Οι Φυσικοί Αριθμοί

Γνωρίζουμε ότι οι αριθμοί είναι ποσοτικές έννοιες και για να τους γράψουμε χρησιμοποιούμε τα αριθμητικά σύμβολα.

Οι αριθμοί μετρούν συγκεκριμένα πράγματα και φανερώνουν το πλήθος της μέτρησης.

Οι φυσικοί αριθμοί είναι οι: 0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,10, 11, 12, ….

Το σύνολο των **φυσικών αριθμών** συμβολίζεται με το γράμμα **N.** Οι φυσικοί αριθμοί είναι **άπειροι,** δηλαδή δεν τελειώνουν ποτέ**.**

Περιττοί αριθμοί (μονοί): 1, 3, 5, 7, 9, 11 …..

Άρτιοι αριθμοί (ζυγοί): 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12,….

Οι Δεκαδικοί Αριθμοί

Οι δεκαδικοί αριθμοί είναι υποδιαιρέσεις της ακέραιος μονάδας. Αποτελούνται από το ακέραιο μέρος και το δεκαδικό μέρος. Τα ψηφία του δεκαδικού μέρους από τα ψηφία του ακέραιου μέρους χωρίζονται με ένα **κόμμα.**

Οι δεκαδικοί αριθμοί φανερώνουν **δεκαδικές υποδιαιρέσεις** της ακέραιος μονάδας όπως 0,7 δέκατα, 0,23 εκατοστά, 0,149 χιλιοστά, αλλά και ακέραιες μονάδες μαζί με δεκαδικές υποδιαιρέσεις π.χ. 2,4, 16,38, 3,123.

Γνήσιοι δεκαδικοί αριθμοί λέγονται οι δεκαδικοί αριθμοί που έχουν ακέραιο μέρος ίσο με το μηδέν π.χ. 0,4 ή 0,17 ή 0,12567.

Μεικτοί δεκαδικοί αριθμοί λέγονται αυτοί που έχουν και ακέραιο μέρος π.χ. 5,133

Η αντιστοιχία ακέραιος μονάδας και δεκαδικών μονάδων:

1 ακέραια μονάδα = 10 δέκατα = 100 εκατοστά = 1000 χιλιοστά
1 δέκατο = 10 εκατοστά = 100 χιλιοστά = 1000 δεκάκις χιλιοστά
1 εκατοστό = 10 χιλιοστά = 100 δεκάκις χιλιοστά = 1000 εκατοντάκις χιλιοστά.

Στους δεκαδικούς αριθμούς η θέση του ψηφίου ως προς το κόμμα μας δηλώνει την αξία του. Κάθε Δεξιό είναι 10 μονάδες (10 φορές) μικρότερο. Άρα:

- αν **μεταφέρουμε** την υποδιαστολή ενός δεκαδικού αριθμού προς τα **δεξιά**, τότε η αξία του **μεγαλώνει δέκα φορές** για κάθε νέα θέση.
- αν **μεταφέρουμε** την υποδιαστολή ενός δεκαδικού αριθμού **προς τα αριστερά,** τότε η αξία του **μικραίνει δέκα φορές** για κάθε νέα θέση.

Ένας δεκαδικός αριθμός δεν αλλάζει, αν στο τέλος (δεκαδικό μέρος του) γράψουμε ή διαγράψουμε μηδενικά. Πχ 12,28 = 12,280000 ή 11,200 =11,2. Κάθε **φυσικός αριθμός** γράφεται σαν **δεκαδικός,** αν θέσουμε στο τέλος κόμμα και μετά **όσα μηδενικά θέλουμε.**

Στρογγυλοποίηση των Αριθμών

Μέθοδος:

1. Αν το ψηφίο της επόμενης προς τα **δεξιά τάξης** είναι 0, 1, 2, 3, 4 τότε **αφήνουμε τον αριθμό όπως είναι μέχρι** και την τάξη που γίνεται η στρογγυλοποίηση και **απορρίπτουμε** όλα τα επόμενα ψηφία του.

2. Αν το ψηφίο της επόμενης προς τα δεξιά τάξης είναι 5, 6, 7, 8, 9 τότε **αυξάνουμε κατά μία μονάδα** το ψηφίο της τάξης που γίνεται η στρογγυλοποίηση **και απορρίπτουμε** όλα τα επόμενα ψηφία του.

Παρατήρηση: Δεν στρογγυλοποιούνται αριθμοί τηλεφώνων, Α.Φ.Μ., κωδικοί αριθμοί κλπ.

Η Έννοια της Μεταβλητής

Σε πολλά προβλήματα, όταν θέλουμε να αναφερθούμε σε κάθε αριθμητικό στοιχείο ενός συνόλου, γίνεται πιο απλή η διατύπωση, αν δηλώσουμε το στοιχείο αυτό με ένα γράμμα. Το γράμμα αυτό λέγεται **μεταβλητή.**

Οι μεταβλητές παριστάνονται με Ελληνικά ή Λατινικά γράμματα αλλά και με ολόκληρες λέξεις.

Η Έννοια της Εξίσωσης

Η Εξίσωση είναι μία ισότητα που περιέχει αριθμούς και μια μεταβλητή.

Η μεταβλητή χ λέγεται **άγνωστος** της εξίσωσης. Στην εξίσωση χ + 12 = 20,

- το χ+12 λέγεται **πρώτο μέλος** της εξίσωσης
- το 20 λέγεται **δεύτερο μέλος** της εξίσωσης.
- ο αριθμός 8 που επαληθεύει την εξίσωση λέγεται **λύση ή ρίζα** της εξίσωσης.

Πρόσθεση Φυσικών και Δεκαδικών

Πρόσθεση δύο ή περισσοτέρων αριθμών είναι το να βρούμε έναν άλλο αριθμό, που να αποτελείται από όλες τις μονάδες των δοσμένων αριθμών και μόνο απ' αυτές.

- **Προσθετέοι** λέγονται οι αριθμοί που πρέπει να προστεθούν
- ο αριθμός που προκύπτει λέγεται **άθροισμα**.

Παρατηρήσεις:

1. Σε μία πρόσθεση, π.χ. 12 +8 =20**,** τόσο το 20 όσο και 12+8 = 8+12 λέγεται **άθροισμα**.

2. Όταν **προσθέτουμε δεκαδικούς** αριθμούς πρέπει **οι υποδιαστολές** να βρίσκονται σε στοίχιση η μία κάτω από την άλλη**.**

Αφαίρεση Φυσικών και Δεκαδικών

Η αφαίρεση είναι μία πράξη στην οποία δίνονται δύο αριθμοί, **ο Μειωτέος – Μ** και ο **Αφαιρετέος – Α** και βρίσκουμε έναν άλλο αριθμό, τη διαφορά – Δ ώστε να ισχύει:

Μ – Α = Δ γιατί Α + Δ = Μ

Παρατηρήσεις:

1. Για να γίνει η **αφαίρεση** αριθμών, πρέπει ο **Μειωτέος να είναι μεγαλύτερος ή ίσος από τον Αφαιρετέο.**
2. Όταν **αφαιρούμε δεκαδικούς** αριθμούς πρέπει **οι υποδιαστολές** να βρίσκονται σε στοίχιση η μία κάτω από την άλλη**.**

Πολλαπλασιασμός Φυσικών και Δεκαδικών

Πολλαπλασιασμός είναι η πράξη, στην οποία δίνονται δύο αριθμοί και επαναλαμβάνουμε προσθετικά τον ένα από αυτούς **τόσες φορές, όσες λέει ο άλλος.** Π.χ. 3*5 = 5+5+5 = 15 αλλά και 3*5 = 3+3+3+3+3 = 15. Ο αριθμός 15 λέγεται **γινόμενο** και οι αριθμοί 5, 3 λέγονται **παράγοντες** του γινομένου.

