Η Έννοια του Κλάσματος

1. **Κλασματική μονάδα** λέγεται το ένα από τα ίσα μέρη, στα οποία χωρίζουμε την ακέραια μονάδα. Έχει τη μορφή $\frac{1}{\alpha}$, όπου α μη μηδενικός φυσικός αριθμός ($\alpha \neq 0$, α διάφορο του μηδενός).
2. **Κλάσμα** λέγεται ο αριθμός που γίνεται από επανάληψη μιας κλασματικής μονάδας, έχει τη μορφή $\frac{\alpha}{\beta}$ όπου α, β φυσικοί αριθμοί και $\beta \neq 0$.
3. Ο αριθμός α λέγεται **αριθμητής**, ο β **παρανομαστής** και τα δύο μαζί με ένα όνομα όροι του κλάσματος.

3	→ Αριθμητής	Όροι του κλάσματος
——	→ Κλασματική γραμμή	
4	→ Παρανομαστής	

Παρατηρήσεις

- Ο παρονομαστής ενός κλάσματος **δεν μπορεί να είναι μηδέν.**
- Ο παρονομαστής ενός κλάσματος δείχνει σε **πόσα ίσα μέρη χωρίστηκε η ακέραια μονάδα,** ενώ ο αριθμητής δείχνει **πόσες κλασματικές μονάδες πήραμε.**

4. Κάθε **κλάσμα είναι ένα πηλίκο** μιας διαίρεσης, όπου **Διαιρετέος είναι ο αριθμητής** και **διαιρέτης ο παρανομαστής**, δηλαδή $\boxed{\frac{\alpha}{\beta} = \alpha : \beta}$. Ένα διαφορετικό όνομα είναι: «ο λόγος του α προς το β».

Παρατηρήσεις:

- Κάθε φυσικός αριθμός γράφετε με κλασματική μορφή θέτοντας για παρανομαστή την μονάδα. π.χ. $3 = \frac{3}{1}$, $\alpha = \frac{\alpha}{1}$.
- Όταν **ο αριθμητής ενός κλάσματος είναι το μηδέν**, το κλάσμα **ισούται με μηδέν** π.χ. $0 = \frac{0}{1} = \frac{0}{2} = \frac{0}{3} = \ldots \frac{0}{\nu} = \ldots$
- Όταν οι **όροι ενός κλάσματος είναι ίσο**ι τότε το κλάσμα **ισούται με ένα** π.χ. $1 = \frac{1}{1} = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \ldots \frac{\nu}{\nu} = \ldots$
- Όταν σε ένα κλάσμα **ο αριθμητής** είναι πολλαπλάσιο **του παρονομαστή,** τότε το κλάσμα **ισούται με ένα φυσικό** αριθμό. π.χ. $\frac{6}{3} = \frac{2 \cdot 3}{3} = 2$, $\frac{12}{4} = \frac{3 \cdot 4}{3} = 4$....

☞ ***Πρόβλημα αναγωγής στη μονάδα***

Ένας μισθωτός πληρώνει για ενοίκιο 400 €. Αν το ποσό αυτό είναι τα $\frac{2}{9}$ του μισθού του, τότε πόσος είναι ο μισθός του;

<u>ΛΥΣΗ</u>

τα $\frac{2}{9}$ του μισθού → 400 €, άρα το $\frac{1}{9}$ του μισθού → 400 : 2 = 200 €, τα $\frac{9}{9} = 1$ ή ο ένας μισθός → 200 •9 = 1.800 €

☞ **Εξισώσεις (δύο μορφές):**

1) $\frac{x-8}{12}=0$ κλάσμα ίσο με μηδέν (Σκέψη → ο αριθμητής θα είναι μηδέν) δηλαδή χ–8 =0 άρα χ=8

2) $\frac{x+7}{10}=1$ κλάσμα ίσο με ένα (Σκέψη → αριθμητής ίσος με παρανομαστή) δηλαδή χ+7=10 άρα χ=10–7 άρα χ=3

Λύσε: $\frac{x-12}{14}=0$, $\frac{x+12}{26}=1$, $\frac{x-234}{11}=0$, $\frac{x-9}{25}=1$, $\frac{x+52}{154}=1$, $\frac{x-7}{1998}=0$, $\frac{x-127}{13}=1$

Ισοδύναμα Κλάσματα

1. Δύο η περισσότερα κλάσματα που εκφράζουν το ίδιο μέρος μιας ποσότητας λέγονται **ισοδύναμα**. π.χ.το $\frac{2}{5}$ και $\frac{4}{10}$, $\frac{3}{4}$ και $\frac{6}{8}$ «συμβολίζω $\frac{2}{5}=\frac{4}{10}$»

2. Αν πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε και τους δύο όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο μη μηδενικό φυσικό αριθμό, τότε προκύπτει ισοδύναμο κλάσμα.

