

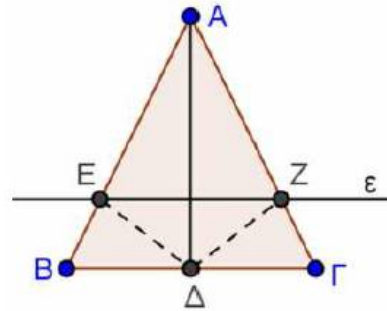
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΧΡΙΣΤΟΥΓΕΝΝΩΝ

(Από Τράπεζα Θεμάτων Διαβαθμισμένης Δυσκολίας – ΤΘΔΔ)

1.

Σε ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) φέρουμε τη διχοτόμο $A\Delta$ και μια ευθεία (ϵ) παράλληλη προς την $B\Gamma$, που τέμνει τις πλευρές AB και AG στα σημεία E και Z αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι:

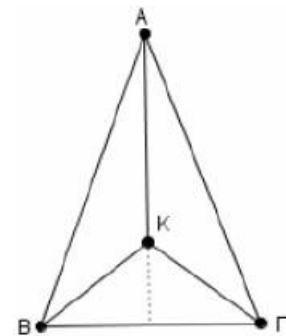
- α) Το τρίγωνο AEZ είναι ισοσκελές.
 β) Τα τρίγωνα $AE\Delta$ και $AZ\Delta$ είναι ίσα.



2.

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και K εσωτερικό σημείο του τριγώνου τέτοιο ώστε $KB=K\Gamma$. Να αποδείξετε ότι:

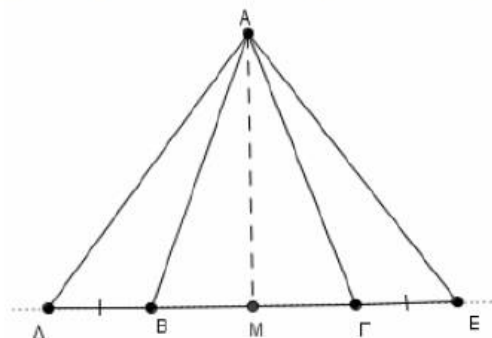
- α) Τα τρίγωνα BAK και KAG είναι ίσα.
 β) Η AK είναι διχοτόμος της γωνίας BAG .
 γ) Η προέκταση της AK διχοτομεί τη γωνία $BK\Gamma$ του τριγώνου $BK\Gamma$.



3.

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Στην προέκταση της πλευράς $B\Gamma$ και προς τα δυο της άκρα, θεωρούμε σημεία Δ και E αντίστοιχα έτσι ώστε $B\Delta = \Gamma E$. Να αποδείξετε ότι:

- α) $\hat{B}_{\epsilon\zeta} = \hat{\Gamma}_{\epsilon\zeta}$.
 β) Τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $AG E$ είναι ίσα.
 γ) Η διάμεσος AM του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι και διάμεσος του τριγώνου $A\Delta E$.



4.

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$) και τα ύψη του $B\Delta$ και ΓE . Να αποδείξετε ότι:

- α) Τα τρίγωνα $B\Delta\Gamma$ και $\Gamma E B$ είναι ίσα.
 β) $A\Delta = AE$.

5.

Στις προεκτάσεις των πλευρών ΒΑ και ΓΑ τριγώνου ΑΒΓ παίρνουμε τα τμήματα ΑΔ=ΑΒ και ΑΕ=ΑΓ. Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΔΕ είναι ίσα.

β) Η προέκταση της διαμέσου ΑΜ προς το μέρος της κορυφής Α διχοτομεί την πλευρά ΕΔ του τριγώνου ΔΑΕ.

6.

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A}=90^\circ$) και ΒΔ η διχοτόμος της γωνίας Β. Από το Δ φέρουμε $ΔΕ \perp ΒΓ$, και έστω Ζ το σημείο στο οποίο η ευθεία ΕΔ τέμνει την προέκταση της ΑΒ (προς το Α). Να αποδείξετε ότι:

α) $ΑΒ=ΒΕ$

β) Τα τρίγωνα ΑΒΓ και ΖΕΒ είναι ίσα.

7.

Σε οξυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ προεκτείνουμε τη διάμεσο ΑΜ (προς το Μ) κατά ίσο τμήμα ΜΔ. Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΑΒΜ και ΜΓΔ είναι ίσα.

β) Τα σημεία Α και Δ ισαπέχουν από την πλευρά ΒΓ.

8.

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με $ΑΒ = ΑΓ$. Από το μέσο Μ της ΒΓ φέρουμε τα κάθετα τμήματα ΜΔ και ΜΕ στις πλευρές ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα.

Να αποδείξετε ότι

α) $ΜΔ=ΜΕ$

β) το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.

9.

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ ($ΑΒ=ΑΓ$) και οι διχοτόμοι του ΒΔ και ΓΕ. Αν $ΕΗ \perp ΒΓ$ και $ΔΖ \perp ΒΓ$, να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα ΒΓΔ και ΓΒΕ είναι ίσα.

β) $ΕΗ=ΔΖ$.

10.

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($Α=90^\circ$), η διχοτόμος τη γωνίας Γ τέμνει την πλευρά ΑΒ στο σημείο Δ. Από το Δ φέρουμε προς την πλευρά ΒΓ την κάθετο ΔΕ, η οποία τέμνει τη ΒΓ στο σημείο Ε.

Να αποδείξετε ότι:

α) $ΑΔ=ΔΕ$

β) $ΑΔ < ΔΒ$.