

ΤΑ ΠΟΣΟΣΤΑ

1. **Ποσοστό επί τοις εκατό** ή απλούστερα **ποσοστό** λέγεται το σύμβολο $v\%$, όπου v ένας φυσικός αριθμός. Είναι η λογιστική γραφή του κλάσματος $\frac{v}{100}$

Από συνήθεια λέμε «**80 τοις εκατό**» και γράφουμε 80% αντί για $\frac{80}{100}$.

2. **Ποσοστό επί τοις χιλίοις**, χρησιμοποιούμε το σύμβολο $v\text{‰}$, που σημαίνει

Το κλάσμα $\frac{v}{1000}$, πχ $34\text{‰} = \frac{34}{1000} = 3,4\%$

3. Τα ποσοστά μπορούν να παρασταθούν **σε σχηματική μορφή**

α) με πίνακα, β) με **ραβδογράμματα**, γ) με **ορθογώνια διαγράμματα** δ) με **κυκλικά διαγράμματα**.

Φ. Π. Α - Φόρος Προστιθέμενης Αξίας

Ο Φ. Π. Α είναι ένας γενικός φόρος που τον επέβαλλε το κράτος σε όλα τα πωλούμενα αγαθά και τις παρεχόμενες υπηρεσίες προς τους πολίτες του. Τα ποσοστά του Φ.Π.Α. ποικίλουν ανά ομάδες αγαθών π.χ.: 4% για βιβλία, 18% για τα περισσότερα αγαθά και υπηρεσίες. Εισπράττεται από τους επαγγελματίες και αποδίδεται ανά τρίμηνο στο Δημόσιο.

Εμπορικές και Τραπεζικές Συναλλαγές

1. **Τόκος** είναι ένα νομισματικό ενοίκιο για παραχώρηση χρημάτων προς χρήση σε άλλο πρόσωπο και για ορισμένο χρονικό διάστημα.
2. **Επιτόκιο (%)**, είναι ο τόκος για τις 100 νομισματικές μονάδες και για χρονική διάρκεια ενός έτους.

Έχουμε δύο μορφές:

Καταθεση. Δίνουμε τα χρήματά μας (π.χ. 3.000 €) στην τράπεζα για ένα χρόνο με επιτόκιο 2%, αυτό σημαίνει: «παραχωρώ την περιουσία μου στην τράπεζα για ένα χρόνο να την εκμεταλλεύεται αυτή. Στο τέλος του έτους θα μου την επιστρέψει (τα 3.000 €), επιπλέον θα με πληρώσει $3.000 \cdot 2\% = 60\text{€}$ για την ευκολία που της έκανα».

Δανεισμός. Είναι το αντίθετο της κατάθεσης. Ζητάμε χρήματα από την τράπεζα και πληρώνουμε επί πλέον του αρχικού ποσού για την διευκόλυνση.

3. **Εκπτώσεις.** Μείωση της αρχικής προς πώληση αξίας ενός προϊόντος με σκοπό να αυξηθεί η κατανάλωση. π.χ. Έκπτωση 15% σημαίνει ότι, κάποιο καταναλωτικό αγαθό που κοστίζει 100€, 15 € δεν θα πληρώσω και θα πληρώσω μόνο τα 85 €.

Παράδειγμα: αγοράσαμε ένα ψυγείο 500€ με έκπτωση 15%. Ποια η έκπτωση (κέρδος μου), ποια η νέα τιμή;

Λύση: $500 \cdot 15\% = 500 \cdot \frac{15}{100} = 75\text{€}$ το κέρδος άρα $500 - 75 = 425\text{€}$ η τιμή που πληρώσαμε. Την τιμή που πληρώσαμε την βρίσκουμε πιο γρήγορα, με $500 \cdot 85\% = 425\text{€}$ γιατί σε κάθε 100€ 15 κερδίζουμε και 85πληρώνουμε.

4. **Κέρδος.** Είναι η Αριθμητική διαφορά Τιμής πώλησης – Τιμή αγοράς.
5. **Ζημιά.** Είναι η παραπάνω διαφορά με την προϋπόθεση η τιμή πώλησης να είμαι μικρότερη τις τιμής αγοράς.