Ο πολλαπλασιασμός των δεκαδικών γίνεται όπως και ο πολλαπλασιασμός των φυσικών, μόνο που στο τέλος στο αποτέλεσμα χωρίζουμε από δεξιά προς τα αριστερά με κόμμα τόσα ψηφία όσα αθροιστικά είχαν και οι δύο παράγοντες.

Παρατηρήσεις :

1. Για να πολλαπλασιάσουμε ένα φυσικό αριθμό με 10, 100, 1000 κτλ., **γράφουμε δεξιά του** τα 1, 2, 3 κτλ. αντίστοιχα μηδενικά.
2. Για να πολλαπλασιάσουμε ένα δεκαδικό αριθμό με 10, 100, 1000 κτλ., **μεταφέρουμε την υποδιαστολή προς τα δεξιά** κατά 1, 2, 3 κτλ. θέσεις αντίστοιχα.
3. Για να πολλαπλασιάσουμε ένα φυσικό ή δεκαδικό αριθμό με 0,1 ή 0,01 ή 0,001 κτλ., μεταφέρουμε **την υποδιαστολή προς τα αριστερά** 1, 2, 3 κτλ., θέσεις αντίστοιχα.

Πολλαπλάσια Φυσικού Αριθμού

Όταν πολλαπλασιάσουμε το φυσικό αριθμό πχ τον 3 με όλους τους φυσικούς αριθμούς, προκύπτει μία ομάδα (σύνολο) αριθμών που είναι τα γινόμενα: **0**.3=0, **1**.3=3, **2**.3=6, **3**.3=9 …….

Οι φυσικοί αριθμοί 0, 3, 6, 9, …… λέγονται πολλαπλάσια του 3 και το σύνολο των πολλαπλασίων του 3 συμβολίζεται με $\Pi_3 = \{0, 3, 6, 9, ...\}$.

Γενικά το σύνολο $\Pi_\alpha = \{0, \alpha, 2\alpha, 3\alpha, 4\alpha,...\}$

Ελάχιστο Κοινό πολλαπλάσιο

Να βρεθούν τα πολλαπλάσια του 6: $Π_6$ = {0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48 …..}

του 5: $Π_5$ = {0, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, ….}

στα δύο παραπάνω σύνολα $Π_6$ και $Π_5$ να βρεθούν οι κοινοί αριθμοί: {0, 30, …} που είναι τα κοινά πολλαπλάσια με ποιο μικρό και **όχι μηδέν** το 30, που λέγεται **ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο,** συμβολίζεται: **ΕΚΠ (5, 6) = 30**

Δυνάμεις Αριθμών

Αν α ένας αριθμός φυσικός ή δεκαδικός και ν ένας φυσικός μεγαλύτερος του 1, ορίζεται ότι:

$$α^ν = \underbrace{α \cdot α \cdot α \ldots α}_{ν-\ παράγοντες}$$

Το σύμβολο $\mathbf{α^ν}$ λέγεται **δύναμη** με **βάση α και εκθέτη ν** ή νιοστή δύναμη του α και σύντομα λέμε άλφα στη νιοστή.

Τη δύναμη $α^2$ λέμε **τετράγωνο του α,** ενώ η $α^3$ λέγεται **κύβος του α.**

Παρατήρηση

Η δύναμη $10^ν$ ισούται με τον αριθμό που προκύπτει, όταν δεξιά του 1 βάλουμε ν μηδενικά.

Π.χ.: 10^2=100, 10^3=1000, 10^4=10.000, 10^5=100.000.

Η Επιμεριστική ιδιότητα

Η επιμεριστική ιδιότητα, ως προς την πρόσθεση:

x·α+x·β = x· (α+β) ή x· (α+β)=x·α+x·β

Η επιμεριστική ιδιότητα, ως προς την αφαίρεση:

x·α–x·β = x· (α–β) ή x· (α–β)=x·α –x·β

Η Τέλεια Διαίρεση

Η τέλεια διαίρεση είναι μία πράξη, με την οποία από δύο αριθμούς (Διαιρετέο και διαιρέτη) βρίσκουμε ένα τρίτο αριθμό (το Πηλίκο) όπου, το γινόμενό του με το διαιρέτη ισούται με το Διαιρετέο.

Συμβολίζουμε με Δ το διαιρετέο, δ το διαιρέτη και π το πηλίκο, οπότε έχουμε:

$$\boxed{\mathbf{Δ : δ = π} \quad \text{γιατί} \quad \mathbf{Δ = δ \cdot π}}$$

Παρατήρηση

Ο διαιρέτης δεν μπορεί να είναι μηδέν. Γενικά για κάθε α ≠ 0 έχουμε α:α = 1, α:1 = α και 0:α=0.

Η Ευκλείδεια Διαίρεση

Όταν δίνονται δύο φυσικοί αριθμοί, ο **Δ – διαιρετέος και ο δ – διαιρέτης,** τότε βρίσκονται δύο άλλοι φυσικοί αριθμοί, **π - πηλίκο και υ – υπόλοιπο,** ώστε να ισχύει:

$$\boxed{\mathbf{Δ = δ.π + υ} \quad \& \quad \mathbf{υ < δ}}$$

Η διαδικασία αυτή λέγεται **Ευκλείδεια διαίρεση.**

Παρατηρήσεις

1. Αν **υ ≠0,** τότε η διαίρεση είναι **ατελής.**
2. Αν **υ = 0,** τότε Δ = δ.π άρα η διαίρεση είναι **τέλεια.** Και απλά λέμε **ο δ διαιρεί τον Δ.**

Διαιρέτες & Μέγιστος Κοινός Διαιρέτης

Να βρεθούν οι διαιρέτες του 16: $Δ_{16}$ = {1, 2, 4, 8,16}

του 24: $Δ_{24}$ = {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24}

στα δύο παραπάνω σύνολα $Δ_{16}$ και $Δ_{24}$ να βρεθούν οι κοινοί αριθμοί: {1, 2, 4, 8} που είναι οι κοινοί διαιρέτες με ποιο μεγάλο αριθμό το 8, που λέγεται **μέγιστος κοινός διαιρέτης,** συμβολίζεται

ΜΚΔ (16, 24) = 8

Διαίρεση με 10 ή 100 κτλ.

Όταν θέλουμε να διαιρέσουμε ένα αριθμό με 10 ή 100 ή 1000 κτλ., αρκεί να μεταφέρουμε την **υποδιαστολή του προς τα αριστερά** κατά μία ή δύο ή τρεις κτλ. αντίστοιχα θέσεις ανάλογα με τα μηδενικά των 10, 100, 1000 κλπ.

