



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία A, B , όταν
α) $A(2, 5), B(1, -3)$ β) $A(-3, -5), B(-5, 7)$ γ) $A(0, 4), B(2, -6)$.
2. Να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει με τον άξονα $x'x$ η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία A, B , όταν:
α) $A(2, 5), B(1, 4)$ β) $A(1, 5), B(1, -3)$ γ) $A(0, -1 + \sqrt{3}), B(1, -1)$
δ) $A(-3, \sqrt{3}), B(-1, -\sqrt{3})$ ε) $A(\sqrt{3}, 0), B(0, 1)$ στ) $A(\sqrt{3}, 0), B(0, -1)$
3. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από τα σημεία:
α) $A(-3, 10), B(0, 1)$ β) $A(7, 2), B(7, -1)$ γ) $A(11, 3), B(-3, 3)$
4. α) Οι κορυφές τριγώνου $AB\Gamma$ είναι τα σημεία $A(0, -4), B(-3, 0)$ και $\Gamma(3, 4)$.
β) Να βρείτε τις εξισώσεις της διαμέσου $A\Delta$ και του ύψους BE .
γ) Ποιο είναι το σημείο τομής των ευθειών $A\Delta$ και BE ;
δ) Ποιες είναι οι συντεταγμένες του E ;
5. Τα μέσα των πλευρών ενός τριγώνου $AB\Gamma$ είναι τα σημεία $\Delta(-2, 3), E(4, 3)$ και $Z(1, -2)$. Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών του.
6. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $A(-2, 1)$ και το τμήμα της που αποκόπτεται από τους άξονες έχει μέσο το A .

7. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο $A(3, 2)$ και ορίζουν με τους άξονες ισοσκελές τρίγωνο.

8. Οι εξισώσεις των πλευρών ενός τριγώνου είναι: $x + y = 2$, $2x - y = 1$ και $x - 3y = 3$. Να βρείτε τις εξισώσεις των μεσοκαθέτων των πλευρών και το περίκεντρο του τριγώνου.

9. Να βρείτε την προβολή του σημείου $A(-2, 0)$ πάνω στην ευθεία με εξίσωση $x + 2y - 4 = 0$.

10. Να βρείτε το συμμετρικό του σημείου $A(-2, 1)$ ως προς την ευθεία $\epsilon: x + 2y - 1 = 0$.

11. α) Να βρείτε τις τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η εξίσωση:

$$(\lambda^2 - 3\lambda + 2)x + (2\lambda - \lambda^2)y + (3 + 4\lambda) = 0 \text{ παριστάνει ευθεία.}$$

β) Πότε η ευθεία αυτή είναι παράλληλη:

i) στον άξονα $x'x$; ii) στον άξονα $y'y$; και iii) στο διάνυσμα $\vec{a} = (2, -4)$;

12. Δίνονται τα σημεία $A(3, 0)$, $B(1, 4)$ και η ευθεία $\epsilon: 2x + y - 2 = 0$. Να βρεθεί σημείο M της ϵ ώστε το τρίγωνο MAB να είναι ορθογώνιο στο M .

13. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ μια κορυφή έχει συντεταγμένες $(1, 4)$ και οι εξισώσεις δύο υψών του είναι $x - y + 4 = 0$ και $3x + 2y - 14 = 0$.

α) Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών του τριγώνου.

β) Να βρείτε την εξίσωση του τρίτου ύψους του τριγώνου.

14. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται: η κορυφή $A(1, 3)$, το ύψος $B\Delta: 3x - 4y + 6 = 0$ και η διάμεσος $\Gamma M: 5x + 9y - 11 = 0$. Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών B και Γ .

15. Οι δύο πλευρές παραλληλογράμμου έχουν εξισώσεις: $x + 3y - 3 = 0$, $3x - 2y + 2 = 0$ και το κέντρο του είναι το $K(-1, -2)$. Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του.

16. Δυο διάμεσοι τριγώνου βρίσκονται πάνω στις ευθείες με εξισώσεις: $x + y = 1$ και $2x + y = 2$, ενώ μια κορυφή του τριγώνου είναι το σημείο $A(1, 2)$. Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών του τριγώνου.

