**ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ**

**Παρατηρήσεις** :

**I)** Για να είναι μια συνάρτηση f καλά ορισμένη θα πρέπει να δίνονται : **α)** το πεδίο ορισμού Α **β)** το σύνολο άφιξης Β **γ)** ο τύπος της συνάρτησης f . Αν δεν δίνεται το Β , σαν σύνολο άφιξης θεωρούμε το .

1. Πρακτικά για μια συνάρτηση δίνεται μόνο ο τύπος της. Στην περίπτωση αυτή :**«Το πεδίο ορισμού Α το βρίσκουμε παίρνοντας υπ’ όψιν όλους τους δυνατούς περιορισμούς για τους οποίους έχει νόημα ο τύπος της συνάρτησης».**

**► Πολυωνυμικές συναρτήσεις:f(x)=αν­xν+ αν­-1xν-1+ …+α1x+α0 Δεν έχουν μεταβλητή στον παρονομαστή , ούτε σε υπόριζο. Έχουν πεδίο ορισμού Α=.**



**► Ρητές συναρτήσεις: , P(x),Q(x) πολυώνυμα.Έχουν μεταβλητή στον παρονομαστή αλλά όχι σε υπόριζο.Έχουν πεδίο ορισμού:Α=-{ρίζες παρ/μαστή}**



**►Άρρητες συναρτήσεις: ,P(x) πολυώνυμο. Έχουν μεταβλητή σε υπόρριζο.Θέτουμε τα υπόριζα 0 και λύνουμε τις ανισώσεις που προκύπτουν για να βρούμε το Πεδίο Ορισμού**



***Όριο Συνάρτησης***

Αν οι συναρτήσεις *f* και *g* έχουν στο  όρια πραγματικούς αριθμούς, δηλαδή αν  και  όπου  και  πραγματικοί αριθμοί, τότε αποδεικνύεται ότι:

**1**. **2.**  **3.** **4.**

**5.** **6.**.

**Απροσδιοριστία**

Πολλές φορές στην αναζήτηση ενός ορίου, εφαρμόζοντας τις ιδιότητες οδηγούμαστε σε μη επιτρεπτές πράξεις , όπως π.χ.  **(απροσδιόριστη μορφή )** οπότε το όριο δεν προσδιορίζεται άμεσα. Στις περιπτώσεις αυτές κάνουμε **άρση της απροσδιοριστίας ,** εφαρμόζοντας διάφορες τεχνικές ανάλογα με την συνάρτηση και την μορφή της απροσδιοριστίας



**Όρια στοιχειωδών συναρτήσεων στο x0**

**1. Πολυωνυμικές: P(x)=ανxν+ αν-1xν-1+ αν-2xν-2+ …+ α1x + α0**



**Το όριο πολυωνυμικής συνά- ρτησης σε σημείο x0 του πεδίου ορισμού της είναι ίσο με την τιμή της στο x0**

**2. Ρητές: (** P(x),Q(x) πολυώνυμα ) , Q(x0)0 **Το όριο ρητής συνάρτησης σε σημείο x0 του π. ορισμού της είναι ίσο με την τιμή της στο x0**



**3. Τριγωνομετρικές: α)**, για κάθε x0 **β)**, για κάθε x0



**γ)**, για κάθε x0-{κπ+π/2 , κ}  **δ)**, για κάθε x0-{κπ , κ}



**7. Εκθετικές – λογαριθμικές: α)** , , α>0 , α1για κάθε x0  **β)**, για κάθε x0 (0,+)



► **Υπολογισμός του . Βάζουμε στον τύπο της f όπου x το x0**



**Αν προκύψει πραγματικός αριθμός αυτό θα είναι και το (γίνεται εφαρμογή των ιδιοτήτων)**



**Αν προκύψει απροσδιόριστη μορφή i) κάνουμε παραγοντοποίηση στους όρους του κλάσματος και αφού διαγράψουμε τους κοινούς παράγοντες βρίσκουμε το όριο, ή ii) αν έχουμε ριζικά, πολαπλασιάζουμε τους όρους του κλάσματος με την συζυγή παρά- σταση και αφού εμφανισθεί ο παράγοντας x-x0  διαγράφεται και βρίσκουμε το όριο.**



* *ΑΣΚΗΣΕΙΣ*

1. Αν , να υπολογίσετε τις τιμές , , .
2. Αν , να υπολογίσετε τις τιμές  και . Για ποιες τιμές του *t* είναι ;
3. Να υπολογίσετε τα όρια:
4.  ii)  iii) 

iv)  v) .

1. Να υπολογίσετε τα όρια: i)  ii)  iii)  iv)  v)  vi) .
2. Να δείξετε ότι i)  ii) .
3. Να υπολογίσετε τα όρια: **i)**  **ii)**  **iii)**  **iv)**



1. **v) vi)**  **vii)** **viii)**  **ix) x)**  **xi) xii)**



1. Δίνεται η συνάρτηση f(x)= α) Να απλοποιηθεί ο τύπος και να γίνει η γραφική παράσταση κατά προσέγγιση β) Ποιο είναι το ; Συγκρίνετέ το με το f(1)



1. Να υπολογισθούν τα όρια: α) β) γ),



δ)