Παραδείγματα:	260:10 = 26	260:100 = 2,6	260:1000 = 0,26
	18,1:10= 1,81	18,1:100 = 0,181	18,1:1000 = 0,0181

Χαρακτήρες διαιρετότητας

Ιδιότητες διαιρετών φυσικού αριθμού

1. Κάθε φυσικός αριθμός διαιρεί τα πολλαπλάσια του. Π.χ. *Ο αριθμός 7 διαιρεί όλα τα πολλαπλάσια του, δηλαδή 0, 7, 14, 21, 28,…...*
2. Κάθε φυσικός αριθμός που διαιρείται από έναν άλλο είναι πολλαπλάσιο του. Π.χ. *Ο 27 διαιρείται από το 9, άρα ο 27 είναι πολλαπλάσιο του 9.*
3. Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί έναν άλλο, τότε διαιρεί και τα πολλαπλάσια του. Π.χ. *Ο 5 διαιρεί το 15, άρα διαιρεί και τα πολλαπλάσιά του, δηλαδή τα: O, 15, 30, 45, 60, …..*
4. Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί δύο άλλους, τότε διαιρεί το άθροισμα τους και τη διαφορά τους. *Π.χ. Ο 6 διαιρεί το 18 και το 36, άρα διαιρεί και τα: 18+36 = 54 και 36-18= 18.*

Κριτήρια διαιρετότητας

• **Διαιρετότητα με 10, 100, κ.λ.π.**

Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 10, 100, κ.λ.π., αν λήγει αντιστοίχως σε 1, 2, κ.λ.π. τουλάχιστον μηδενικά.

• **Διαιρετότητα με 2**

Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2, αν το τελευταίο ψηφίο του είναι 0, 2, 4, 6, 8 δηλαδή ζυγό.

• **Διαιρετότητα με 5**

Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 5, αν το τελευταίο ψηφίο του είναι 0 ή 5.

• **Διαιρετότητα με 3 ή 9**

Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3 ή το 9, αν το άθροισμα των ψηφίων του διαιρείται αντίστοιχα με το 3 ή με το 9.

Ανάλυση αριθμού σε γινόμενο πρώτων[1] παραγόντων

Ανάλυση ενός σύνθετου[2] αριθμού σε γινόμενο πρώτων παραγόντων λέμε την εργασία που κάνουμε ώστε να γράψουμε τον αριθμό σε ίσο γινόμενο παραγόντων πρώτων αριθμών.

<u>Μέθοδος:</u>

- Διαιρούμε τον αριθμό με το **μικρότερο πρώτο** διαιρέτη του.
- Το πηλίκο που προκύπτει, το διαιρούμε ξανά με το μικρότερο πρώτο διαιρέτη του και συνεχίζουμε όμοια μέχρι να βρούμε πηλίκο 1.

<u>ΠΡΟΣΟΧΗ !</u>

- Κάθε σύνθετος φυσικός αριθμός αναλύεται κατά τρόπο μοναδικό.
- Οι **Μ.Κ.Δ.** και **Ε.Κ.Π.** δύο ή περισσότερων φυσικών αριθμών βρίσκονται εύκολα, αν αναλύσουμε τους αριθμούς σε γινόμενα πρώτων παραγόντων.

1. Το Ε.Κ.Π. βρίσκεται, αν πάρουμε **όλους τους εμφανιζόμενους παράγοντες, υψωμένους στη μεγαλύτερη δύναμη** και τους πολλαπλασιάσουμε.

2. Ο Μ.Κ.Δ. βρίσκεται, αν πάρουμε **μόνο τους κοινούς παράγοντες, υψωμένους στη μικρότερη δύναμη** που εμφανίζεται ο καθένας και τους πολλαπλασιάσουμε.

Π.χ. είναι $144 = 2^4 \cdot 3^2$, $160 = 2^5 \cdot 5$, οπότε:

Ε.Κ.Π. $(144, 160) = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 5 = 32 \cdot 9 \cdot 5 = 1.440$ Μ.Κ.Δ. $(144, 160) = 2^4 = 16$

Διαίρεση δεκαδικού με δεκαδικό

Όταν θέλουμε να διαιρέσουμε δεκαδικό με δεκαδικό**, πολλαπλασιάζουμε το διαιρετέο και το διαιρέτη με κατάλληλη δύναμη του 10** έτσι, ώστε ο **διαιρέτης να γίνει φυσικός** αριθμός, οπότε προκύπτει διαίρεση δεκαδικού με φυσικό ή φυσικού με φυσικό.

Παραδείγματα: 36,45 : 4,5 = (36,45.10) : (4,5·10)= 364,5 : 45 = 8

Πηλίκο με προσέγγιση

Σε ορισμένες διαιρέσεις, όσο και αν τις συνεχίσουμε **δεν βρίσκουμε υπόλοιπο μηδέν** δηλαδή δεν σταματάμε.

Σε άλλες διαιρέσεις στο πηλίκο μετά από ένα ψηφίο έχουμε επανάληψη του ίδιου αριθμού. Σε αυτές τις διαιρέσεις υπολογίζουμε το πηλίκο **κατά προσέγγιση** με δική μας πρωτοβουλία, δηλαδή το στρογγυλοποιούμε σε δέκατο, εκατοστό κλπ.

Παράδειγμα: μοιράζω 70 € : 22 μαθητές = 3,181818.. **προσέγγιση εκατοστού** 70:22 = 3,18.

[1] **Πρώτος** λέγεται ο αριθμός που διαιρείται με το 1 και τον εαυτό του.
[2] **Σύνθετος** αυτός που «δεν είναι πρώτος» δηλαδή διαιρείται και από άλλους αριθμούς πέρα από 1 και εαυτό.

Υπολογισμός αριθμητικών παραστάσεων

1. **Αριθμητική παράσταση** ονομάζουμε μία σειρά από αριθμούς που συνδέονται με τα γνωστά σύμβολα των πράξεων.
2. **Τιμή** της αριθμητικής παράστασης λέμε τον αριθμό που θα βρούμε όταν εκτελέσουμε όλες τις πράξεις.

Προτεραιότητα των πράξεων

1. Σε αριθμητικές παραστάσεις χωρίς παρενθέσεις:

   α. Υπολογίζουμε πρώτα τις δυνάμεις.

   β. κατόπιν τους πολλαπλασιασμούς και διαιρέσεις με τη σειρά που εμφανίζονται.

   γ. τέλος τις προσθέσεις και αφαιρέσεις.

2. Σε αριθμητικές παραστάσεις με παρενθέσεις ή και αγκύλες.

   α. Εκτελούμε τις πράξεις πρώτα μέσα στις παρενθέσεις με την παραπάνω σειρά μέχρι η παρένθεση να μετατραπεί σε ένα αριθμό

   β. μετά εκτελούμε τις πράξεις μέσα στην αγκύλη όπως και στην παρένθεση

   γ. τέλος στην αριθμητική παράσταση που προκύπτει εκτελούμε τις πράξεις με τη γνωστή σειρά πράξεων.

***Παραδείγματα**:*

1. Όταν έχω μόνο προσθέσεις τα προσθέτω όλα μαζί:

   15+7+12+3+5=42 (σκέψη 15+5=**20**, 7+3=**10**, άρα 20+10+12=42)

2. Όταν έχω προσθέσεις και αφαιρέσεις μόνο:

   Σωστό 13 + 2 - 5 + 7= 15 - 5 + 7 = 10 + 7 = 17

   Λάθος 13 + 2 - 5 + 7= 15 - 5 + 7 = 15 –12 =....

   Προσθέτω δύο-δύο με σειρά από αριστερά προς τα δεξιά δηλαδή όπως γράφουμε.

   ➢ **Ένας περισσότερο σύντομος τρόπος:**

   α. Τον πρώτο αριθμό και όσους έχουν μπροστά τους + (πρόσθεση) τους **προσθέτω** όλους μαζί

   β. όμοια **προσθέτω** όλους μαζί όσους έχουν μπροστά τους - (αφαίρεση)

   γ. τέλος από το άθροισμα της [α] πρόσθεσης **αφαιρώ** το άθροισμα της [β] πρόσθεσης.

