

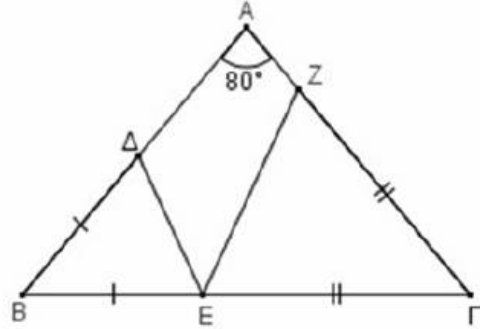
**ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΔΙΑΚΟΠΩΝ ΠΑΣΧΑ**

Οι παρακάτω ασκήσεις έχουν επιλεγεί από την Τράπεζα Θεμάτων Διαβαθμισμένης Δυσκολίας – ΤΘΔΔ

1.

Σε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB=AG$  είναι  $\hat{A}=80^\circ$ . Παίρνουμε τυχαίο σημείο  $E$  στην πλευρά  $B\Gamma$  και κατόπιν τα σημεία  $\Delta$  και  $Z$  στις πλευρές  $AB$  και  $AG$  αντίστοιχα έτσι ώστε  $B\Delta=BE$  και  $GE=GZ$ .

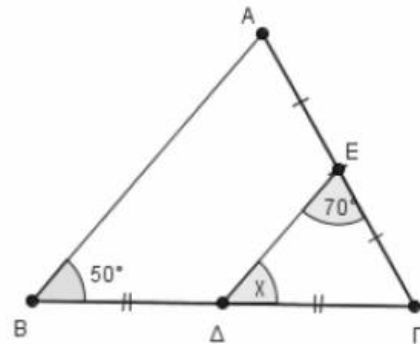
- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων  $B\Delta E$  και  $\Gamma Z E$ .  
 β) Να υπολογίσετε τη γωνία  $\Delta E Z$ .



2.

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $\hat{B}=50^\circ$ . Έστω ότι τα σημεία  $\Delta$  και  $E$  είναι τα μέσα των πλευρών  $B\Gamma$  και  $AG$  αντίστοιχα, τέτοια ώστε  $\widehat{\Delta E \Gamma}=70^\circ$ .

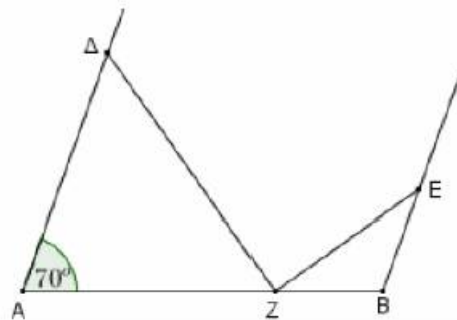
- α) Να δικαιολογήσετε γιατί  $\Delta E \parallel AB$ .  
 β) Να υπολογίσετε:  
 i. τη γωνία  $\hat{x}$ .  
 ii. τις γωνίες  $A$  και  $\Gamma$  του τριγώνου  $AB\Gamma$ .



3.

Στο παρακάτω σχήμα, οι  $A\Delta$  και  $BE$  είναι παράλληλες. Επιπλέον ισχύουν  $A\Delta=AZ$ ,  $BE=BZ$  και  $\hat{A}=70^\circ$ .

- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων  $A\Delta Z$  και  $BZ E$ .  
 β) Να αποδείξετε ότι  $\widehat{\Delta Z E}=90^\circ$ .



4.

Δίνεται παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  με  $AB=2B\Gamma$ . Προεκτείνουμε την πλευρά  $A\Delta$  κατά τμήμα  $\Delta E=A\Delta$  και φέρουμε την  $BE$  που τέμνει τη  $\Delta\Gamma$  στο σημείο  $H$ . Να αποδείξετε ότι:

- α) το τρίγωνο  $BAE$  είναι ισοσκελές.  
 β) το  $\Delta E\Gamma B$  είναι παραλληλόγραμμο.  
 γ) η  $AH$  είναι διάμεσος του  $BAE$  τριγώνου.

5.