π.χ.πολ/ζω με 2 του όρους $\frac{2\cdot 2}{5\cdot 2}=\frac{4}{10}$, διαιρώ με 2 τους όρους $\frac{4:2}{10:2}=\frac{2}{5}$,

γενικά $\frac{\alpha\cdot\lambda}{\beta\cdot\lambda}=\frac{\alpha}{\beta}$, όπου β και λ διάφορα του μηδενός.

3. Η διαίρεση των όρων με τον ίδιο αριθμό λέγεται **απλοποίηση**.

4. **Ανάγωγο** λέγεται το κλάσμα που οι όροι του είναι πρώτοι αριθμοί.[1] Δηλαδή πρέπει να γίνει η περισσότερο δυνατή απλοποίηση και επιτυγχάνεται αν διαιρεθούν και οι δύο όροι με τον Μ.Κ.Δ. π.χ. $\frac{18}{30}=\frac{18:6}{30:6}=\frac{3}{5}$ όπου ΜΚΔ(18,30) = 6

Παρατηρήσεις:

- Ένας φυσικός αριθμός α γράφεται σαν κλάσμα με παρονομαστή κάθε φυσικό λ ≠ 0 : $\boxed{\alpha=\frac{\alpha}{1}=\frac{\alpha\cdot\lambda}{1\cdot\lambda}=\frac{\alpha\cdot\lambda}{\lambda}}$
- Δύο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ είναι **ίσα**, όταν α · δ = β · γ. (χιαστί γινόμενο)

Μετατροπή ετερωνύμων κλασμάτων σε ομώνυμα

<u>Ορισμοί:</u>

- Δύο ή και περισσότερα κλάσματα που έχουν τον ίδιο παρανομαστή λέγονται **ομώνυμα** π.χ. $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{5}$
- Δύο μόνο κλάσματα με διαφορετικό παρανομαστή λέγονται **ετερώνυμα** π.χ. $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{7}$
- Μετατροπή δύο ή περισσότερων κλασμάτων σε **ομώνυμα**, λέγεται η αντικατάστασή τους από **ισοδύναμά τους ομώνυμα κλάσματα**.

Μέθοδος για μετατροπή:

α] Πάνω από το κάθε κλάμα βάζω το σύμβολο ∪ «καπελάκι»
β] Βρίσκω το Ε.Κ.Π. όλων των παρανομαστών.

[1] Δύο φυσικοί αριθμοί α, β λέγονται πρώτοι αν Μ.Κ.Δ.(α, β) = 1.

γ] σε κάθε καπελάκι βάζω τον αριθμό που θα βρω διαιρώντας το Ε.Κ.Π. δια του αντίστοιχου παρανομαστή.

δ] Πολλαπλασιάζω τον αριθμό που είναι στο «καπελάκι» με τους όρους του κλάσματος.

Παρατηρήσεις:

- Για να διαπιστώσω αν δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα πολλαπλασιάζω χιαστί τους όρους τους.

  π.χ $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$, 2•10 = 20, 5 • 4 = 20, Άρα **είναι ισοδύναμα** ενώ $\frac{3}{5} \neq \frac{7}{10}$, 3•10 = 30, 5 • 7 = 35, Άρα **δεν είναι ισοδύναμα**

- γενικά αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ τότε α•δ = β•γ, οι όροι α και δ, ($1^{ος}$ και $4^{ος}$) λέγονται **άκροι** ενώ β και γ, ($2^{ος}$ και $3^{ος}$) λέγονται **μέσοι**.

- Κάθε φυσικός αριθμός γράφεται σαν κλάσμα με οιονδήποτε επιθυμητό παρανομαστή. $\alpha = \frac{\alpha}{1} = \frac{\alpha \cdot \lambda}{1 \cdot \lambda} = \frac{\alpha\lambda}{\lambda}$ πρέπει το λ ≠0, π.χ. $3 = \frac{3}{1} = \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 4} = \frac{12}{4}$

☞ **Μοντέλο εξίσωσης:** $\frac{3}{4} = \frac{x}{12}$ → 4χ=3•12 → 4χ=36 → χ=36:4 → **χ=9**

Σύγκριση κλασμάτων

1. **Ομώνυμα κλάσματα:** Μεγαλύτερο είναι εκείνο με τον μεγαλύτερο αριθμητή. π.χ. $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$
2. **Ετερώνυμα κλάσματα:** Τα μετατρέπω σε ομώνυμα και συγκρίνω όπως παραπάνω.

   Ειδική περίπτωση, **ετερώνυμα με ίδιο αριθμητή**. Μεγαλύτερο είναι εκείνο με τον μικρότερο παρανομαστή. π.χ. $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$
3. **Σύγκριση κλάσματος με την μονάδα:**

   I. *Σε κλάσμα* $\frac{\alpha}{\beta}$*, αν ο αριθμητής μικρότερος του παρανομαστή (α < β), τότε* $\frac{\alpha}{\beta} < 1$.