   Π.Χ. 13 + 2 - 5 + 7–2 = (13+2+7) - (5+2) = 22 – 7 = 15

3. Ο πολλαπλασιασμός ή διαίρεση προηγείται της πρόσθεσης-αφαίρεσης:

   Σωστό 3·5+7=15+7=22 — Λάθος 3·5+7=3·12=36

   Σωστό 4·6 - 5·4 + 5·2=24 -20+10 =4+10=14 — Λάθος 4·6 - 5·4 + 5·2 = 4·1·9·2=.....

   Σωστό 12:3 + 2·5 + 3 = 4+10+3=17 — Λάθος 12:3 + 2·5 + 3 = 12:5·5+3=...

Προσοχή στην περίπτωση που έχω πολ/μο και διαίρεση σε συνέχεια!

$20{\cdot}8{:}4 = 20{\cdot}\ (8{:}4) = 20{\cdot}2 = 40$

$8{:}4{\cdot}20 = (8{:}4)\ {\cdot}20 = 2{\cdot}20 = 40$

ενώ $8{:}4{\cdot}20 = 8{:}80=$...

Η **διαίρεση πρέπει να προηγηθεί του πολ/μού** γιατί διαφορετικά θα έχουμε λάθος αποτέλεσμα

4. Κάθε παρένθεση πρέπει να μετατραπεί σε ένα αριθμό αφού εκτελεστούν με την προβλεπόμενη σειρά όλες οι εσωτερικές πράξεις της.

   $(12{\cdot}2+8{:}2)+3 = (24+4)+3 = 28+3=31$

   $(3+5)^2 = 8^2 = 64$ και όχι $(3+5)^2 = 3^2 + 5^2 = 9+25 =$...

5. Κάθε φορά που εκτελούμε και κάποια πράξη σε αριθμητική παράσταση πρέπει να γράφοντας <u>ολόκληρη την αριθμητική παράσταση</u> και όχι το μέρος της που έχει την πράξη που εκτελούμε.

   Παράδειγμα: **Σωστό** $12{:}3 + 2{\cdot}5 + 3 = 4+10+3 = 17$

   Λάθος $12{:}3 + 2{\cdot}5 + 3 =12{:}3=4+2{\cdot}5=10$ ....

Τυποποιημένη μορφή Μεγάλων Αριθμών

Όταν έχουμε να γράψουμε πολύ μεγάλους αριθμούς, για παράδειγμα στην αστρονομία αντιμετωπίζουμε δυσκολίες γι' αυτό χρησιμοποιούμε την **τυποποιημένη μορφή.**

Παραδείγματα: Η τυποποιημένη μορφή των αριθμών $9\,000\,000 = 9{\cdot}10^6$ και

$12\,000\,000 = 1{,}2{\cdot}10^7$.

Ένας μεγάλος αριθμός σε τυποποιημένη μορφή γράφεται σαν γινόμενο ενός αριθμού φυσικού ή δεκαδικού α, που είναι μεγαλύτερος ίσος του 1 και μικρότερος του 10, επί μια δύναμη του 10, δηλαδή $\alpha{\cdot}10^{\nu}$.

Ασκήσεις 1ου κεφαλαίου

1. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα με τα ψηφία των χιλιάδων, εκατοντάδων κ.λ.π. των αριθμών:

Αριθμός	χιλιάδες	εκατοντά-δες	δεκάδες	μονάδες	δέκατα	εκατοστά	χιλιοστά
1234,123	1	2	3	4	1	2	3
44,32							
0,12345							
235.789							
44444,44444							
21.346,01200							
333.123,13							
11,34789							
0,45							

2. Να συμπληρώσετε στις …. δίπλα από τον αριθμό τα γράμματα: **Χ** για χιλιάδες, **Ε** εκατοντάδες, **Δ** δεκάδες, **Μ** μονάδες, **δ** δέκατα, **ε** εκατοστά, **χ** χιλιοστά:

5.124,367 1 ….. 2 ….. 3 ….. 4 ….. 5 ….. 6 ….. 7 …..
7.365,124 1 ….. 2 ….. 3 ….. 4 ….. 5 ….. 6 ….. 7 …..
2.143,765 1 ….. 2 ….. 3 ….. 4 ….. 5 ….. 6 ….. 7 …..
4.217,356 1 ….. 2 ….. 3 ….. 4 ….. 5 ….. 6 ….. 7 …..
3.546,271 1 ….. 2 ….. 3 ….. 4 ….. 5 ….. 6 ….. 7 …..

3. Να στρογγυλοποιήσετε τους αριθμούς της $1^{ης}$ στήλης του πίνακα.

Αριθμός	**Χιλιάδες**	**Εκατοντάδες**	**Δεκάδες**	**Μονάδες**	**Δέκατα**	**Εκατοστά**
23.240,45						
90.910,99						
43.209,18						
11.249,91						
77.231,65						
27.216,35						
97.385,84						

4. Να γίνουν οι προσθέσεις οριζόντια και κατακόρυφα:

356	+	349	=	3,567	+	13,023	=
7356	+	1987	=	139	+	12,7	=
1300	+	3357	=	789,34	+	19,38	=
______		______	______	______		______	______

5. Να γίνουν οι πράξεις:

95 – (48 – 31)= (92 – 43) –24= 69 – (18+11)=

(89 –18) – 14= (55+25) – 15= (78 – 44) +49=

3855 + 9764 –2345 –1769= 0,234 + 75,32 – 2,09 – 11,023=

32,54 – 13,83 +77,32 – 2,56= 24,89 + 0,341 – 5,23 – 0,28 + 2,01=

6. Να υπολογιστούν τα γινόμενα όπου α = 0,01, α = 0,1, α = 1, α = 10, α = 100

1456,24 · α= 2498 · α= 0,5864 · α=

7. Να υπολογιστούν τα γινόμενα*: **Προσοχή!*** **αβγ = (αβ)γ = α(βγ)**

23 ·5 ·2= 18 ·2 ·15= 250 ·23,45·4= 26,175·8·50=

8. Να κάνετε τις πράξεις:

9 + 4·5 +2·12= 3·18+11 + 4·2,5= 3·12,5·2 – 5·3 + 14·2,5=

2·7,5 – 3·3 + 5,2·5= 14 – 3·2,2 +128= 44,25 –11,5·0,5 + 23,23·10=

Προβλήματα

9. Ένας έμπορος αγόρασε 1.850 κιλά λάδι και πλήρωσε 3,5 € για κάθε κιλό. Πόσα χρήματα θα εισπράξει αν πουλήσει το λάδι με συνολικό κέρδος 225 €;
10. Ένας καυστήρας κεντρικής θέρμανσης καίει 5 λίτρα πετρελαίου την ώρα. Αν λειτουργεί 8 –10 το πρωί, 12 – 3 το μεσημέρι και 9 – 11 το βράδυ, πόσα λίτρα θα κάψει σε 15 ημέρες και πόσο θα κοστίσει συνολικά αν το λίτρο έχει 75 λεπτά;
11. Αγόρασε κάποιος 4 δοχεία με λάδι. Τα δύο χωρούν από 16,5 λίτρα το καθένα, το τρίτο 14,25 λίτρα και το τέταρτο 18 λίτρα. Πόσα χρήματα θα πληρώσει αν το ένα λίτρο κοστίζει 3,2 €;