17. Δυο πλευρές τριγώνου $AB\Gamma$ βρίσκονται πάνω στις ευθείες $\epsilon_1: 2x + y - 4 = 0$ και $\epsilon_2: 2x - y + 2 = 0$. Το ορθόκεντρο του τριγώνου είναι η αρχή των αξόνων. Να βρείτε την εξίσωση της τρίτης πλευράς του τριγώνου.

18. Οι δυο πλευρές τριγώνου ΑΒΓ έχουν εξισώσεις: $2x - y = 2$ και $2x + y = 10$. Αν το βαρύκεντρο του τριγώνου είναι το $K(3, \frac{4}{3})$, να βρείτε την εξίσωση της τρίτης πλευράς του.

19. Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1: (k - 1)x + (2k + 1)y + k + 5 = 0$ και $\epsilon_2: (2k - 1)x + (k - 2)y + k - 3 = 0$.

α) Να βρεθεί το $k \in \mathbb{R}$ ώστε αυτές να τέμνονται σε σημείο του άξονα $y' y$.

β) Ποιο είναι τότε το σημείο τομής τους;

20. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που είναι κάθετες στην ευθεία $3x - 2y + 15 = 0$ και σχηματίζουν με τους άξονες τρίγωνο με εμβαδόν τρεις τετραγωνικές μονάδες.

21. Να βρεθεί η γωνία που σχηματίζουν οι ευθειών $\epsilon_1: 2kx - (k + 1)y + 1 - 3k = 0$ και $\epsilon_2: (3k + 1)x - (1 - k)y + 2 - 6 = 0$.

22. Δίνεται η εξίσωση $(k + 6)x + (k - 2)y - 5k - 6 = 0$, $k \in \mathbb{R}$.

α) Να αποδείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει ευθεία για κάθε $k \in \mathbb{R}$.

β) Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που παριστάνει η παραπάνω εξίσωση για τις διάφορες τιμές του k διέρχονται από σταθερό σημείο.

23. Θεωρούμε τις ευθείες $\epsilon_1: (k + 2)x + ky = 2$ και $\epsilon_2: (k + 1)x + (k - 1)y = 4$.

α) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες ϵ_1, ϵ_2 έχουν ένα κοινό σημείο για κάθε $k \in \mathbb{R}$.

β) Να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο του κοινού σημείου των ευθειών ϵ_1, ϵ_2 .

24. Θεωρούμε τις παράλληλες ευθείες $\epsilon_1: (k + 2)x + (k - 4)y - 2 = 0$ και $\epsilon_2: (k + 7)x + (k - 5)y + 4 = 0$, $k \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό k .

β) Να υπολογίσετε την οξεία γωνία που σχηματίζει η ευθεία ϵ_1 με την ευθεία $\delta: 3x + 2y - 7 = 0$.

25. Θεωρούμε την εξίσωση $x^2 - y^2 - 8x + 16 = 0$ (1).

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει δύο ευθείες κάθετες, τις ϵ_1, ϵ_2 .

β) Να βρείτε το κοινό σημείο των ευθειών ϵ_1, ϵ_2 .

26. Θεωρούμε την εξίσωση $x^2 + y^2 + 2xy - 6x - 6y + 8 = 0$ (1).

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) παριστάνει δύο ευθείες παράλληλες, τις ϵ_1, ϵ_2 .

β) Αν Α, Β είναι τα σημεία στα οποία οι ευθείες ϵ_1, ϵ_2 τέμνουν τον άξονα $y' y$, να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το μέσο του τμήματος ΑΒ και είναι κάθετη στην ευθεία ϵ_1 .

27. α) Να αποδείξετε ότι τα σημεία $A(-2, 5)$, $B(0, 1)$ και $\Gamma(4, 3)$ είναι κορυφές ορθογωνίου τριγώνου.

β) Να βρείτε την εξίσωση της διχοτόμου της γωνίας \hat{B} του τριγώνου $AB\Gamma$.

28. Θεωρούμε τις ευθείες $\varepsilon_1: x - 2y - 3 = 0$ και $\varepsilon_2: 4x - 3y - 12 = 0$. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που είναι συμμετρική της ε_1 ως προς την ε_2 .

29. Να βρεθεί η εξίσωση της μεσοπαράλληλης ευθείας των ευθειών $\varepsilon_1: x - 2y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2: 2x - 4y + 3 = 0$.