   II. *Σε κλάσμα* $\frac{\alpha}{\beta}$*, αν ο αριθμητής μεγαλύτερος του παρανομαστή (α > β), τότε* $\frac{\alpha}{\beta} > 1$

Παρατηρήσεις:

- Η αξία ενός κλάματος **πολλαπλασιάζεται** αν πολλαπλασιάσουμε τον αριθμητή με ένα αριθμό ή διαιρέσουμε τον παρανομαστή με ένα αριθμό.

- Η αξία ενός κλάματος **διαιρείται** αν διαιρέσουμε τον αριθμητή με ένα αριθμό ή πολλαπλασιάσουμε τον παρανομαστή με ένα αριθμό.

Πρόσθεση κλασμάτων

1. **Ομώνυμα κλάσματα:** Το άθροισμα δύο ή περισσοτέρων ομώνυμων κλασμάτων είναι κλάσμα που έχει για αριθμητή το **άθροισμα των αριθμητών** και παρανομαστή τον κοινό παρανομαστή.
   π.χ. $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=\frac{3+2}{7}=\frac{5}{7}$ γενικά $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\gamma}{\beta}=\frac{\alpha+\gamma}{\beta}$

2. **Ετερώνυμα κλάσματα:** Τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα και προσθέτουμε όπως παραπάνω

   π.χ. ΕΚΠ(8,6)=24, $\frac{\overset{3}{\smile}\!\!\!\!5}{8}+\frac{\overset{4}{\smile}\!\!\!\!2}{6}=\frac{15}{24}+\frac{8}{24}=\frac{15+8}{24}=\frac{23}{24}$

***Παρατήρηση**:*

Το άθροισμα φυσικού και κλάσματος ονομάζεται **μεικτός αριθμός** και γράφεται χωρίς το **+**.

π.χ. $5+\frac{3}{4}=5\frac{3}{4}$. Ο **μεικτός μετατρέπεται σε κλάσμα** που έχει τον ίδιο παρανομαστή και αριθμητή το άθροισμα (αριθμητή και γινομένου φυσικού με παρανομαστή), δηλαδή

$5\frac{3}{4}=\frac{5\bullet 4+3}{4}$

Αφαίρεση κλασμάτων

1. **Ομώνυμα κλάσματα:** Η διαφορά δύο ομώνυμων κλασμάτων είναι κλάσμα που έχει για αριθμητή τη **διαφορά των αριθμητών** και παρανομαστή τον κοινό παρανομαστή.
   π.χ. $\frac{3}{7}-\frac{2}{7}=\frac{3-2}{7}=\frac{1}{7}$ γενικά $\frac{\alpha}{\beta}-\frac{\gamma}{\beta}=\frac{\alpha-\gamma}{\beta}$

2. **Ετερώνυμα κλάσματα:** Τα μετατρέπουμε σε ομώνυμα και εργαζόμαστε όπως παραπάνω.

   π.χ. ΕΚΠ(8,6)=24, $\frac{\overset{3}{\smile}\!\!\!\!5}{8}-\frac{\overset{4}{\smile}\!\!\!\!2}{6}=\frac{15}{24}-\frac{8}{24}=\frac{15-8}{24}=\frac{7}{24}$

<u>Απλές ασκήσεις</u>

1. Να γίνουν οι προσθέσεις: α] $\frac{5}{12}+\frac{4}{12}=$ β] $\frac{1}{7}+\frac{3}{7}=$ γ] $\frac{5}{23}+\frac{14}{23}=$

δ] $\frac{35}{152}+\frac{54}{152}=$ ε] $\frac{125}{445}+\frac{41}{445}=$ στ] $\frac{3}{12}+\frac{9}{12}=$

2. Να γίνουν οι προσθέσεις: α] $\frac{3}{12}+\frac{2}{6}=$ β] $\frac{3}{5}+\frac{2}{8}=$ γ] $\frac{3}{7}+\frac{1}{5}=$ δ] $\frac{5}{8}+\frac{3}{16}=$

ε] $\frac{3}{8}+\frac{13}{20}=$ στ] $\frac{1}{12}+\frac{4}{9}=$ ζ] $\frac{7}{12}+\frac{4}{8}=$

3. Να γίνουν μικτοί και να υπολογιστούν τα αθροίσματα: $3+\frac{4}{5}$, $2+\frac{2}{3}$, $\frac{4}{11}+7$,

$7+\frac{7}{7}$, $\frac{3}{11}+9$, $\frac{15}{10}+25$

4. Να γίνουν οι διαφορές: α] $\frac{5}{12}-\frac{3}{12}=$ β] $\frac{3}{7}-\frac{1}{7}=$ γ] $\frac{15}{21}-\frac{11}{21}=$