12. Δύο καράβια φεύγουν μαζί από ένα λιμάνι για διαφορετικά ταξίδια. Το πρώτο επιστρέφει στο λιμάνι μετά από 5 ημέρες και αναχωρεί ξανά. Το δεύτερο μετά από 6 ημέρες και αναχωρεί. Μετά από πόσες μέρες θα συναντηθούν στο ίδιο λιμάνι τα καράβια;

13. Να υπολογίσετε τις παρακάτω δυνάμεις:

2^4	20^4	$0{,}2^4$	10^3	100^3	$0{,}1^3$
3^2	30^2	$0{,}3^2$	1^5	$0{,}1^5$	$0{,}01^2$

14. Να υπολογιστούν οι παρακάτω δυνάμεις. Τι παρατηρείτε για τα νούμερα κατά στήλη;

$(3\cdot4)^2$	$(2^2)^3$	$2^3\cdot3^3$	(2^2+3^2)	$2^2\cdot2^3$
$(4\cdot3)^2$	$(2^3)^2$	$(2\cdot3)^3$	$(2+3)^2$	2^5

15. Ποιοι αριθμοί θα βρεθούν αν γίνουν οι παρακάτω πράξεις:

$5\cdot10^4+2\cdot10^3+8\cdot10^2+5\cdot10^1+4\cdot10^0=$ $\quad$ $2\cdot10^5+4\cdot10^3+8\cdot10^2+3\cdot10^0=$

16. Να υπολογιστούν αφού γίνουν οι πράξεις:

$(10+8)^2-(7-3)^3=$ $\quad$ $(153-18)^2-80^2=$

$8{,}4^2+(34{,}57-24{,}47)^3=$ $\quad$ $(33-23)^5-(57-37)\cdot3.5=$

$3^3+3^2+3^1+3^0=$ $\quad$ $1^{10}+1^8+1^6+1^4+1^2+1^0=$

$15^2-14^2+13^2-12^2+11^2-10^2=$ $\quad$ $(15-14)^2+(13-12)^2+(11-10)^2=$

17. Να γίνουν οι πράξεις με τον συντομότερο τρόπο:

$(7+28+5+13+12)\cdot25=$ $\quad$ $33\cdot8+22\cdot8+17\cdot8+28\cdot8=$

$(13{,}25+26+37{,}5+23{,}25)\cdot12{,}34=$ $\quad$ $4{,}8\cdot35+4{,}8\cdot15+2{,}2\cdot26{,}7+2{,}2\cdot73{,}3=$

18. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων

$3\cdot\chi+4{,}5\cdot\chi+2{,}5\cdot\chi$ για $\chi=2{,}345$ $\quad$ $\alpha\cdot23{,}67+35\cdot\alpha+41{,}33\cdot\alpha$ για $\alpha=0{,}3456$

$2\cdot\chi+2\cdot\psi+7{,}5\cdot\chi+7{,}5\cdot\psi+120\cdot\psi+120\cdot\chi$ για $\chi+\psi=20$

19. Σε μία οικογένεια εργάζεται ο πατέρας με ημερομίσθιο 50 € και ο μεγάλος γιος με ημερομίσθιο 40 €. Πόσα θα εισπράξουν και οι δύο μαζί σε μία εβδομάδα με πέντε εργάσιμες ημέρες;

20. Μία τάξη έχει 36 μαθητές που κάθονται ανά 3 σε κάθε θρανίο. Πόσα θρανία θα χρειαστεί να προσθέσουμε στην τάξη για να κάτσουν οι μαθητές ανά 2;

21. Ένα αυτοκίνητο θα ταξιδέψει για 630 χιλιόμετρα. Μετά 3 ώρες από την αναχώρηση έχει κάνει τα 270 χιλιόμετρα. Αν συνεχίσει να τρέχει με την ίδια ταχύτητα σε πόση ακόμη ώρα θα ολοκληρώσει την διαδρομή;
22. Αν α, β είναι δύο φυσικοί αριθμοί να εξηγήσετε γιατί ο αριθμός $Α = 2\cdot α + 4\cdot β$ είναι άρτιος (ζυγός), Ενώ ο αριθμός $Β = 2(α + 1) + 6β + 1$ είναι περιττός (μονός).
23. Έστω οι φυσικοί α και β που έχουν γινόμενο 60 δηλαδή $α\cdot β = 60$. Ποιο θα είναι το νέο γινόμενο αν πενταπλασιάσουμε τον α και τριπλασιάσουμε τον β;
24. Δύο φυσικοί αριθμοί έχουν διαφορά 33. Αν πενταπλασιάσουμε αυτούς τους αριθμούς ποια θα είναι η νέα διαφορά;
25. Να κάνετε τις πράξεις:

α] $3 + 4\cdot 5 – 2\cdot 6=$ β] $20:2 + 3\cdot 4–2=$ γ] $4\cdot 8 – 7 + 3\cdot 11=$

δ] $5\cdot 7 – 2\cdot 3 + 4:2=$ ε] $42:6 + 3\cdot 9 – 5\cdot 2=$ στ] $11\cdot 5\cdot 2–6:3+88:11=$

ζ] $65:13 + 7\cdot 2\cdot 6 – 3\cdot 2\cdot 2=$ η] $7\cdot 12 – 9 + 12\cdot 4 – 42:6=$ θ] $1{,}2\cdot 5 – 3{,}4:1{,}7 + 8=$

ι] $3{,}3:0{,}55 + 6\cdot 0{,}3 + 3{,}3\cdot 0{,}2 – 2=$

26. Να υπολογιστούν οι αριθμητικές παραστάσεις:

α] $54:9 + 2^5\cdot 3 – 6^2:12=$ β] $57 – 2^6:16 + 2^4\cdot 5 + 6^3=$ γ] $3^3\cdot 24 – 126:9=$

δ] $3^2 – 2\cdot 4 + 12:2^2 + 3^3\cdot 4=$ ε] $2^5:8 + 4\cdot 3^2 – 18:9=$ στ] $3\cdot 5^2 – 5\cdot 3^2 + 2\cdot 2^3 – 2\cdot 8=$

27. Να υπολογιστούν οι παρακάτω τιμές:

$Α=24{,}8\cdot 3 + 23\cdot 2^3 – 125:25^2=$ $Β=33:11 + 128:4^2 – 18:3^2=$

$Γ=28\cdot 12:2^3 + 11\cdot 13 – 100\cdot (0{,}1)^2 + 7\cdot 2^5\cdot 3^3=$

Όμοια οι τιμές

$Α= 7{,}3^2 – (2^3 – 0{,}8\cdot 0{,}5) – 0{,}6^2 – 0{,}1^2\cdot 7=$ $Β= (9{,}6:8 + 0{,}9) – (6:10+4^2) + 7\cdot 3^2=$

$Γ= 6{,}4:2^2 +(3^3 +3\cdot 3{,}3) \cdot 7^2 – 3^2\cdot 2\cdot 0{,}3^3=$ $Δ= 13^2–(8^2 +5^2)+(5^2 –129^4)(125\cdot 10 –5^4\cdot 2)+13=$

$Ε= 24\cdot 3^3 – 36:2^2\cdot 3 +(21+2^4) \cdot 3^2=$ $Ζ= 3\cdot 5^2 – 5\cdot 3^2 + 2\cdot (2^4 – 8) + 3^3:9=$

28. Να υπολογιστούν οι αριθμητικές παραστάσεις:

α] $18\cdot 10:2{,}5 – 2^2\cdot (2^3 – 7)=$ β] $7^2\cdot 3\cdot 2^2 – 3\cdot 2{,}2 + 2^5\cdot (3^4–4^3) + 9=$