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$ , στο οποίο φέρουμε τις διαμέσους του  $BM$  και  $\Gamma N$ . Προεκτείνουμε την  $BM$  (προς το  $M$ ) κατά τμήμα  $M\Delta = BM$  και την  $\Gamma N$  (προς το  $N$ ) κατά τμήμα  $NE = \Gamma N$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $A\Delta // B\Gamma$  και  $AE // B\Gamma$ .

β) Είναι τα σημεία  $E$ ,  $A$  και  $\Delta$  συνευθειακά; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

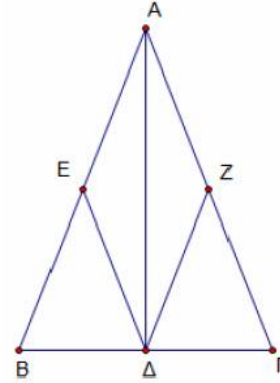
6.

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ), το ύψος του  $A\Delta$  και τα μέσα  $E$  και  $Z$  των πλευρών του  $AB$  και  $A\Gamma$  αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα  $B\Delta E$  και  $\Gamma\Delta Z$  είναι ίσα.

β) Το τετράπλευρο  $AZ\Delta E$  είναι ρόμβος.



7.

Σε κύκλο κέντρου  $O$ , έστω  $OA$  μία ακτίνα του. Φέρουμε τη μεσοκάθετη της  $OA$  που τέμνει τον κύκλο στα σημεία  $B$  και  $\Gamma$ . Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο  $OBA$  είναι ισόπλευρο.

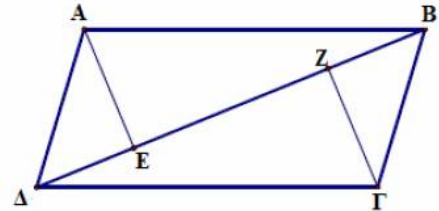
β) Το τετράπλευρο  $OBA\Gamma$  είναι ρόμβος.

8.

Σε παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  ( $AB // \Gamma\Delta$ ) με  $AB > B\Gamma$  φέρουμε από τις κορυφές  $A$  και  $\Gamma$  καθέτους στη διαγώνιο  $B\Delta$ , οι οποίες την τέμνουν σε διαφορετικά σημεία  $E$  και  $Z$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

α)  $AE = \Gamma Z$ .

β) Το τετράπλευρο  $A\Gamma Z E$  είναι παραλληλόγραμμο.



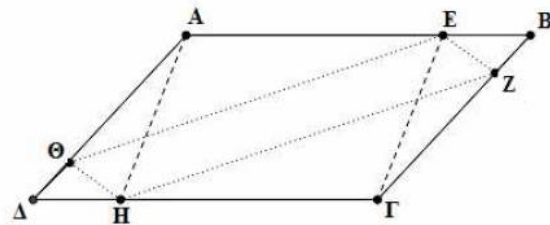
9.

Σε παραλληλόγραμμο  $AB\Gamma\Delta$  θεωρούμε σημεία  $E$ ,  $Z$ ,  $H$ ,  $\Theta$  στις πλευρές  $AB$ ,  $B\Gamma$ ,  $\Gamma\Delta$ ,  $\Delta A$  αντίστοιχα, με  $AE = \Gamma H$  και  $BZ = \Delta\Theta$ . Να αποδείξετε ότι:

α) Το τετράπλευρο  $A\Gamma H E$  είναι παραλληλόγραμμο.

β) Το τετράπλευρο  $EZH\Theta$  είναι παραλληλόγραμμο.

γ) Τα τμήματα  $A\Gamma$ ,  $B\Delta$ ,  $EH$  και  $Z\Theta$  διέρχονται από το ίδιο σημείο.



**10.**

Στο τετράγωνο  $AB\Gamma\Delta$  προεκτείνουμε την πλευρά  $AB$  κατά τμήμα  $BN=AB$  και την πλευρά  $B\Gamma$  κατά τμήμα  $\Gamma M=AN$ .

**α)** Να αποδείξετε ότι:

**i.**  $\Delta N = \Delta M$

**ii.**  $\Delta N \perp \Delta M$ .

**β)** Αν  $E$  το συμμετρικό σημείο του  $\Delta$  ως προς την ευθεία  $MN$ , να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο  $\Delta MEN$  είναι τετράγωνο.