δ] $\frac{35}{52}-\frac{23}{52}=$ ε] $\frac{125}{413}-\frac{41}{413}=$ στ] $\frac{9}{12}-\frac{4}{12}=$

5. Όμοια α] $\frac{3}{6}-\frac{2}{12}$ β] $\frac{4}{7}-\frac{2}{8}$ γ] $\frac{3}{7}-\frac{2}{5}$ δ] $\frac{5}{8}+\frac{3}{16}$ ε] $\frac{7}{8}-\frac{5}{16}$

στ] $\frac{15}{17}-\frac{3}{4}$ ζ] $\frac{31}{35}-\frac{4}{10}$

Πολλαπλασιασμός— Διαίρεση Κλασμάτων

1. Το **γινόμενο** δύο κλασμάτων είναι κλάσμα που έχει για αριθμητή το **γινόμενο των αριθμητών** και για παρανομαστή το **γινόμενο των παρανομαστών**.

   π.χ. $\frac{2}{3} \bullet \frac{5}{6} = \frac{2 \bullet 5}{3 \bullet 6} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$ γενικά $\frac{\alpha}{\beta} \bullet \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha \bullet \gamma}{\beta \bullet \delta}$

2. **Γινόμενο φυσικού αριθμού με κλάσμα** είναι το κλάσμα που έχει για αριθμητή το γινόμενο του φυσικού με τον αριθμητή και παρανομαστή τον ίδιο.

   π.χ. $5 \bullet \frac{2}{6} = \frac{5 \bullet 2}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ γενικά $x \bullet \frac{\alpha}{\beta} = \frac{x \bullet \alpha}{\beta}$

3. Δύο αριθμοί λέγονται **αντίστροφοι** όταν το γινόμενό τους ισούται με ένα.(Ο καθένας είναι αντίστροφος του άλλου)

   π.χ. $\frac{2}{3} \bullet \frac{3}{2} = \frac{2 \bullet 3}{3 \bullet 2} = \frac{6}{6} = 1$, αντίστροφος του 3 είναι το $\frac{1}{3}$, αντίστροφο του $\frac{1}{3}$ είναι το 3 γενικά

   αντίστροφος του $\frac{\alpha}{\beta}$ είναι το $\frac{\beta}{\alpha}$ (όπου α και β αριθμοί που δεν είναι μηδέν).

   Παρατηρήσεις: Το **μηδέν** δεν έχει αντίστροφο.
   Το **ένα** έχει αντίστροφο τον εαυτόν του .
   Κάθε **άλλος αριθμός** είναι διαφορετικός του αντιστρόφου του.

4. Το **πηλίκο της διαίρεσης** δύο κλασμάτων το βρίσκουμε αν: τον διαιρετέο (1^o κλάσμα) τον πολλαπλασιάσουμε με τον αντίστροφο του διαιρέτη (2^o κλάσμα). π.χ. $\frac{2}{3} : \frac{1}{6} = \frac{2}{3} \bullet \frac{6}{1} = \frac{12}{3} = 4$

   γενικά $\frac{\alpha}{\beta} : \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha}{\beta} \bullet \frac{\delta}{\gamma}$

5. **Σύνθετο** λέγεται το κλάσμα πού τουλάχιστον ο ένας από τους όρους του είναι κλάσμα.

   π.χ. $\dfrac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 5} = \frac{14}{15}$

Απλές ασκήσεις

1. Να γίνουν οι πράξεις: $\frac{3}{5} \bullet \frac{9}{10} =$ $\frac{8}{9} \bullet \frac{5}{7} =$ $\frac{6}{7} \bullet \frac{5}{10} =$ $\frac{3}{4} \bullet \frac{8}{6} =$ $\frac{1}{3} \bullet \frac{6}{5} =$

2. Όμοια $3 \bullet \frac{2}{5} =$ $7 \bullet \frac{1}{7} =$ $\frac{3}{4} \bullet 8 =$ $\frac{1}{4} \bullet 4 =$ $\frac{3}{11} \bullet \frac{33}{6} =$ $77 \bullet \frac{8}{11} =$

   $2\frac{1}{4} \bullet \frac{3}{5} =$ $5\frac{2}{3} \bullet 3\frac{1}{6} =$

3. Να λυθούν οι εξισώσεις $\frac{3}{4} \cdot X = 1$ $\frac{8}{6} \cdot X = 1$ $X \cdot \frac{28}{13} = 1$ $\frac{4}{5} \cdot X = \frac{7}{8}$

   $\frac{2}{9} \cdot X = \frac{3}{11}$

4. Να γίνουν οι πράξεις $\frac{4}{7} : \frac{3}{8} =$ $\frac{5}{9} : \frac{3}{10} =$ $2\frac{1}{3} : \frac{3}{5} =$ $5 : \frac{5}{12} =$ $\frac{28}{33} : 7 =$

Δεκαδικά Κλάσματα - Δεκαδικοί αριθμοί

1. **Δεκαδικό κλάσμα** λέγεται το κλάσμα, που ο παρονομαστής του είναι **10 ή δύναμη του 10,** δηλαδή 100, 1000 κλπ.