γ] $2^4 – (6^2 + 8^2) :10 + 2{,}2\cdot 1{,}1=$ δ] $(6 + 8)^2 :(2^4 – 2\cdot 3) + (3^2 – 8{,}5)^2=$

ε] $(0{,}1^2 + 0{,}7^2) \cdot 10^2 + (2{,}8 –1{,}2)^2=$ στ] $(6^2 + 3\cdot 4 – 47)^{59} + (3^3 +3 – 3\cdot 9)^5=$

29. Να υπολογιστούν οι τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

$Α=8χ^2 + (8χ)^2=$ $Β=49χ + (7χ)^2=$ $Γ=χ^2 + 3^2\cdot χ^2 +7^2=$

για α] $χ=0{,}9$ β] $χ=3{,}2$ γ] $χ=3$ (εννέα τιμές)

30. Να βρεθούν οι τιμές: $A = \chi^2 + 2\chi\psi + \psi^2$ και $B=(\chi + \psi)^2$ για

α] $\chi=5$ & $\psi=6$ β]$\chi=9$ & $\psi=7$ γ]$\chi=7,3$ & $\psi=0,1$

Μήπως η **τιμή Α είναι ίση με την τιμή Β** και για πολλά (άπειρα) ζευγάρια χ,ψ τιμών; Δοκιμάστε μερικά δικά σας .

31. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

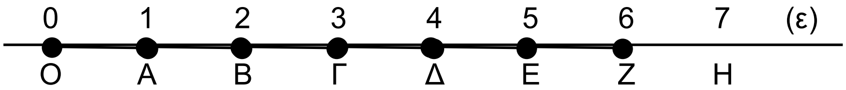
τιμές χ	$5\chi^2 + 6^2$	$8\chi^3 + 3\chi^2 + 4$	$3(\chi^2 + 6)$
3,5			
3^2			
0,1			

Κεφάλαιο $2^{ο}$

Μετρήσεις Μεγεθών

Παράσταση αριθμών σε σημεία ευθείας

Γίνεται με τον παρακάτω τρόπο: πάνω σε μια ευθεία (ε) παίρνουμε ένα σημείο Ο και δεξιά του στην τύχη ένα άλλο σημείο Α. δεξιότερα του Α ένα άλλο σημείο Β, ….Γ ώστε ΟΑ = ΑΒ = ΒΓ=… κ.λ.π. Το Ο λέγεται αρχή και παριστάνει το μηδέν το Α το 1 κ.λ.π



Η ευθεία (ε) που κατασκευάστηκε με τον προηγούμενο τρόπο λέγεται βαθμολογημένη ευθεία ή άξονας.

Μέτρηση μήκους τμήματος

Άν θέλουμε να μετρήσουμε το μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ, διαλέγουμε στην τύχη ένα ευθύγραμμο τμήμα **α** για μονάδα μέτρησης ή μονάδα μήκους. Για παράδειγμα αν το ΑΒ είναι ίσο με 4 τμήματα α, τότε λέμε το μήκος του ΑΒ είναι 4, μετρημένο με μονάδα μήκους το α. Συμβολίζουμε: **ΑΒ = 4·α.**

Ο αριθμός που εκφράζει το μήκος ενός ευθ. τμήματος εξαρτάται από τη μονάδα που το μετρήσαμε. (*Μικρή μονάδα μεγάλο μήκος και αντίστροφα*).

Στην Ευρώπη εκτός Αγγλίας χρησιμοποιούμε για μονάδα μέτρησης μήκους το μέτρο, που συμβολίζεται με **m**. Το μέτρο – m, με μεγάλη προσέγγιση ισούται με ένα ευθύγραμμο τμήμα που αντιπροσωπεύει το $\frac{1}{40.000.000}$ του μεσημβρινού της Γης.

Πολλαπλάσια του μέτρου:

Δεκάμετρο	(dam)	1 dam = 10 m
Εκατόμετρο	(hm)	1 hm = 100 m
Χιλιόμετρο	(km)	1 km = 1000 m

Υποδιαιρέσεις του μέτρου:

Δεκατόμετρο ή παλάμη	(dm)	1 dm = 1/10 m
Εκατοστόμετρο ή πόντος	(cm)	1 cm = 1/100 m
Χιλιοστόμετρο ή γραμμή	(mm)	1mm = 1/1000 m

Άλλες μονάδες μήκους είναι:

Η υάρδα (yrd), διαιρείται σε 3 πόδια (ft) και το 1 πόδι σε 12 ίντσες (in).

Ο τεκτονικός πήχης ισοδυναμεί με 0,75m = 75 cm.

Το μίλι ξηράς 1609 m

Το ναυτικό μίλι 1852 m

Ο κόμβος 15,43 m (1 ναυτικό μίλι = 120 κόμβοι)

Παρατήρηση: Όργανα μέτρησης του μήκους είναι το **μικρότερο,** το **υποδεκάμετρο,** το **μέτρο, η μετροταινία (**μεζούρα ή κορδέλα**)**, το **παχύμετρο.** Σήμερα υπάρχουν τοπογραφικά όργανα μεγάλης ακρίβειας που μετρούν αποστάσεις αξιοποιώντας ακόμη και σημεία αναφοράς (στίγματα) που παίρνουν από δορυφόρους.

➢ Με τον παρακάτω πίνακα βλέπουμε πως μετατρέπουμε μετρική απόσταση σε υποδιαιρέσεις και αντίστροφα:

7,8 m ↓	x 10	m		7,8 m
78 dm ↓	x 10	dm	: 10	↑ 78 dm
780 cm ↓	x 10	cm	: 10	↑ 780 cm
7.800 mm		mm	: 10	↑ 7.800 mm

Εμβαδό επίπεδων επιφανειών

Για να μετρήσουμε μία επίπεδη επιφάνεια διαλέγουμε **ένα τετράγωνο** με όση πλευρά θέλουμε (*μονάδα μέτρησης*) και το συγκρίνουμε με την αρχική επιφάνεια. Το **αποτέλεσμα της σύγκρισης** είναι ένας **αριθμός,** που φανερώνει πόσες φορές η μονάδα χωρά στην επιφάνεια. Ο αριθμός αυτός, λέγεται **εμβαδό** της επιφάνειας.

Ο αριθμός που εκφράζει το εμβαδό μιας επιφάνειας εξαρτάται από τη μονάδα που το μετρήσαμε. (*Μικρή μονάδα μεγάλο εμβαδό και αντίστροφα*).

Στην Ευρώπη εκτός Αγγλίας χρησιμοποιούμε για μονάδα μέτρησης επιφάνειας το **τετραγωνικό μέτρο**, που συμβολίζεται με **m^2**. Είναι ένα τετράγωνο με πλευρά 1 **m**.

Πολλαπλάσια του τετραγωνικού μέτρου:

Τ. Δεκάμετρο (dam^2) 1 dam^2 = 100 m^2 (ή αρ)
Τ. Εκατόμετρο (hm^2) 1 hm^2 = 10.000 m^2 (ή εκτάριο)
Τ. Χιλιόμετρο (km^2) 1 km^2 = 100.000 m^2

Υποδιαιρέσεις του τετραγωνικού μέτρου:

Τ. Δεκατόμετρο ή παλάμη (dm^2) 1 dm^2 = $^{1}/_{100}$ m^2
Τ. Εκατοστόμετρο ή πόντος (cm^2) 1 cm^2 = $^{1}/_{10.000}$ m^2
Τ. Χιλιοστόμετρο ή γραμμή (mm^2) 1mm^2 = $^{1}/_{1.000.000}$ m^2

Το στρέμμα: 1 στρέμμα = 1000 m^2 ακανόνιστης επιφάνειας (*δεν είναι τετράγωνο*).