30. α) Να αποδειχθεί ότι η απόσταση των ευθειών $\varepsilon_1: Ax + By + \Gamma = 0$ και $\varepsilon_2: Ax + By + \Delta = 0$, όπου $\Gamma \neq \Delta$, είναι ίση με $\frac{|\Delta - \Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

β) Να βρεθεί η απόσταση των ευθειών: $\varepsilon_1: 2x - 3y + 3 = 0$ και $\varepsilon_2: 4x - 6y + 9 = 0$.

31. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας της οποίας κάθε σημείο ισαπέχει από τις ευθείες $\varepsilon_1: 3x + 4y - 2 = 0$ και $\varepsilon_2: 8x + 6y - 9 = 0$.

32. Να βρεθούν οι εξισώσεις των διχοτόμων της γωνίας A του τριγώνου με κορυφές τα σημεία $A(2, 2)$, $B(1, -1)$ και $\Gamma(4, 21)$. Ποια διχοτόμος είναι εσωτερική και ποια εξωτερική;

33. Το σημείο $A(1,2)$ είναι κορυφή ενός τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$, του οποίου η μια πλευρά έχει εξίσωση $y = 2x + 5$.

α) Να βρείτε τις εξισώσεις των πλευρών του.

β) Ποιο σημείο της ευθείας $A\Delta$ ισαπέχει από τα σημεία $K(1,3)$ και $\Lambda(-1, 2)$;

34. Οι δύο κορυφές τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$ είναι $A(-3, 0)$ και $\Gamma(1, -1)$. Να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών B και Δ .

35. Να βρείτε τους αριθμούς k και λ ώστε οι ευθείες $\varepsilon_1: x + ky + 1 = 0$ και $\varepsilon_2: 2kx + 2y + \lambda = 0$ να είναι παράλληλες και η απόστασή τους να είναι $2\sqrt{2}$.

36. Να βρεθούν οι εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο $M(3, 2)$ και απέχουν από την αρχή των αξόνων τρεις μονάδες.

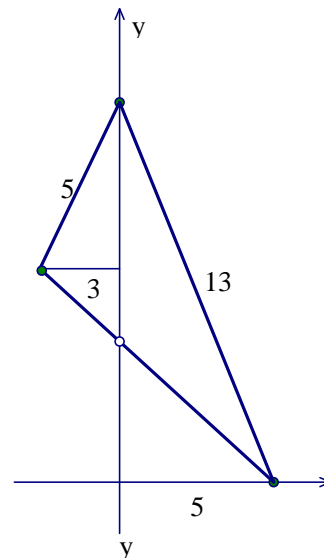
37. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη στην ευθεία $2x - 3y + 1 = 0$ και απέχει από το σημείο $A(2, -1)$ τρεις μονάδες.

38. Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από την αρχή των αξόνων και ισαπέχουν από τα σημεία $K(3, 1)$ και $\Lambda(-2, 2)$.
39. Να βρεθεί το εμβαδόν του τετραπλεύρου με κορυφές τα σημεία $A(2, 0)$, $B(4, -2)$, $\Gamma(-4, 0)$ και $\Delta(-1, -4)$.
40. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $K(0, 1)$ και τέμνει τις ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ με εξισώσεις $\varepsilon_1: x + y - 2 = 0$, $\varepsilon_2: 3x + y - 4 = 0$, έτσι ώστε να σχηματίζεται τρίγωνο με εμβαδόν τρεις τετραγωνικές μονάδες.
41. Το τρίγωνο $AB\Gamma$ με κορυφές $A(-1, 4)$ και $B(2, 3)$, έχει εμβαδόν 8 τετραγωνικές μονάδες και η κορυφή Γ ανήκει στην ευθεία $y = -3x + 1$. Να βρείτε τις συντεταγμένες της κορυφής Γ .
42. Να βρείτε τα σημεία της ευθείας $\varepsilon_1: x + 2y = 5$ που απέχουν από την ευθεία $\varepsilon_2: 4x - 3y = -1$ απόσταση ίση με δύο μονάδες.
43. Ένα κινητό A ξεκινάει από την αρχή των αξόνων και κινείται στην ευθεία ε_1 , η οποία είναι κάθετη στην ευθεία ε_2 της κίνησης ενός άλλου κινητού B . Τα δύο κινητά συναντώνται στο σημείο $(3, 4)$. Στο ίδιο σημείο φθάνει και τρίτο κινητό Γ , το οποίο κινείται πάνω στην ευθεία $\varepsilon_3: x + \lambda y + 1 = 0$.
- α) Να βρείτε τις εξισώσεις των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ και ε_3 .
- β) Στη συνέχεια τα κινητά αναχωρούν και ακολουθώντας διαφορετικές διαδρομές από αυτές που είχαν μέχρι το σημείο συνάντησής τους, σταματάνε στα σημεία $A(8\sigma\upsilon\eta\varphi, 9\eta\mu\varphi)$, $B(8\eta\mu\varphi, -9\sigma\upsilon\eta\varphi)$ και $\Gamma(8, 9)$ αντίστοιχα με $\varphi \in (0, \frac{\pi}{2})$.
- i) Να προσδιορίσετε τη γωνία φ , ώστε τα κινητά να βρίσκονται στην ίδια ευθεία.
- ii) Πόσο απέχει τότε κάθε κινητό από την ευθεία που κινούνταν αρχικά;
-