   π.χ. τα κλάσματα $\frac{11}{10}, \frac{5}{100}, \frac{13}{100}$ είναι δεκαδικά κλάσματα.

2. **Γενικά**, κάθε **δεκαδικό κλάσμα** γράφεται **σαν δεκαδικός αριθμός,** γράφοντας κ**αι** αποκόπτοντας από τον **αριθμητή** τόσα δεκαδικά ψηφία **όσα μηδενικά** έχει ο **παρονομαστής**

   π.χ. $\frac{235}{100} = 2{,}35$ ή $\frac{124}{10} = 12{,}4$

3. Για να μετατρέψουμε ένα **δεκαδικό αριθμό** σε **δεκαδικό κλάσμα,** γράφουμε ένα κλάσμα με αριθμητή τον αριθμό χωρίς την υποδιαστολή και για παρονομαστή το ένα και μηδενικά τόσα, όσα ήταν τα δεκαδικά ψηφία.

   π.χ. $2{,}35 = \frac{235}{100}$ ή $12{,}4 = \frac{124}{10}$

4. Για να μετατρέψουμε ένα **κλάσμα** σε **δεκαδικό αριθμό**, αρκεί να κάνουμε την διαίρεση του αριθμητή με τον παρονομαστή.

Ασκήσεις στα κλάσματα

1. Χωρίσαμε ένα κτήμα σε ίσα οικόπεδα που το καθένα είναι τα $\frac{3}{15}$ του κτήματος:

α] σε πόσα μέρη χωρίσαμε το κτήμα;
β] αν το οικόπεδο κοστίζει 35.600 € πόσο κοστίζει το κτήμα;

2. Τα $\frac{5}{6}$ των χρημάτων που έχω στο πορτοφόλι μου είναι 120 €. Πόσα χρήματα έχω συνολικά στο πορτοφόλι μου;

3. Το $\frac{3}{4}$ του λίτρου βενζίνης κοστίζουν 80 λεπτά του €. Να βρεθεί πόσο κοστίζουν τα:

α] ένα λίτρο, β] $\frac{2}{5}$ του λίτρου, γ] τα 5 λίτρα.

4. Τα $\frac{4}{6}$ των μαθητών του σχολείου είναι κορίτσια. Αν τα αγόρια είναι 180, πόσους μαθητές έχει το σχολείο και πόσα τα κορίτσια;

5. Ένα χωριό με 960 κατοίκους τα 120 είναι μικρά παιδιά. Ποιο μέρος των κατοίκων του χωριού είναι τα παιδιά;

6. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$\frac{x-2}{3}=0$, $\frac{x+4}{6}=1$, $\frac{7}{x-6}=1$, $\frac{x+12}{28}=1$, $\frac{x-567}{12}=0$, $\frac{x+33}{66}=1$,

$\frac{x-556}{12}=0$, $\frac{123-x}{12}=0$, $\frac{145+x}{245}=1$

7. Να συμπληρωθούν οι ισότητες:

$\frac{33}{1}=......$, $\frac{.....}{43}=1$, $\frac{0}{27}=......$, $\frac{5\bullet 7}{5}=......$, $\frac{28}{1}=......$,

$\frac{0}{1999}=......$, $\frac{.....}{127}=1$, $\frac{.13\bullet 3....}{3}=......$,

8. Να βρείτε επτά ισοδύναμα κλάσματα του κλάσματος $\frac{3}{5}$.

9. Όμοια των $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{5}{8}$

10. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα: $\frac{38}{42}$, $\frac{56}{24}$, $\frac{150}{30}$, $\frac{12}{72}$, $\frac{10}{75}$, $\frac{135}{180}$

11. Να γράψετε τους αριθμούς 1, 3, 12, 15, 17, 111, 55, 1998 ως κλάσματα και μετά ως κλάσματα με παρανομαστή το 5.

12. Να μετατρέψεις το κλάσμα $\frac{1}{3}$ σε ισοδύναμο με παρανομαστή τους αριθμούς 9, 15, 60, 333, 30, 21, 48

13. Το καθένα από τα κλάσματα $\frac{2}{3}, \frac{5}{20}, \frac{7}{15}, \frac{23}{40}, \frac{45}{60}, \frac{21}{24}$ να μετατραπεί σε ισοδύναμο κλάσμα με παρανομαστή το 120.

14. Να λυθούν οι εξισώσεις $\frac{3}{4}=\frac{x}{12}$, $\frac{6}{x}=\frac{3}{7}$, $\frac{4}{5}=\frac{x}{25}$, $\frac{6}{7}=\frac{18}{x}$,

$\frac{5}{28}=\frac{x}{168}$, $\frac{35}{70}=\frac{2}{x}$, $\frac{42}{7}=\frac{y}{5}$, $\frac{55}{y}=\frac{11}{8}$, $\frac{x}{12}=\frac{30}{5}$

15. Να βρεθεί η τιμή του α ώστε τα κλάσματα $\frac{\alpha}{153}$ και $\frac{2}{17}$ να είναι ισοδύναμα.