➢ Με τον παρακάτω πίνακα βλέπουμε πως μετατρέπουμε επιφάνεια μετρημένη με m^2 σε υποδιαιρέσεις και αντίστροφα:

7,8 m^2 ↓	x 100	m^2		7,8 m^2
780 dm^2 ↓	x 100	dm^2	: 100	↑ 780 dm^2
78.000 cm^2 ↓	x 100	cm^2	: 100	↑ 78.000 cm^2
7.800.000 mm^2		mm^2	: 100	↑ 7.800.000 mm^2

Εμβαδά Ορθογωνίου και Τετραγώνου

Σε ένα ορθογώνιο παραλληλογράφο, το μήκος της μεγαλύτερης πλευράς του λέγεται **μήκος,** ενώ το μήκος της μικρότερης λέγεται **πλάτος** του ορθογωνίου.

Το **μήκος** και το **πλάτος** από κοινού λέγονται **διαστάσεις** του ορθογωνίου.

Εμβαδό ορθογωνίου λέμε τον αριθμό που θα προκύψει από το **γινόμενο** των διαστάσεών του, αφού όμως τις μετρήσουμε **με την ίδια μονάδα μήκους.**

Π.χ.: Αν το μήκος α = 6m και το πλάτος β = 2m, τότε το εμβαδό $\boxed{\mathbf{E = \alpha \bullet \beta}}$ = 6m•2m =12 m^2

Εμβαδό τετραγώνου λέμε τον αριθμό που θα προκύψει από το **γινόμενο των ίσων διαστάσεών** του, αφού όμως τις μετρήσουμε **με την ίδια μονάδα μήκους.**

Π.χ.: Αν α = 6m το μήκος που είναι και πλάτος, τότε το εμβαδό $\boxed{\mathbf{E = \alpha \bullet \alpha}}$ (= α^2) = 6m•6m =36 m^2

Όγκος Στερεών

Όγκος στερεού σώματος λέγεται ο χώρος, που καταλαμβάνει το σώμα. Για να μετρήσουμε τον όγκο ενός στερεού σώματος, διαλέγουμε ένα κύβο με τυχαία ακμή (*μονάδα μέτρησης*) και τον συγκρίνουμε με τον όγκο του στερεού σώματος. Το **αποτέλεσμα της σύγκρισης** είναι ένας **αριθμός** που φανερώνει πόσες φορές η μονάδα (*ο κύβος*) χωρά στο στερεό σώμα και λέγεται όγκος του στερεού σώματος.

Ο αριθμός που εκφράζει τον όγκο ενός στερεού εξαρτάται από τη μονάδα που το μετρήσαμε. (*Μικρή μονάδα μεγάλος όγκος και αντίστροφα*).

Κυριότερη μονάδα όγκου είναι **κυβικό μέτρο**, συμβολίζεται με $\mathbf{m^3}$. Είναι ένας κύβος με ακμή 1 **m**.

Πολλαπλάσια του κυβικού μέτρου

Κυβικό Δεκάμετρο (dam^3) 1 dam^3 = 1.000 m^3
Κυβικό Εκατόμετρο (hm^3) 1 hm^3 = 1.000.000 m^3
Κυβικό Χιλιόμετρο (km^3) 1 km^3 = 1.000.000.000 m^3

Υποδιαιρέσεις του μέτρου

Κυβικό Δεκατόμετρο ή παλάμη (dm^3) 1 dm^2 = $^1/_{1.000}$ m^2
Κυβικό Εκατοστόμετρο ή πόντος (cm^3) 1 cm^2 = $^1/_{1.000.000}$ m^2
Κυβικό Χιλιοστόμετρο (mm^2) 1mm^2 = $^1/_{1.000.000.000}$ m^2

Μία πολύ συνηθισμένη μονάδα μέτρησης όγκου είναι το **Λίτρο (l),** όπου 1l = 1.000ml. Το λίτρο δεν είναι κύβος αλλά χώρος που ισούται με 1dm^3. Το γνωστό μας από τα φάρμακα ml=1cm^2 είναι το χιλιοστό του λίτρου.

<u>Προσοχή!</u> Πολλοί άνθρωποι μπερδεύουν το λίτρο με το κιλό, γιατί;

➢ Με τον παρακάτω πίνακα βλέπουμε πως μετατρέπουμε όγκο μετρημένο με **m^3** σε υποδιαιρέσεις και αντίστροφα:

7,8 m^3 ↓	x 1.000	m^3		7,8 m^3
7.800 dm^3 ↓	x 1.000	dm^3	: 1.000	↑ 7.800 dm^3
7.800.000 cm^3 ↓	x 1.000	cm^3	: 1.000	↑ 7.800.000 cm^3
7.800.000.000 mm^3		mm^3	: 1.000	↑ 7.800.000.000 mm^3

Όγκος Ορθογωνίου Παραλληλεπιπέδου

Το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο έχει τρεις διαστάσεις, **μήκος - πλάτος - ύψος.** Για να υπολογίσουμε τον **όγκο** του, πολλαπλασιάσουμε τις τρεις διαστάσεις που πρέπει να μετρήσουμε **με την ίδια μονάδα μήκους,** $\boxed{\mathbf{V = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma}}$

Ο Κύβος είναι ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο που έχει **όλες τις διαστάσεις του ίσες,** δηλαδή, $\boxed{\mathbf{V = \alpha \cdot \alpha \cdot \alpha} = \alpha^3}$ όπου α είναι η ακμή του κύβου.

Μονάδες Μέτρησης του Χρόνου

Βασική μονάδα το δευτερόλεπτο (sec).

Το λεπτό (min) 1min = 60 sec
Η ώρα (h) 1h = 60 min = 3.600 sec.
Η μέρα (d) 1d = 24 h

Για μεγάλες χρονικές διάρκειες χρησιμοποιούμε σαν μονάδα χρόνου **το χρόνο** 1 χρόνος = 365 ή 366 ημέρες, αλλά και τον **αιώνα**, 1 αιώνας = 100 χρόνια.

Μονάδες Μάζας

Βασική μονάδα μέτρησης μάζας (όχι βάρος) είναι το **χιλιόγραμμο ή κιλό** (Kg).

Ο **τόνος (ton) 1ton = 1.000Kg**.

Υποδιαίρεση του κιλού είναι **το γραμμάριο (gr),** όπου 1.000 gr = 1Kg.

Οι άνθρωποι στις καθημερινές συναλλαγές χρησιμοποιούν τον όρο **βάρος** αντί του όρου **μάζα.** Μεταξύ τους υπάρχει διαφορά ποια είναι; (*αναζήτηση σε εγκυκλοπαίδεια ή βιβλίο φυσικής του δημοτικού*)

Νομισματικές Μονάδες

Νομισματική **μονάδα** στην Ελλάδα από συστάσεως του Ελληνικού κράτους και μέχρι το 2001 ήταν η **δραχμή (δρχ).**

Την 1/1/2002 καλωσορίσαμε στα πορτοφόλια μας το κοινό ευρωπαϊκό νόμισμα, **Ευρώ (€)**. Το € υποδιαιρείται σε **100 λεπτά και** κυκλοφορούν:

α) **Κέρματα:** 1, 2, 5, 10, 20, 50 λεπτών, 1 & 2 €

β) **Χαρτονομίσματα:** 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500€.