44. Δίνονται τα σημεία $A(8, 0)$ και $B(0, 4)$ του καρτεσιανού επιπέδου Oxy .
- α) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που ορίζεται από την αρχή των αξόνων O και το μέσο Δ του τμήματος AB .
- β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ε) που διέρχεται από το σημείο Δ και είναι κάθετη στην ευθεία $O\Delta$.
- γ) Έστω M τυχαίο σημείο της παραπάνω ευθείας (ε). Να δείξετε ότι ισχύει η σχέση: $\overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 = 2\overline{OM}^2$

(Πανελλαδικές 99)

45. Στο διπλανό σχεδιάγραμμα με καρτεσιανό σύστημα αξόνων Oxy τα σημεία A, B, Γ παριστάνουν τις θέσεις τριών κοινοτήτων ενός δήμου. Στο ίδιο σχεδιάγραμμα ο άξονας $y'y$ παριστάνει μια εθνική οδό και τα ευθύγραμμα τμήματα AB και $A\Gamma$ δυο επαρχιακούς δρόμους που συνδέουν την κοινότητα A με τις κοινότητες B και Γ και έχουν μήκη 5Km και 13 Km αντίστοιχα. Πρόκειται να κατασκευαστεί ένας επαρχιακός δρόμος $B\Gamma$ που θα συνδέει τις κοινότητες B και Γ ο οποίος στο σχεδιάγραμμα παριστάνεται με το ευθύγραμμο τμήμα $B\Gamma$. Αν οι αποστάσεις των κοινοτήτων B και Γ από την εθνική οδό είναι 3Km και 5Km αντίστοιχα τότε:



- Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A, B, Γ .
- Να βρείτε το μήκος του επαρχιακού δρόμου $B\Gamma$.
- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας $B\Gamma$ και στη συνέχεια τις συντεταγμένες του σημείου Σ στο οποίο ο επαρχιακός δρόμος $B\Gamma$ συναντά την εθνική οδό.

(Επαναληπτικές Πανελλαδικές 99)

46. Σ' ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων Oxy , η εξίσωση $(\lambda - 1)x + (\lambda + 1)y - \lambda - 3 = 0, \lambda \in \mathbb{R}$, περιγράφει τη φωτεινή ακτίνα που εκπέμπει ένας περιστρεφόμενος φάρος Φ .

- Να βρείτε τις συντεταγμένες του φάρου Φ .
- Τρία πλοία βρίσκονται στα σημεία $K(2, 2), \Lambda(-1, 5)$ και $M(1, 3)$. Να βρείτε τις εξισώσεις των φωτεινών ακτίνων που διέρχονται από τα σημεία K, Λ και M .
- Να προσδιορίσετε, ποιο από τα πλοία K και Λ βρίσκεται πλησιέστερα στη φωτεινή ακτίνα που διέρχεται από το M .
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν της θαλάσσιας περιοχής που ορίζεται από τον φάρο Φ και τα πλοία Λ και M .

