέτοιο κύκλωμα, μόνο εκείνα που βρίσκονται κοντά στη συχνότητα συντονισμού θα διέρχονται από το κύκλωμα. Αυτό είναι το βασικό σημείο στον συντονισμό της σειράς. Υπάρχουν πολλές εφαρμογές συντονισμού σειράς π.χ.:

1) **Φίλτρο κυμάτων.** Ένα συντονισμού σειράς συνδεδεμένο με το κύκλωμα κεραίας ενός ραδιοφωνικού δέκτη θα προσφέρει μια πολύ χαμηλή σύνθετη αντίσταση σε οποιοδήποτε ρεύμα σήματος το οποίο έχει την συχνότητα Συντονισμού. Ωστόσο, για όλες τις άλλες συχνότητες, το κύκλωμα θα προσφέρει υψηλή σύνθετη αντίσταση. Με αυτόν τον τρόπο, το κύκλωμα εμποδίζει τα ρεύματα σήματος ανεπιθύμητων συχνοτήτων να εισέλθουν στον ραδιοφωνικό δέκτη λειτουργώντας ως κυματοπαγίδα.

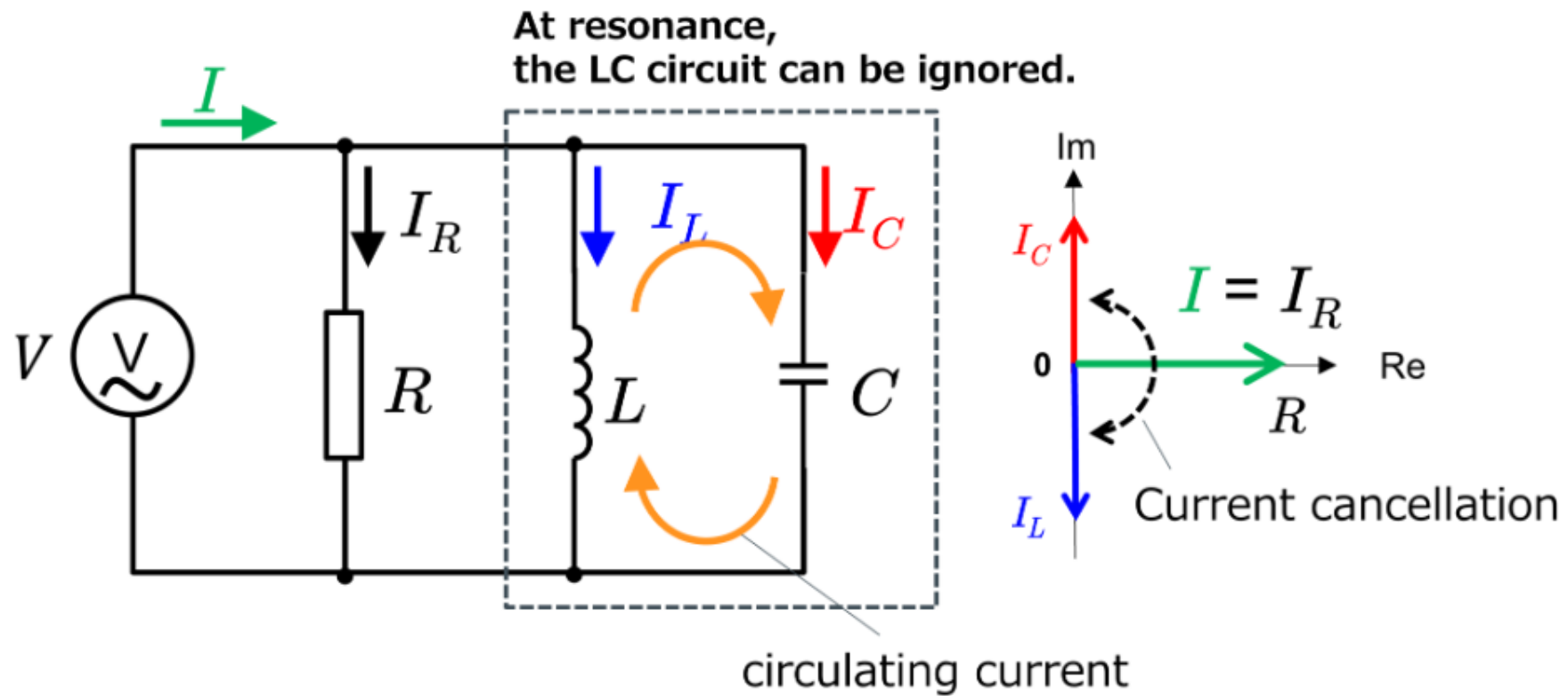


Εφαρμογές Συντονισμένων Κυκλωμάτων σειράς

2) Φίλτρο διέλευσης ζώνης RLC (band pass filter)



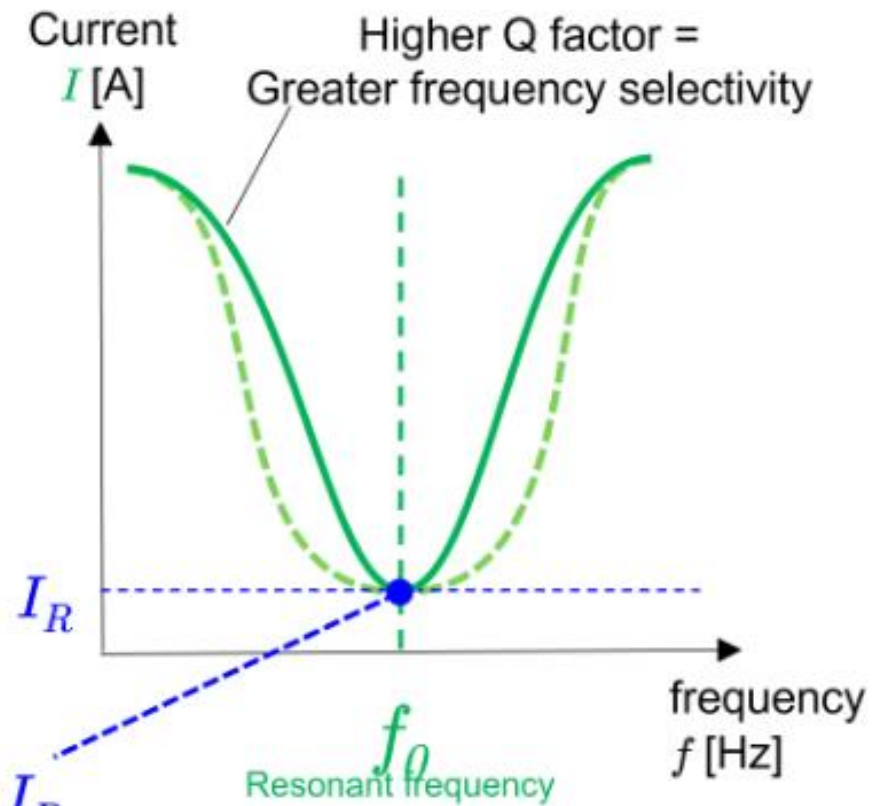
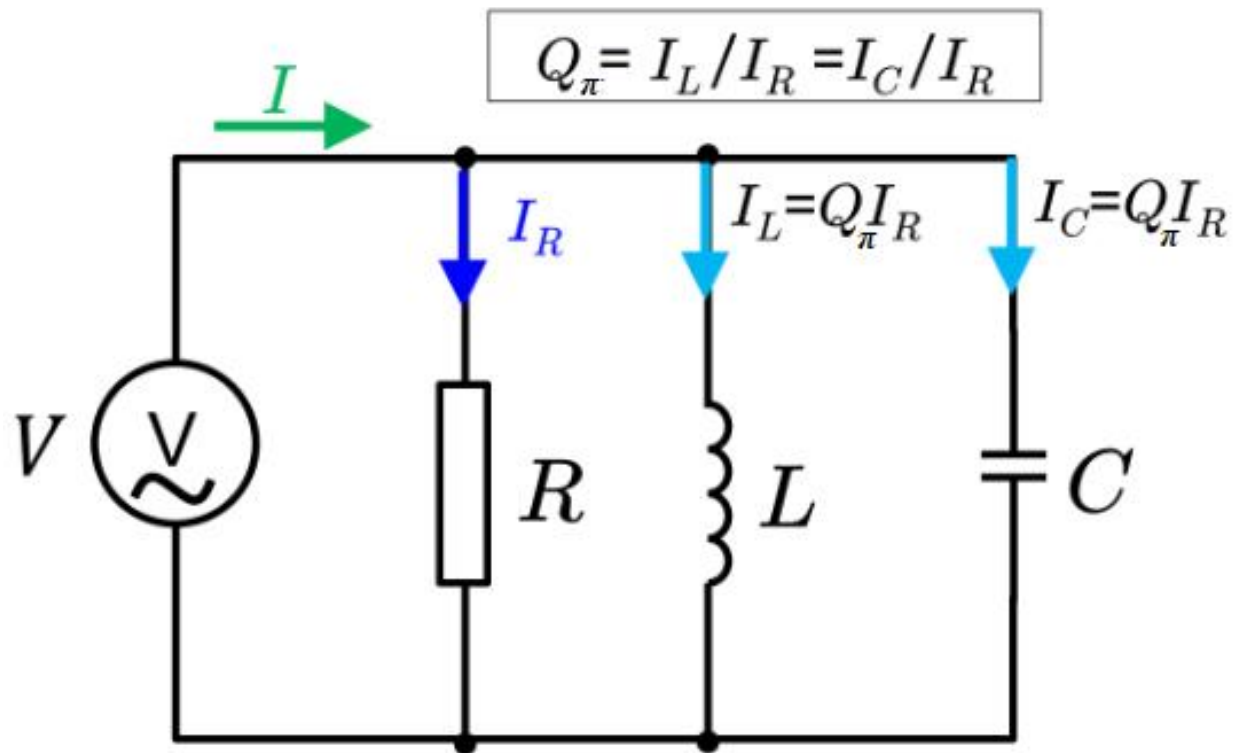
Συντονισμένα παράλληλα Κυκλώματα