16. Ομοίως να βρεθεί το x ώστε το $\frac{2}{x}$, ισοδύναμο με το $\frac{10}{25}$.

17. Να τραπούν τα κλάσματα σε ομώνυμα: α] $\frac{5}{6}\frac{3}{10}\frac{4}{5}$ β] $\frac{2}{3}\frac{5}{12}\frac{7}{8}$ γ] $\frac{11}{12}\frac{5}{54}\frac{13}{72}$ δ] $\frac{5}{12}\frac{7}{6}\frac{1}{2}$

ε] $\frac{5}{4}\frac{7}{12}\frac{1}{36}$ στ] $\frac{1}{7}\frac{1}{14}\frac{1}{21}$ ζ] $\frac{4}{15}\frac{2}{10}\frac{2}{3}$

18. Να συγκριθούν τα παρακάτω κλάσματα:

α] $\frac{2}{7}$ $\frac{3}{7}$, β] $\frac{7}{3}$ $\frac{6}{3}$, γ] $\frac{3}{7}$ $\frac{5}{14}$, δ] $\frac{5}{3}$ $\frac{5}{8}$

19. Να συγκριθούν με το ένα τα κλάσματα $\frac{5}{12}$, $\frac{6}{3}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{11}{12}$, $\boxed{}$, $\frac{1998}{1999}$

20. Να διατάξετε από μικρό προς μεγάλο τις παρακάτω ομάδες κλασμάτων:

α] $\frac{4}{5}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{1}{5}$ β] $\frac{7}{4}$ $\frac{7}{6}$ $\frac{7}{7}$ $\frac{7}{1}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{7}{5}$ $\frac{7}{2}$ γ] $\frac{2}{10}$ $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{15}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{5}{30}$ $\frac{3}{20}$ $\frac{3}{5}$

21. Να συγκρίνετε τα κλάσματα $\frac{4α}{7α}$ & $\frac{6+6α}{7+7α}$

22. Να απλοποιήσετε τα κλάσματα Α= $\frac{10\bullet 8+5^2\bullet 4}{(25+35):(28-24)}$, Β= $\frac{3^4+3^3-3^2+3}{(26-8)\bullet 3^2}$

<u>Προβλήματα στα κλάσματα</u>

1. Σε ένα εστιατόριο κατανάλωσαν $32\frac{3}{4}$ κιλά κρέας μοσχαρίσιο, $11\frac{4}{5}$ κιλά κιμά και 17,4 κιλά κοτόπουλο. Αν το μοσχάρι κοστίζει $4\frac{1}{4}$ €, ο κιμάς 4,3 € και το κοτόπουλο $2\frac{4}{5}$ €, να υπολογίσετε την συνολική δαπάνη της αγοράς.

2. Ένα οικόπεδο έχει εμβαδόν τα $\frac{5}{12}$ του στρέμματος, ένα άλλο είναι μεγαλύτερο κατά $\frac{3}{8}$ του στρέμ. από το πρώτο. Πόσο πουλήθηκαν και τα δύο μαζί αν το m^2 κοστίζει 250 €;

3. Ποιόν αριθμό πρέπει να προσθέσουμε στο κλάσμα $\frac{8}{9}$ για να βρούμε αποτέλεσμα $\frac{13}{12}$.

4. Ένα περιβόλι φυτεύτηκε κατά $\frac{3}{8}$ με ντομάτα, $\frac{2}{5}$ με μπάμιες και το υπόλοιπο με πιπεριές. Ποιο μέρος του χωραφιού φυτεύτηκε με πιπεριές;

5. Αν η ηλικία ενός ανθρώπου αυξηθεί κατά $\frac{3}{8}$ τότε θα γίνει 33 χρόνων. Ποια η σημερινή ηλικία;

6. Αν στα $\frac{7}{12}$ ενός βυτίου χωράνε 5,74 m^3 νερό, πόσο νερό χωρά:

α] όλο το βυτίο β] πόσο τα $\frac{3}{5}$ του βυτίου.

7. Τρία παιδιά κληρονόμησαν από τον πατέρα τους τα $\frac{8}{9}$ της περιουσίας και ο καθένας πήρε 68.000 €. Πόση ήταν ολόκληρη η περιουσία;

8. Το κλάσμα $\frac{17}{18}$, να γίνει 24 φορές μεγαλύτερο με μεταβολή και των δύο όρων.