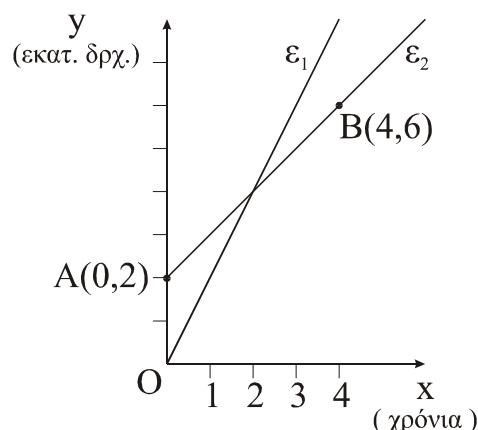
(Πανελλαδικές 00)

47. Δίνεται το σημείο $A(2,1)$ του καρτεσιανού επιπέδου Oxy .

- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας OA .
- Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας (ϵ) που διέρχεται από το σημείο A και είναι κάθετη στην ευθεία OA .
- Η ευθεία (ϵ) τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο B . Να βρείτε την εξίσωση του ύψους του τριγώνου OAB που διέρχεται από την κορυφή A .
- Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου OAB .

(Επαναληπτικές Πανελλαδικές 00)

48. Τα έσοδα y (σε εκατομμύρια δρχ.) μιας εταιρείας από τις πωλήσεις ενός προϊόντος, x χρόνια μετά την έναρξη κυκλοφορίας του προϊόντος στην αγορά, περιγράφονται από την ευθεία ϵ_1 του παρακάτω σχήματος. Η ευθεία ϵ_2 περιγράφει τα αντίστοιχα έξοδα της εταιρείας για το προϊόν αυτό. Η ευθεία ϵ_1 έχει εξίσωση $y = 2x$, ενώ η ϵ_2 διέρχεται από τα σημεία $A(0, 2)$ και $B(4, 6)$.



α) Να βρείτε το συντελεστή διεύθυνσης λ της ευθείας ϵ_2 .

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ϵ_2 .

γ) Να βρείτε τα έσοδα και τα έξοδα της εταιρείας 1 χρόνο μετά την έναρξη κυκλοφορίας του προϊόντος. Ποια θα είναι τα έσοδα και τα έξοδά της 3 χρόνια μετά την έναρξη κυκλοφορίας του προϊόντος;

(Επαναληπτικές Πανελλαδικές Εσπ. 00)

49. Δίνεται η εξίσωση $x^2 - y^2 + 6x + 9 = 0$.

α) Να δείξετε ότι η παραπάνω εξίσωση παριστάνει 2 ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 .

β) Να δείξετε ότι οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι κάθετες.

γ) Να βρείτε ένα σημείο $M(\kappa, \lambda)$ με $\kappa > 0$ και $\lambda > 0$ τέτοιο, ώστε το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (3, \kappa)$ να είναι παράλληλο προς τη μία από τις δύο ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 και το διάνυσμα $\vec{\beta} = (-16, 4\lambda)$ να είναι παράλληλο προς την άλλη ευθεία.

(Πανελλαδικές 01)

50. Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1: y = x + 5$, $\epsilon_2: y = 10$.

Έστω A το σημείο τομής των ευθειών ϵ_1 και ϵ_2 . Θεωρούμε τα σημεία $B(6, 11)$ και $\Delta(10, 10)$ τα οποία ανήκουν στις ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 αντίστοιχα.

Να βρείτε:

α) ένα σημείο $\Gamma(x, 10)$ της ευθείας ϵ_2 έτσι ώστε να ισχύει $\vec{BA} \cdot \vec{B\Gamma} = 0$,

β) τη γωνία των διανυσμάτων \vec{AB} και $\vec{A\Delta}$.

γ) την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο $\Delta(10, 10)$ και είναι κάθετη προς την ευθεία ϵ_1 .

(Πανελλαδικές Εσπ. 01)

51. Ενός παραλληλογράμμου $AB\Gamma\Delta$, η πλευρά AB ανήκει στην ευθεία με εξίσωση $3x - 7y + 27 = 0$ και η πλευρά $A\Delta$ στην ευθεία με εξίσωση $4x + y + 5 = 0$.

Οι διαγώνιοι $A\Gamma$, $B\Delta$ του παραλληλογράμμου τέμνονται στο σημείο $K(2, \frac{5}{2})$.

α) Να αποδείξετε ότι η κορυφή Γ έχει συντεταγμένες $(6, 2)$.

β) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας στην οποία ανήκει η πλευρά $B\Gamma$.