At resonance, $I = I_R$

$$Z = R$$

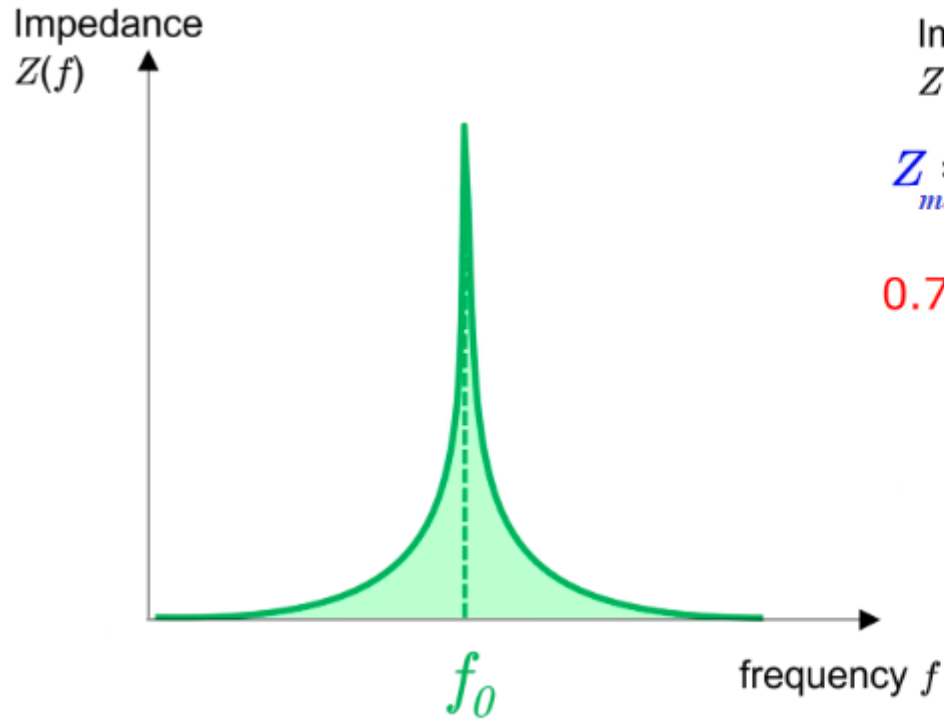
Συντονισμένα παράλληλα Κυκλώματα



At resonance, $I_{min} = I_R$

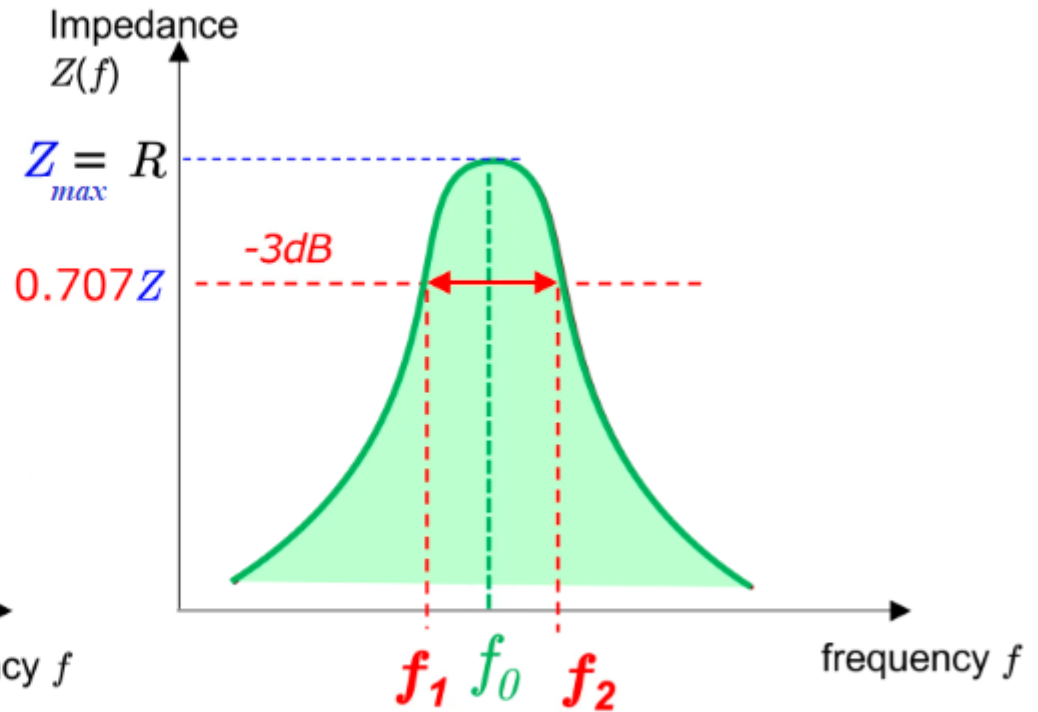
Συντονισμένα παράλληλα Κυκλωμάτων

LC parallel resonant circuit



LC resonance filters a specific frequency.

RLC parallel resonant circuit



Resistance reduces sharpness and creates bandwidth.

Εφαρμογές Συντονισμένων παράλληλων Κυκλωμάτων

Ως κύκλωμα συντονισμού. Ένα κύκλωμα συντονισμού σειράς χρησιμοποιείται για σκοπούς συντονισμού σε έναν ραδιοφωνικό δέκτη. Το σήμα εισόδου προέρχεται από την κεραία και επάγει μια τάση E σε L του κυκλώματος συντονισμού της σειράς. Η τάση στον πυκνωτή γίνεται $V_C = Q_\pi E$ όπου Q_π είναι ο συντελεστής ποιότητας του κυκλώματος. Καθώς η τιμή του Q_π είναι γενικά μεγάλη, το αρχικό σήμα που λαμβάνεται από την κεραία αυξάνεται πολλές φορές σε τιμή και εμφανίζεται κατά μήκος του C . Η τιμή του V_C είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτή που θα μπορούσε να ληφθεί από τον λόγο άμεσου μετασχηματιστή. Έτσι ο ενισχυτής λαμβάνει ένα πολύ αυξημένο σήμα.

