

# Εξισώσεις

Ποιος είναι ο αριθμός που πρέπει να βάλουμε στο "άδειο κουτί" ;

$$\square - 4 = 5$$

Εντάξει η απάντηση είναι 9 . Πολύ εύκολο !!!!

Όμως στην άλγεβρα δεν χρησιμοποιούμε άδεια κουτιά , χρησιμοποιούμε γράμματα όπως το χ το ψ αλλά και όποιο άλλο γράμμα ελληνικό η ξένο είναι εντάξει .

Επομένως το ίδιο ερώτημα με γράμματα

$$x - 4 = 5$$

Κάποιες ισότητες είναι πολύ απλές και με μια ματιά βρίσκουμε το **αποτέλεσμα** :

$$\chi + 2 = 8$$

$$3\psi = 15$$

$$\chi \div 2 = 10$$

**Με τη λέξη αποτέλεσμα :εννοούμε τον κατάλληλο αριθμό που πρέπει να βάλουμε στη θέση του  $\chi$  ώστε να είναι σωστή η ισότητα.**

Κάποιες άλλες όμως δεν είναι τόσο απλές και πρέπει βήμα - βήμα να βρούμε την λύση.

$$2(x - 3) + 7 = 19$$

$$\frac{4(x-3)}{5} + 9 = 17$$

# Ορισμοί και ορολογία :

Τι είναι εξίσωση;

**Εξίσωση είναι μια ισότητα που περιέχει μία (για τώρα) μεταβλητή.**

Τι είναι λύση της εξίσωσης;

**Είναι ο αριθμός που επαληθεύει την ισότητα.**

Τι είναι επίλυση της εξίσωσης;

**Είναι η διαδικασία που ακολουθούμε για να βρούμε την λύση.**

Κάθε εξίσωση αποτελείται από δύο μέρη(μέλη)  
που συνδέονται με το σύμβολο της ισότητας.

Τα ονομάζουμε 1<sup>ο</sup> και 2<sup>ο</sup> μέλος

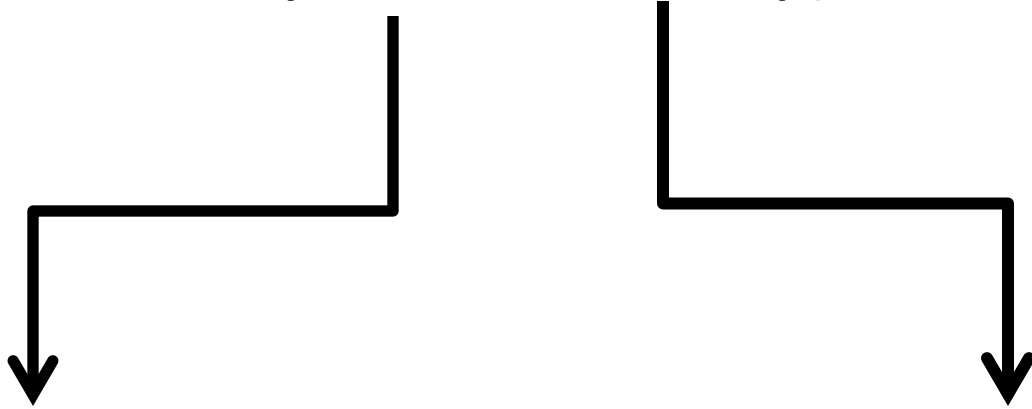
Δοκιμή η επαλήθευση είναι ο έλεγχος του  
αποτελέσματος και γίνεται με αντικατάσταση.

Παράδειγμα : Είναι ο αριθμός 5 λύση της

εξίσωσης  $2(x - 3) + 7 = 19$

Να εξετάσετε το ίδιο για τους αριθμούς 10  
και 9

# Τρόποι επίλυσης



Κατασκευή και  
αντίστροφες  
πράξεις

Με την ζυγαριά και  
αντίστροφες  
πράξεις

Θα μάθουμε πως αρχίζοντας από τη μεταβλητή  $x$  **συνθέτουμε – κατασκευάζουμε – κτίζουμε – σχηματίζουμε** μία παράσταση ή μια ισότητα.