Ανάλογα ποσά

Ορισμοί:

1. Δύο ποσά λέμε ότι είναι **ανάλογα**, όταν πολλαπλασιάζοντας τις τιμές του ενός ποσού επί έναν αριθμό, πολλαπλασιάζονται και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου με τον ίδιο αριθμό.
 - Τα ποσά χ και ψ θα είναι ανάλογα αν υπάρχει σταθερός αριθμός α διάφορος του μηδενός ώστε $\psi = \alpha \cdot \chi$

Π.χ. λίτρα βενζίνης και ποσό πληρωμής, αν το λίτρο έχει $0,8\text{€} = 80$ λεπτά

Λίτρα	1	2	3	4	5	6	7
Ποσό πληρωμής	$1 \cdot 0,8$	$2 \cdot 0,8$	$3 \cdot 0,8$	$4 \cdot 0,8$	$5 \cdot 0,8$	$6 \cdot 0,8$	$7 \cdot 0,8$
	0,8	1,6	2,4	3,2	4	4,8	5,6

Παρατηρούμε ότι ο λόγος – κλάσμα, $\frac{\text{Λίτρα}}{\text{Ποσό}}$ σε κάθε περίπτωση είναι σταθερός. Ο παραπάνω πίνακας λέγεται πίνακας τιμών.

2. Υπάρχουν και ποσά που δεν είναι ανάλογα.

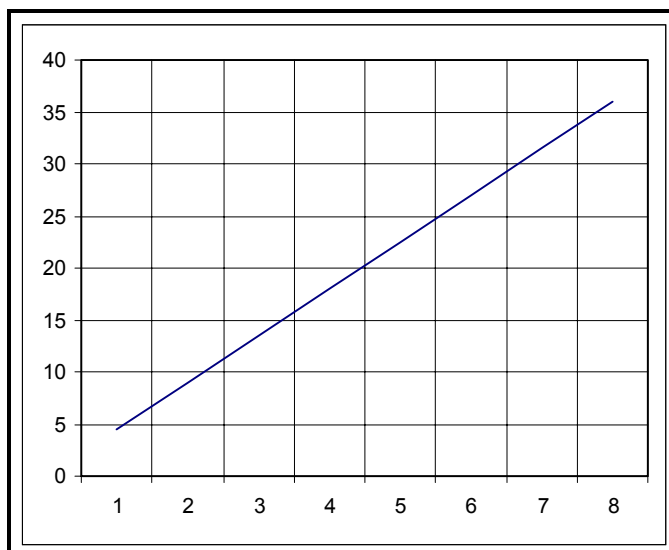
Για να ελέγξουμε αν τα ποσά είναι ανάλογα πρέπει να σχηματίσουμε πίνακα όπως στο παράδειγμα μας. Τέτοια ποσά είναι τα:

- Βάρος και αξία αγροτικών προϊόντων.
- Λίτρα και κόστος καυσίμων.
- Χρόνος και αμοιβή εργαζομένου.

Ενώ Ηλικία και βάρος ανθρώπου, ταχύτητα και κατανάλωση καυσίμου σε αυτοκίνητο δεν είναι ανάλογα.

3. Αν παραστήσουμε τα ζεύγη τιμών, δύο ανάλογων ποσών με σημεία του επιπέδου σ' ένα σύστημα ορθογωνίων αξόνων και τα ενώσουμε διαδοχικά, τότε θα σχηματιστεί μία ευθεία γραμμή που περνά από την αρχή των αξόνων.

Το 1 λίτρο λάδι κοστίζει 4,5 €										
Λάδι σε λίτρα	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
Ποσό πληρωμής	0	4,5	9	13,5	18	22,5	27	31,5	36	



Ασκήσεις:1. Δίνονται οι παρακάτω πίνακες. Να εξετάσετε αν τα ποσά x και y είναι ανάλογα.

x	1	2	3	4	5
y	7	14	21	28	35

x	1	2	3	4	5
y	7	14	21	29	53

x	3	6	9	12	18
y	9	18	27	36	54

x	3	6	36	12	18
y	9	18	12	36	54

x	5	6	8	9	10
y	5	6	8	9	10

x	4	5	7	8	13
y	14,0	17,5	24,5	28,0	45,5

19. Ποία από τα παρακάτω ποσά είναι ανάλογα;

- Το μήκος ενός υφάσματος και η τιμή του
- Η περίμετρος ενός τετραγώνου και η πλευρά του
- Ο αριθμός των εργατών και ο χρόνος που απαιτείται για την ολοκλήρωση ενός έργου
- Ο αριθμός των εργατών και το έργο που εκτελούν στον ίδιο χρόνο
- Η παροχή νερού και ο χρόνος για το γέμισμα μιας δεξαμενής

Απλή μέθοδος των τριών.