Ήταν κάποτε το νόμισμά μας, τόλεγαν

Δραχμή !

ΑΣΚΉΣΕΙΣ ΣΤΟΝ ΟΓΚΟ

1. Να βρεθεί ο όγκος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου με διαστάσεις μήκος 6,4 m πλάτος 25 dm και ύψος 3850 mm. *(απ. 61,6 m^3)*

2. Να βρεθεί ο όγκος κύβου με ακμή 28dm σε α] m^3, β] dm^3, γ] cm^3
(απ. 21,952m^3, 21.952dm^3, 21.952.000cm^3)

3. Το εμβαδόν μίας έδρας κύβου είναι 64 τετραγωνικά μέτρα. Να βρεθεί ο όγκος του.
(V=512 m^3)

4. Σε ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο το μήκος είναι 70 dm, το πλάτος 5 m. Αν ο όγκος είναι 217 m^3, να βρεθεί το ύψος του. *(ύψος=6,2 μέτρα)*

5. Ένα δοχείο λαδιού σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου και με διαστάσεις 2,9μέτρα μήκος, 1,5 μέτρα πλάτος και 0,72 μέτρα ύψος είναι γεμάτο. Πόσα λίτρα λάδι έχει και πόσο κοστίζει το λάδι αν το ένα λίτρο κοστίζει 1725 δραχμές;
(απ. 3.132 l και 5.402.700 δραχμές)

6. Ένα βάθρο σε σχήμα ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου και με διαστάσεις μήκος 1,8 m , πλάτος 1,2 m και ύψος 8,5 dm, θα κτιστεί με τσιμεντόλιθους διαστάσεων 37cm, 15 cm , 17 cm. Πόσους τσιμεντόλιθους θα χρειαστούμε; *(απ. 195 τσιμεν/θοι)*

7. Οι νόμοι προβλέπουν χώρο για μία σχολική αίθουσα 8 m^3 για κάθε άτομο. Με μέγιστο αριθμό 34 μαθητών να βρεθεί το κατάλληλο μήκος για την αίθουσα αν το πλάτος της είναι 6,5 m και το ύψος της 3,5 m. *(απ. 11,956 m)*

8. Μία γυάλα για ψάρια σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου και με διαστάσεις μήκος 80 cm, πλάτος 45cm και ύψος νερού 60 cm. α] Να βρεθεί όγκος της. β] Αν προσθέσουμε ακόμη 120 λίτρα νερό κατά πόσο θα υπερυψωθεί;
(απ. 216dm^3, 33,33 cm περίπου)

9. Ένας συνεταιρισμός κρασιού έχει στις δεξαμενές του 184.800 λίτρα κρασί. Για να το μεταφέρει σε άλλο χώρο μίσθωσε ένα ειδικό όχημα μεταφοράς με χωρητικότητα 15,4 κυβικά μέτρα. Αν το κάθε δρομολόγιο χρεώνεται 7000 δραχμές, πόσα θα τους κοστίσει η μεταφορά συνολικά;
(απ. 84.000 δραχμές)

10. Δίνεται ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο με διαστάσεις: μήκος 10 cm, πλάτος 5 cm και ύψος 13,2 cm. Αν αυξήσουμε τις διαστάσεις της βάσης κατά 0,1 dm πόσο πρέπει να ελαττώσουμε το ύψος ώστε ο όγκος να παραμείνει σταθερός;
(απ. 3,2 cm)

11. Ένας κύβος έχει ακμή α. να βρείτε πόσο αυξάνετε ο όγκος του αν:
α] διπλασιάσουμε την ακμή.
β] τριπλασιάσουμε την ακμή. *(απ. 8–πάσιος, 27–πλάσιος)*

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΕΜΒΑΔΟΝ.

1. Να βρεθεί η περίμετρος και το εμβαδόν ορθογωνίου παραλληλογράμμου με μήκος 0,68m και πλάτος 50cm. *(απ. Π=2,36 m, Ε=0,34 m^2)*

2. Η περίμετρος ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου είναι 1,28 km και το μήκος του 360m. Να βρεθούν , το πλάτος του και το εμβαδόν του σχήματος.
(απ. Πλάτος=280m, Ε=100800m^2)

3. Ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο έχει μήκος 7,8 m και εμβαδόν 50,7 m^2. Να βρεθεί το πλάτος και η περίμετρος του ορθογωνίου. *(απ. Πλάτος 6,5m, Περίμετρος=28,6m)*

4. Να βρεθεί το εμβαδόν ενός τετραγώνου που έχει περίμετρο 36,8m. *(απ. Ε=84,64m^2)*

5. Ένα ορθογώνιο έχει εμβαδόν όσο και ένα τετράγωνο με πλευρά 20 μέτρα. Αν το μήκος του ορθογωνίου είναι 25 μέτρα, να βρεθεί το πλάτος του ορθογωνίου. *(απ. 16 μέτρα)*

6. Ένα χαλί με μήκος 65dm και πλάτος 3,4 m πουλήθηκε αντί 25.480 δραχμές το μέτρο. Πόσο κόστισε η αγορά του; *(απ. 563.108 δραχμές)*

7. Μία σχολική αίθουσα έχει σχήμα ορθογωνίου παραλληλογράμμου με διαστάσεις μήκος 6 μέτρα και πλάτος 3,6 μέτρα. Θέλουμε να στρώσουμε την αίθουσα με τετράγωνα πλακάκια πλευράς 40 cm. Πόσα πλακάκια θα χρειαστούμε και πόσα χρήματα θα πληρώσουμε αν το ένα πλακάκι έχει 856 δραχμές; *(απ. 135 πλακάκια, 115.560 δραχμές)*

8. Ένα αγρόκτημα σε σχήμα ορθογωνίου έχει μήκος 48,5 μέτρα και πουλήθηκε 250.000 χιλιάδες το στρέμμα κόστισε συνολικά 1.455.000 δραχμές. Να βρεθεί το εμβαδόν του αγροκτήματος και το πλάτος του. *(απ. Ε=5820 m^2, μήκος=120 m)*

9. Αγρόκτημα σχήματος ορθογωνίου με μήκος 120 m και εμβαδόν 6240 m^2 .Στο ένα άκρο του χωραφιού χωρίζουμε ένα τετράγωνο πλευράς ίσης με το πλάτος του ορθογωνίου. Πόσο είναι το εμβαδόν του χωραφιού που απομένει; *(απ. 3.536 m^2)*

10. Σε οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου το μήκος είναι τετραπλάσιο από το πλάτος και η περίμετρος του είναι 80 μέτρα. Να βρεθεί η αξία του οικοπέδου αν το ένα μέτρο κοστίζει 45.000 δραχμές.
(απ. Ε=256m^2, 11.520.000 drx)

11. Σε μία οικοδομική περιοχή σχήματος τετραγώνου με πλευρά 70 m πρόκειται να κατασκευαστεί πεζοδρόμιο πλάτους 150 cm. Πόσες πλάκες θα χρειαστεί ο εργολάβος για το πεζοδρόμια αν ξέρουμε ότι η κάθε πλάκα είναι σχήματος ορθογωνίου με διαστάσεις 50 cm και 30 cm.
(απ. 2.860 πλάκες)

12. Να υπολογίσετε σε τετραγωνικά μέτρα το εμβαδόν ενός ορθογωνίου, στο οποίο το μήκος του είναι τριπλάσιο από το πλάτος του και η περίμετρός του είναι **88 dam.**