Παραδείγματα

$$3x+7$$

$$\frac{x+3}{2} + 12 = 16$$

$$\frac{4(x-3)}{5} + 9 = 17$$

Να "χτίσεις" την παράσταση  $3x+7$

$$x \xrightarrow{\text{επί } 3} 3x \xrightarrow{\text{Σύν } 7} 3x+7$$

Ομοίως την παράσταση  $\frac{x+3}{2} + 12 = 16$

$$x \xrightarrow{+3} x+3 \xrightarrow{\div 2} \frac{x+3}{2} \xrightarrow{+12} \frac{x+3}{2} + 12 = 16$$



Για να συνθέσουμε (χτίσουμε) μια παράσταση ξεκινάμε από το  $x$  και με την προτεραιότητα των πράξεων την κατασκευάζουμε βήμα-βήμα.

Βοηθάει πολύ αν διατυπώνουμε με λόγια την αλληλουχία των πράξεων.

π.χ για την παράσταση  $(2(x+2)+6) \div 5$

Παίρνω το  $x$  και προσθέτω το 2. Αυτό που βρήκα το πολλαπλασιάζω επί 2. Σε αυτό προσθέτω το 6 και αυτό που βρίσκω το διαιρώ δια του 5.

Παραδείγματα: να σχηματίσετε βήμα –βήμα τις παραστάσεις

1.  $(x+2) \div 2 + 5$

2.  $3(2x-1)-7$

3.  $\frac{2x+1}{3} + 4$

Την ίδια στιγμή που κάνουμε την σύνθεση καταλαβαίνουμε αυτόματα και τα βήματα της αντίστροφης πορείας έχοντας στο νου μας τις αντίστροφες πράξεις.

$$(x-2) \div 2 + 5$$

$$x \xrightarrow{-2} x+2 \xrightarrow{\div 2} \frac{x+2}{2} \xrightarrow{+5} \frac{x+2}{2} + 5$$

$$x \xleftarrow{+2} x+2 \xleftarrow{\cdot 2} \frac{x+2}{2} \xleftarrow{-5} \frac{x+2}{2} + 5$$

# ΘΥΜΑΜΕ ΤΙΣ ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΕΣ ΠΡΑΞΕΙΣ

ΠΡΑΞΗ

ΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗ

ΠΡΟΣΘΕΣΗ  $\xrightarrow{\alpha + \chi = \beta}$

ΑΦΑΙΡΕΣΗ

ΑΦΑΙΡΕΣΗ  $\xrightarrow{\begin{array}{l} \chi - \beta = \alpha \\ \alpha - \chi = \beta \end{array}}$

ΠΡΟΣΘΕΣΗ ?

ΑΦΑΙΡΕΣΗ ?

ΠΟΛ/ΣΜΟΣ  $\xrightarrow{\alpha \cdot \chi = \delta}$

ΔΙΑΙΡΕΣΗ

ΔΙΑΙΡΕΣΗ  $\xrightarrow{\begin{array}{l} \chi \div \delta = \epsilon \\ \gamma \div \chi = \epsilon \end{array}}$

ΠΟΛ/ΣΜΟΣ ?

ΔΙΑΙΡΕΣΗ ?

**Πρόβλημα: Δύο αδέρφια θα μοιράσουν 82 Ευρώ έτσι ώστε ο μεγαλύτερος να πάρει 14ευρώ περισσότερα .Πόσα χρήματα θα πάρει ο μικρότερος ;**

## Λύση

Με κουτιά

Μικρός : 

Μεγάλος:  + 14ευρώ

Μικρός +μεγάλος συνολικά 82 ευρώ

$$\text{■} + \text{■} + 14\text{ευρώ} = 82$$

Δυο κουτιά και 14 ευρώ κάνουν 82

$$2 * \text{■} = 68$$

$$\text{■} = 34$$

Με γράμματα

Αν αντί για ένα άδειο κουτί βάλουμε το γράμμα χ

Μικρός : χ

Μεγάλος: χ + 14ευρώ

$$2 \cdot \chi + 14 = 82 \quad \text{και με αντίστροφες πράξεις}$$

$$2 \cdot \chi = 68$$

$$\chi = 34$$

Γιατί το γράμμα χ και όχι ένα άδειο κουτί ;

- Είναι ποιο εύκολο να γράφουμε και να λέμε χ παρά να σχεδιάζουμε κουτιά και να λέμε "ένα άδειο κουτί".
- Αν χρειαστεί να έχουμε δυο διαφορετικούς αγνώστους για να μην μπλέκουμε με κουτιά είναι απλούστερο να αντικαταστήσουμε τα διαφορετικά κουτιά με διαφορετικά γράμματα.