Πρόβλημα 1:

Τα 6 αυγά κοστίζουν 1€. Τα 24 πόσο; Κατασκευάζουμε τον παρακάτω πίνακα τιμών (κατά-ταξη).

Αυγά	6	24
Αξία	1	X;

Ίσοι λόγοι $\frac{6}{1} = \frac{24}{x}$, εξίσωση - λύση

$$6 \cdot x = 24 \cdot 1 \quad \text{ή} \quad 6 \cdot x = 24 \quad \text{ή} \quad x = 24 : 6 \quad \text{ή} \quad x = 4 \quad \text{άρα τα 24 αυγά κοστίζουν 4 €}$$

Ασκήσεις από το Σχολικό Βιβλίο α΄ Γυμνασίου:

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Τα 18 m ενός υφάσματος κοστίζουν 171 €. Πόσο κοστίζουν τα 31 m του ίδιου υφάσματος;
2. Με 10 κιλά αλεύρι φτιάχνουμε 13 κιλά ψωμί α) Πόσα κιλά ψωμί θα φτιάξουμε με 53 κιλά αλεύρι; β) Πόσα κιλά αλεύρι χρειαζόμαστε για να φτιάξουμε 100 κιλά ψωμί;
3. Το ανθρώπινο σώμα περιέχει 1,5% ασβέστιο. Ποια είναι η ποσότητα του ασβεστίου σε άνθρωπο που ζυγίζει α) 63 κιλά β) 52 κιλά.
4. Ένα αυτοκίνητο πουλήθηκε με έκπτωση 10%. Ποια η αρχική τιμή του αυτοκινήτου, αν το ποσό που πληρώθηκε είναι 27000 €.
5. Να υπολογίσετε το ποσοστό της αύξησης της τιμής ενός υφάσματος, αν υποθέσουμε ότι η τιμή του μέτρου ήταν 12 € και τώρα είναι 13,50 €.
6. Πόσα χρήματα θα εισπράξουμε μετά από ένα χρόνο, αν σήμερα καταθέσουμε στην τράπεζα
 - α) 15000 € με επιτόκιο 5%
 - β) 7250 € με επιτόκιο 6%
7. Ένα σιδερένιο σώμα έχει τη μορφή ορθογωνίου παραλληλεπίπεδου με μήκος ακμών 7 cm, 4 cm, 2,5 cm και ζυγίζει 546 gr. Πόσο ζυγίζει ένας κύβος από το ίδιο υλικό με ακμή 4 cm;

Κλίμακες

Κλίμακα ενός χάρτη ή ενός σχεδίου λέμε το **σταθερό λόγο της απόστασης δύο σημείων του χάρτη ή του σχεδίου, προς την πραγματική απόσταση των σημείων αυτών**, όταν οι αποστάσεις αυτές μετρηθούν με την ίδια μονάδα.

Μεγέθυνση. Αν η κλίμακα είναι μεγαλύτερη του 1, λέμε ότι έχουμε μεγέθυνση.

Σμίκρυνση. Αν η κλίμακα είναι μικρότερη του 1, λέμε ότι έχουμε σμίκρυνση.

Π.χ. κλίμακα 1:100.000 σημαίνει: απόσταση στο χάρτη 1 μονάδας αντιστοιχεί στην γη με πραγματική απόσταση 100.000 ίδιων μονάδων.

Έννοια μερισμού

1. Όταν λέμε να μεριστεί ένας αριθμός n σε μέρη ανάλογα των αριθμών χ, ψ, ω εννοούμε να βρούμε αριθμούς α, β, γ αντιστοίχως ανάλογα των χ, ψ, ω , ώστε να ισχύει: $\alpha + \beta + \gamma = n$

2. Αν οι αριθμοί α, β, γ είναι ανάλογοι προς τους αριθμούς χ, ψ, ω αντίστοιχα, τότε και οι αριθμοί $\alpha, \beta, \gamma, \alpha+\beta+\gamma$ θα είναι ανάλογοι προς τους αριθμούς $\chi, \psi, \omega, \chi+\psi+\omega$.

