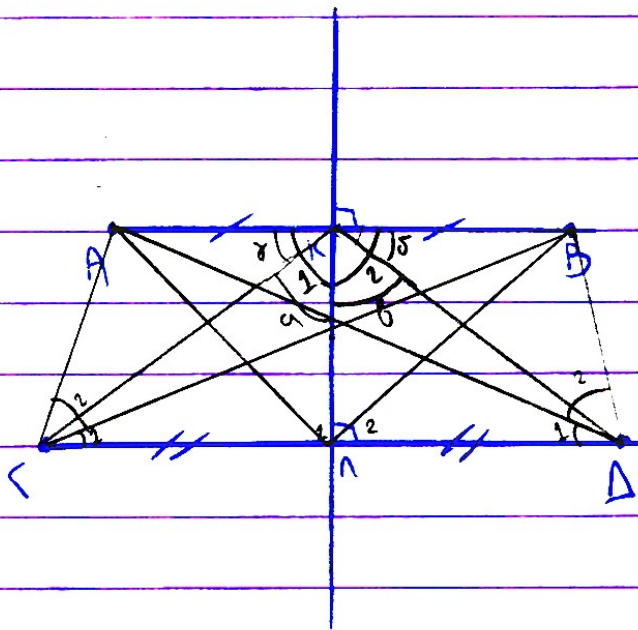


Του Χάρη

Ερωτήσεις και απαντήσεις!



Άσκηση

AB και ΓΑ έχουν κοινή μέσοκαθέτου την ΚΝ. Να δείξετε ότι:

- i) $K\Gamma = K\Delta$
- ii) $\Lambda A = \Lambda B$
- iii) $\Gamma A = \Delta B$
- iv) $\Lambda B\Gamma = \Lambda B\Delta$
- v) $\Lambda \Delta\Gamma = B\Gamma\Delta$

i) $K\Gamma = K\Delta$; Συγκρίνουμε $\Gamma K\Lambda$ και $\Delta K\Lambda$

- $K\Lambda$ κοινή
- $\Gamma\Lambda = \Delta\Lambda$ από υποθέσει
- $\hat{\Lambda}_1 = \hat{\Lambda}_2$ (ορθές) από υποθέσει

$\left. \begin{array}{l} \Gamma K\Lambda = \Delta K\Lambda \text{ τότε} \\ \text{και τα υπολοίπα στοιχεία} \\ \text{τους είναι ίσα} \Rightarrow \\ \hat{K}_\alpha = \hat{K}_\beta \end{array} \right\} \Rightarrow K\Gamma = K\Delta$

ii) $\Lambda A = \Lambda B$; Συγκρίνουμε $\Lambda K\Lambda$ και $BK\Lambda$

- $K\Lambda$ κοινή
- $\Lambda K = B K$ από υποθέσει
- $\hat{K}_1 = \hat{K}_2$ (ορθές) από υποθέσει

$\left. \begin{array}{l} \Lambda K\Lambda = B K\Lambda \text{ τότε και τα} \\ \text{υπολοίπα στοιχεία τους είναι} \end{array} \right\} \Rightarrow \Lambda A = \Lambda B$

iii) $\Gamma A = \Delta B$; Συγκρίνουμε $\triangle AK\Gamma$ και $\triangle BK\Delta$

- $AK = KB$ (από υπόθεση)

- $K\Gamma = K\Delta$ (από σχέση i)

- $\hat{\Gamma}_2 = \hat{\Delta}_2$ (ως παραπληρωματικές ίσων γωνιών $\hat{\Gamma}_1 = \hat{\Delta}_1$ από σχέση i)

Οπότε σύμφωνα με $\pi-\Gamma-\pi$ $\triangle AK\Gamma = \triangle BK\Delta$, οπότε έχουν όλα τους τα στοιχεία ίσα \Rightarrow
 $\Rightarrow \Gamma A = \Delta B$ $\hat{A} = \hat{B}$

iv) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $\triangle AB\Gamma$ και $\triangle ABD$

- AB κοινή

- $A\Gamma = BD$ (από σχέση iii)

- $\hat{A} = \hat{B}$ (από σχέση iii)

Σύμφωνα με $\pi-\Gamma-\pi$ είναι ίσα, οπότε και

τα υπολοίπα στοιχεία τους είναι ίσα \Rightarrow

$$\Gamma B = AD \quad \hat{\Gamma}_2 = \hat{\Delta}_2$$

v) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $\triangle AD\Gamma$ και $\triangle BD\Gamma$

- ΓD κοινή

- $A\Gamma = BD$ (από σχέση iii)

- $AD = B\Gamma$ (από σχέση iv)

Σύμφωνα με $\pi-\pi-\pi$, $\triangle AD\Gamma = \triangle BD\Gamma$