## Για να λύσω ένα πρόβλημα

1. ) Διαβάζω το πρόβλημα πολύ καλά

2.) Φτιάχνω ένα σχήμα η μια διάταξη που να κάνει το πρόβλημα πιο άμεσο

3.) Καταλαβαίνω με ακρίβεια αυτό που μου ζητούν  
το ονομάζω  $\chi$

4.) Αν στο πρόβλημα έχω και άλλους αγνώστους τους εκφράζω με την βοήθεια του  $\chi$

5.) Βρίσκω στην εκφώνηση την πρόταση που θα συνδέει  
γνωστά και άγνωστα στοιχεία σε μια ισότητα.

ΠΡΩΤΑ ΓΡΑΦΩ ΤΗΝ ΙΣΟΤΗΤΑ ΜΕ ΛΟΓΙΑ ΚΑΙ ΜΕΤΑ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΥΜΒΟΛΑ

Ένα Γυμνάσιο έχει συνολικά 670 μαθητές. Η Α' τάξη έχει διπλάσιους μαθητές από τη Β' τάξη και η Γ' τάξη έχει 10 μαθητές περισσότερους από το τριπλάσιο της Β' τάξης. Πόσους μαθητές έχει κάθε τάξη;



Ένας πατέρας είναι σήμερα 41 ετών και η κόρη του είναι 9 ετών. Μετά από πόσα χρόνια η ηλικία του πατέρα θα είναι τριπλάσια της ηλικίας της κόρης του;

•Ο Ιάκωβος έχει τριπλάσια χρήματα από τον Πέτρο και ο Αλέξης έχει € 40 λιγότερα από τον Ιάκωβο. Αν και οι τρεις μαζί έχουν €450, να βρείτε πόσα χρήματα έχει ο καθένας.

•Σένα αεροπλάνο ταξιδεύουν συνολικά 340 επιβάτες, άνδρες, γυναίκες και παιδιά. Οι άνδρες επιβάτες είναι κατά 20 λιγότεροι από τις γυναίκες, ενώ τα παιδιά είναι διπλάσια από τις γυναίκες. Να βρείτε πόσες είναι οι γυναίκες και πόσα είναι τα παιδιά.

Ρώτησα το Γιώργο πόσο χρονών είναι και μου είπε :Αν ήμουν 64 χρόνια μικρότερος από το τριπλάσιο της ηλικίας μου , θα ήμουν 56 χρονών . Πόσο χρονών είναι ο Γιώργος.

# Πρόβλημα δεν σημαίνει υποχρεωτικά εξίσωση

- Έμπορος είχε αποθηκευμένα 60 κιβώτια που είχαν 20 κιλά πατάτες το κάθε ένα. Οι πατάτες του στοίχισαν 50 λεπτά το κιλό. Από τα 60 κιβώτια χάλασαν όλες οι πατάτες στα 10 κιβώτια. Ακολούθως, πούλησε 300 κιλά προς 60 λεπτά το κιλό και τα υπόλοιπα προς 70 λεπτά το κιλό. Κέρδισε ή ζημίωσε και πόσα;

**Για την αναδάσωση μιας περιοχής θα χρησιμοποιηθούν πεύκα και κυπαρίσσια. Κάποια στρέμματα θα καλυφθούν μόνο με πεύκα και κάποια μόνο με κυπαρίσσια. Τα πεύκα, σύμφωνα με τις οδηγίες του Τμήματος Δασών, φυτεύονται 120 ανά στρέμμα, ενώ τα κυπαρίσσια φυτεύονται 240 ανά στρέμμα.**

**(α) Να γράψετε μια αλγεβρική παράσταση που να δίνει το συνολικό αριθμό των δενδρυλλίων που θα φυτευτούν σε σχέση με τον αριθμό των στρεμμάτων στα οποία θα γίνει η αναδάσωση.**

**(β) Αν θα φυτευτούν 10 στέμματα με πεύκα και 25 με κυπαρίσσια, να βρείτε πόσα συνολικά δενδρύλλια θα χρειαστούν.**