Δηλαδή ισχύει:
$$\frac{\chi}{\alpha} = \frac{\psi}{\beta} = \frac{\omega}{\gamma} = \frac{\chi+\psi+\omega}{\alpha+\beta+\gamma}$$

Παρατηρήσεις:

- Τα δύο ίσα κλάσματα λέμε ότι κάνουν μία αναλογία.
- Αν έχω μία αναλογία $\frac{\chi}{\alpha} = \frac{\psi}{\beta}$ τότε ισχύει $\chi \cdot \beta = \psi \cdot \alpha$ (χιαστί γινόμενο – ισοδύναμα κλάσματα)

Α Σ Κ Η Σ Ε Ι Σ

1. Δύο αθλητές θα μοιραστούν ένα έπαθλο 12.0000€ ανάλογα με το χρόνο που έκαναν μια διαδρομή. Αν ο πρώτος έκανε τη διαδρομή σε 20 min και ο δεύτερος σε 25 min, να βρείτε πόσα χρήματα θα πάρει ο καθένας.

2. Να μεριστεί ο αριθμός 950 σε μέρη ανάλογα προς τους αριθμούς 2, 3 και 5.

3. Να βρείτε δύο αριθμούς που να έχουν άθροισμα 65 και να είναι ανάλογοι προς τους αριθμούς 5 και 8.

4. Η περίμετρος ενός ορθογωνίου είναι 140 m, ενώ οι διαστάσεις του είναι ανάλογες προς τους αριθμούς 5 και 2. Να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών του.

5. Ένας πατέρας μοίρασε την περιουσία του ανάλογα με την ηλικία τους, στα τρία παιδιά του. Ο πρώτος είναι 40 ετών, ο 2^{ος} 35 και ο τρίτος 32. Αν η περιουσία είναι 42.800 € από πόσα θα πάρει ο καθένας;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Να γραφτούν με μορφή ποσοστών τα παρακάτω κλάσματα

$$\frac{3}{5}, \quad \frac{7}{10}, \quad \frac{23}{100}, \quad \frac{133}{1000}, \quad \frac{47}{50}, \quad \frac{10}{25}, \quad \frac{1}{75}$$

2. Να γραφτούν σαν κλάσματα τα ποσοστά

$$7\%, \quad 25\%, \quad 12,6\%, \quad 37,3\%, \quad 128\%, \quad 134\%, \quad 135,8\%$$

3. Να υπολογιστεί:

α. το 16% του 3.750 β. το 0,7% του 12.940 γ. 6,2% του 320
δ. το 3% του 5.200 ε. το 9% του 146.000 στ. το 7,3% του 12.520.000

4. Να υπολογιστεί:

α) το 14% των 23.000 €. β) το 2,6% των 9 στρεμμάτων σε m^2
γ) το 11% των 28 κιλών σε γραμμάρια δ) το 13,25% των 100 τόνων σε κιλά

5. Η Νίκη αγόρασε ένα παλτό αξίας 280 € και ο καταστηματάρχης της έκανε έκπτωση το 80 €. Τι ποσοστό έκπτωσης της έγινε;
6. Το εισιτήριο με το τρένο από Αθήνα για Θεσσαλονίκη είναι 25€. Αν για τρία εισιτήρια πληρώσει κάποιος 60 € τι ποσοστό έκπτωσης του έγινε;
7. Ο παρακάτω πίνακας περιέχει ηλικίες και αριθμό μαθητών κατά ηλικία, ενός γυμνασίου. Να βρεθούν τα χ , ϕ , ω , ψ