γ) Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας στην οποία ανήκει η διαγώνιος ΒΔ.

(Επαναληπτικές Πανελλαδικές 01)

52. Δίνονται το σημείο $A(1,2)$ και η ευθεία $\varepsilon: y = 3x + 1$.

Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο A και

- α) είναι παράλληλη στην ευθεία ε
- β) είναι κάθετη στην ευθεία ε
- γ) είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$
- δ) από την αρχή των αξόνων $O(0,0)$.

(Επαναληπτικές Πανελλαδικές Εσπ. 02)

53. Δίνεται ένα τρίγωνο με κορυφές $A(2\lambda - 1, 3\lambda + 2)$,

$B(1, 2)$ και $\Gamma(2, 3)$ όπου $\lambda \in \mathbb{R}$ με $\lambda \neq -2$.

A. Να αποδείξετε ότι το σημείο A κινείται σε ευθεία, καθώς το λ μεταβάλλεται στο \mathbb{R} .

B. Εάν $\lambda = 1$, να βρείτε:

- α) το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$
- β) την εξίσωση του κύκλου, που έχει κέντρο την κορυφή $A(1, 5)$ και εφάπτεται στην ευθεία $B\Gamma$.

(Πανελλαδικές 03)

54. Ένα επιβατηγό πλοίο εκτελεί το δρομολόγιο Πειραιάς- Ηράκλειο Κρήτης. Σε κάθε χρονική στιγμή t του ταξιδιού η θέση M του πλοίου ως προς ένα καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων Oxy είναι:

$M(2 + kt, \lambda + 2t)$, όπου $k, \lambda \in \mathbb{R}$. Τη χρονική στιγμή $t = 5$ το πλοίο διέρχεται από το σημείο $A(7, 13)$.

- α) Να βρείτε τις τιμές των k, λ .
- β) Να αποδείξετε ότι το πλοίο διαγράφει γραμμή που βρίσκεται πάνω στην ευθεία $(\varepsilon): y = 2x - 1$.
- γ) Ένα δελφίνι κινείται παράλληλα προς το πλοίο. Να βρείτε ένα διάνυσμα μήκους 1 κάθετο προς την ευθεία πάνω στην οποία κινείται το δελφίνι.

(Πανελλαδικές Εσπ. 03)

55. Δίνονται τα σημεία $A(14, 5)$ και $B(2, -1)$.

- α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας ε που διέρχεται από τα σημεία A και B είναι $x - 2y - 4 = 0$.
- β) Να αποδείξετε ότι η ευθεία ε τέμνει τους άξονες $x'x, y'y$ στα σημεία $K(4, 0)$ και $\Lambda(0, -2)$ αντιστοίχως.

(Επαναληπτικές Πανελλαδικές 03)

56. Δίνεται η εξίσωση $(x - 1)^2 - (y + 2)^2 = 0$.

α) Να αποδειχθεί ότι η εξίσωση παριστάνει δύο ευθείες με εξισώσεις

$\varepsilon_1: x + y + 1 = 0$ και $\varepsilon_2: x - y - 3 = 0$.

β) Να αποδείξετε ότι οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι μεταξύ τους κάθετες.

γ) Να βρεθεί το σημείο τομής των ευθειών ε_1 και ε_2 .

(Επαναληπτικές Πανελλαδικές Εσπ. 03)

57. Δίνονται οι ευθείες ε_1 και ε_2 , με εξισώσεις $\varepsilon_1: 3x - 2y + 1 = 0$ και

$\varepsilon_2: 2x + 3y - 8 = 0$ αντίστοιχα.

α) Να αποδείξετε ότι η ευθεία ε_1 είναι κάθετη στην ευθεία ε_2 .

β) Υποθέτουμε ότι το σημείο $A(\alpha, 2)$ ανήκει στην ευθεία ε_1 και το σημείο $B(-5, \beta)$ ανήκει στην ευθεία ε_2 .

β₁) Να βρείτε τις τιμές των α και β .

β₂) Να εξετάσετε αν το σημείο $M(\alpha, \beta)$ ανήκει στην ευθεία με εξίσωση $3x - y + 3 = 0$.

γ) Να βρείτε το σημείο τομής των ευθειών ε_1 και ε_2 .

(Πανελλαδικές Εσπ. 04)