9. Ένας κτίστης κατασκευάζει τοίχο $\frac{4}{5}$ του m^2 σε μία ώρα. Αν εργαστεί από τις $7\frac{3}{4}$ το πρωί μέχρι τις 3 το μεσημέρι πόσα m^2 θα κτίσει;

10. Ένας ταξιδιώτης πλήρωσε συνολικά για εισιτήρια 260 €. Η γυναίκα του πλήρωσε ολόκληρο, το παιδί του μισό και ο ίδιος $1\frac{1}{4}$ του εισιτηρίου γιατί είχε παραπανίσιες αποσκευές. Να βρεθεί η τιμή του εισιτηρίου.

Ασκήσεις στα κλάσματα (ΙΙ)

1. Να βρεθούν τα αθροίσματα: α] $\frac{3}{5}+\frac{1}{8}+\frac{4}{10}$ β] $\frac{5}{8}+\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$

γ] $\frac{4}{7}+\frac{1}{8}+\frac{3}{4}$ δ] $\frac{3}{9}+\frac{5}{6}+\frac{1}{2}$ ε] $\frac{4}{13}+\frac{3}{26}+\frac{4}{52}$

2. Όμοια α] $5+\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$ β] $7+\frac{9}{13}+\frac{3}{13}$ γ] $\frac{4}{5}+\frac{2}{10}+3+\frac{1}{15}$

δ] $\frac{7}{8}+3+\frac{2}{16}$ ε] $4+\frac{9}{12}+5+\frac{2}{4}$ στ] $3+\frac{4}{5}+2$

3. Όμοια α] $3\frac{1}{4}+5+\frac{2}{6}+\frac{1}{2}$ β] $4+\frac{2}{8}+\frac{3}{5}+4\frac{1}{5}+\frac{3}{4}$ γ] $5\frac{2}{3}+\frac{3}{12}+7+\frac{1}{2}$

δ] $\frac{3}{7}+2\frac{1}{14}+5+4\frac{2}{28}$

4. Να υπολογιστούν τα αθροίσματα: Α + Β, Α + Γ, Β + Γ, Α + Β + Γ όπου

Α=$\frac{5}{8}+\frac{1}{12}+\frac{3}{4}$, Β=$3\frac{4}{5}+\frac{2}{10}$, Γ= $4+\frac{3}{2}+\frac{1}{4}$

5. Να βρεθούν με τον απλούστερο δυνατό τρόπο τα αθροίσματα:

Α=$\frac{5}{8}+\frac{1}{9}+\frac{3}{9}+\frac{3}{8}$ Β=$1\frac{2}{3}+\frac{2}{9}+\frac{1}{8}+\frac{1}{3}+\frac{7}{9}+\frac{1}{2}$

Γ=$\frac{7}{8}+\frac{2}{9}+\frac{1}{8}+\frac{4}{9}$ Δ=$2\frac{1}{4}+\frac{5}{6}+\frac{3}{4}+\frac{7}{9}+\frac{1}{9}+\frac{1}{6}$

6. Να υπολογιστούν τα αθροίσματα: α] $0{,}5+\frac{2}{5}+3+\frac{4}{10}$ β] $1{,}3+\frac{4}{3}+\frac{2}{5}+8+\frac{3}{10}$

γ] $2{,}1+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+3\frac{2}{10}+7$ δ] $\frac{3}{4}+3\frac{1}{2}+0{,}5+2$ ε] $4+3{,}1+4\frac{1}{3}$

στ] $5+3{,}8+\frac{2}{5}+3\frac{1}{10}$

Ασκήσεις στα κλάσματα (ΙΙΙ)

1. Να βρεθούν τα εξαγόμενα:

Α=$\left(2\frac{1}{3}+3\frac{1}{2}\right)-\left(1\frac{1}{4}+2\frac{1}{2}\right)$ Β=$\left(3\frac{2}{3}+9\frac{5}{6}\right)-4\frac{1}{4}$ Γ= $\left(7\frac{7}{12}-4\right)-\left(3\frac{1}{6}-2\frac{2}{3}\right)$

Δ=$\left(12\frac{1}{4}-7\frac{1}{2}\right)-\left(8\frac{1}{4}-5\frac{1}{2}\right)$ Ε=$\left(5\frac{3}{5}+3\frac{3}{4}\right)-\left(4\frac{1}{4}+2\frac{1}{5}\right)$

Ζ=$\left(7\frac{3}{8}-4\right)-\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right)$

2. Να βρεθούν με δύο τρόπους τα αθροίσματα:

α] $3\frac{1}{2}+4\frac{5}{6}+1\frac{2}{3}$ β] $3\frac{1}{4}+4\frac{3}{8}+\frac{3}{2}$

γ] $2\frac{4}{9}+3\frac{5}{6}+2\frac{1}{3}$ δ] $3\frac{3}{4}+2\frac{1}{6}+\frac{4}{3}$

3. Να βρεθούν με απλούστερο τρόπο τα αθροίσματα:

Α=$\frac{7}{8}+\frac{2}{9}+\frac{1}{8}+\frac{4}{9}$ Β=$2\frac{1}{4}+\frac{5}{6}+\frac{3}{4}+\frac{7}{9}+2\frac{1}{6}+\frac{1}{9}$

Γ=$\frac{5}{8}+\frac{2}{9}+\frac{3}{8}+\frac{4}{9}$ Δ=$1\frac{2}{3}+\frac{5}{9}+\frac{1}{3}+\frac{3}{8}+\frac{7}{9}+3\frac{1}{2}$

4. Να υπολογιστούν τα αθροίσματα: Α+Β, Β – Α όπου

Α= $\frac{5}{6}-\frac{2}{4}+\frac{3}{4}$ Β=$1\frac{3}{4}-\frac{1}{2}+5\frac{1}{3}$

5. Να βρεθούν τα εξαγόμενα:

Α=$5\frac{3}{4}-\left(\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\right)$ Β=$11\frac{5}{7}-\left(\frac{3}{14}-\frac{1}{28}\right)$

Γ=$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{6}+\frac{2}{3}\right)$ Δ=$\left(7+\frac{2}{3}\right)-\left(6\frac{1}{3}-\frac{2}{6}\right)$

Ε=$\left(5\frac{1}{5}-\frac{7}{10}+3\frac{1}{20}\right)-\left(2\frac{1}{10}+\frac{7}{20}\right)$

7. Να βρεθούν τα εξαγόμενα:

α] $\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\bullet\frac{1}{3}$ β] $\left(\frac{1}{2}+3\frac{3}{4}\right)\bullet\frac{2}{3}$ γ] $\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\right)\bullet\frac{2}{5}$

δ]$\left(\frac{1}{2}+\frac{5}{6}-\frac{3}{4}\right)\bullet 4+2\frac{3}{4}-1\frac{2}{3}\bullet\frac{3}{4}$

8. Όμοια: Α=$\left(\frac{5}{6}+\frac{5}{12}\right)\bullet\frac{3}{4}$ Β=$\left(\frac{2}{9}-\frac{2}{3}\right)\bullet\frac{4}{5}$

Γ=$\left(3\frac{2}{5}+\frac{1}{10}+\frac{3}{5}\right)\bullet\frac{10}{29}$ Δ=$\left(\frac{5}{4}+\frac{3}{2}-\frac{2}{3}\right)\bullet 3+3\frac{5}{6}-1\frac{3}{4}\bullet\frac{1}{3}$

9. Να γίνουν οι παρακάτω διαιρέσεις:

α] $\frac{5}{6} : \left(\frac{8}{9} : \frac{1}{3}\right)$ και $\left(\frac{5}{6} : \frac{8}{9}\right) : \frac{1}{3}$ β] $\frac{5}{2} : \left(5 : \frac{1}{2}\right)$ και $\left(\frac{5}{2} : 5\right) : \frac{1}{2}$

10. Να βρεθούν τα εξαγόμενα: α] $\left(\frac{5}{6} + \frac{3}{4}\right) : \frac{1}{3}$ β] $\left(\frac{7}{8} + \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{4}$ γ] $\left(\frac{7}{8} - \frac{1}{4}\right) : \left(2 - \frac{3}{2}\right)$

δ] $\left(\frac{5}{3} + \frac{1}{4} - \frac{7}{6}\right) : \left(2\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right)$ ε] $\left(2\frac{1}{2} + \frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) : \left(3\frac{1}{4} - \frac{4}{3}\right)$

11. Όμοια: Α= $3\frac{1}{4} : 0{,}5 + \frac{5}{6} \bullet 2\frac{1}{3} - \left(\frac{3}{4} : \frac{1}{2}\right)$

Β= $\left(2{,}5 + \frac{1}{3} - \frac{3}{4}\right) \bullet \left(3\frac{2}{3} - \frac{5}{6}\right) + 1\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$

Γ= $\left(3\frac{1}{2} - \frac{5}{3}\right) : \left(\frac{5}{2} + \frac{3}{4} - 1\right) + 7\frac{3}{4}$

Δ= $\dfrac{\frac{3}{2} - \frac{5}{6}}{\frac{2}{5} + \frac{1}{2}}$ Ε= $\frac{5}{6} + \dfrac{2\frac{1}{2} : 3}{3 - \frac{3}{4} : \frac{6}{5}}$

- ***Προσοχή !***
  $2\frac{1}{2} : 2 = \frac{5}{2} : 2 = \frac{5}{2} \bullet \frac{1}{2} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

  $2 + \frac{1}{2} : 2 = 2 + \frac{1}{2} \bullet \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$

  $\left(2 + \frac{1}{2}\right) : 2 = 2\frac{1}{2} : 2 = \frac{5}{2} : 2 = \frac{5}{2} \bullet \frac{1}{2} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$

  Μόνο το 1ο & 3ο είναι το ίδιο