Ηλικία	13	14	15	16
Αρ. μαθητών	45	40	32	3
%	χ	ϕ	ω	ψ

8. Ένας μανάβης αγόρασε 1800 κιλά πατάτες και πλήρωσε 396€. Τα 1000 κιλά τα πούλησε με κέρδος 45% και τα υπόλοιπα με κέρδος 30%. Να βρεθεί αν κέρδισε ή ζημίωσε και πόσο.
9. Ένας εκδότης πούλησε 25.000 βιβλία με κέρδος 35% και κέρδισε 1,05€ το βιβλίο. Πόσο ήταν το κόστος του ενός βιβλίου και πόσα έδωσε για όλα;
10. Ένας εκδότης πούλησε 2.000 βιβλία με ζημιά 2.250€. Αν το βιβλίο είχε κόστος κατασκευής 7,5€ πόσο πούλησε το ένα βιβλίο και ποιο το ποσοστό της ζημιάς του;
11. Ο ακαθάριστος μισθός ενός υπαλλήλου είναι 1.450 €. Στο μισθό του γίνονται κρατήσεις για τα διάφορα ασφαλιστικά ταμεία 24%. Ποιος είναι ο καθαρός μισθός του υπαλλήλου;
12. Ένας έμπορος αγόρασε ένα πλυντήριο που επιβαρύνθηκε για την ταχύτερη μεταφορά με 15% και έπειτα το πούλησε αντί 650€ κερδίζοντας το 20% τις τιμές πώλησης. Πόσο το αγόρασε, πόσα κέρδισε και πόσα πλήρωσε στη μεταφορά;
13. Μία ηλεκτρική συσκευή πουλήθηκε τελικά 450€ με έκπτωση 10% πάνω στην αναγραφόμενη τιμή. Να βρεθεί η έκπτωση σε €. Πόσο θα πουλιόταν αν γινόταν έκπτωση 25%;
14. Ένας επιπλοποιός πούλησε ένα σαλόνι με κέρδος 12% και εισέπραξε 1250€ δρχ. Αν το πουλούσε 1500€ τι % θα κέρδιζε ενώ αν το πωλούσε 1050€ τι % θα ζημιωνόταν;
15. Ένα διαμέρισμα 75 τετραγωνικών μέτρων κοστίζει κατασκευαστικά στον εργολάβο 48.750 €, ο οποίος κερδίζει το 40% του κόστους κατασκευής. Πόσο κοστίζει στον αγοραστή το διαμέρισμα ανά τετραγωνικό μέτρο;

16. Ένα προϊόν πουλήθηκε επί του κόστους. Αν πουλιόταν 240 € ακριβότερα, τότε το κέρδος θα ήταν 18%. Πόσο αξίζει το προϊόν;
17. Ένας έμπορος αγόρασε 1.250 κιλά καφέ και κατά το καβούρδισμα έχασε το 20% από το αρχικό βάρος του. Πόσο πρέπει να πουλάει το κιλό τον καβουρδισμένο καφέ για να κερδίζει 1550€;
18. Μία οθόνη υπολογιστή κοστίζει 450€, η κεντρική μονάδα 690€ και ένας εκτυπωτής 180€ . Αν τα παραπάνω προϊόντα υπόκεινται σε Φ.Π.Α. 18% πόσα θα πληρώσουμε συνολικά;
19. Να βρεθεί ο Φ.Π.Α. που αντιστοιχεί σε είδη αξίας 2.800€ και 1.400€ με συντελεστές
α) 4% β) 18%.
20. Ένα αυτοκίνητο πουλιόταν 28.000 €. Η τιμή του πρώτα αυξήθηκε 14% και μετά μειώθηκε κατά 14%. Αν πιστεύεται ότι δεν παρέμεινε ίδια ποια είναι ή νέα τιμή του αυτοκινήτου μετά την αυξομείωση;
21. Η τιμή ενός αυτοκινήτου αυξήθηκε κατά 32% και κοστίζει τώρα 10.500€. Ποια ήταν η αρχική τιμή του αυτοκινήτου.
22. Η τιμή ενός ποδηλάτου μειώθηκε κατά 17% και κοστίζει τώρα 128 €. Ποια ήταν η αρχική τιμή του ποδηλάτου;
23. Ένα μηχάνημα πληρώθηκε αντί 42.000 € όπου αγοράστηκε με έκπτωση 25%. Αν πληρώσουμε και συμπληρωματικό φόρο 3% στην αρχική αξία πόσο θα μας κοστίσει τελικά;
24. Ένας έμπορος πούλησε ηλεκτρικές συσκευές με 70 € τη μία, με κέρδος 25%. Να βρεθεί
α) το κέρδος του για κάθε μία β) η αρχική τιμή γ) το συνολικό κέρδος από την πώληση 30 συσκευών.
25. Ένας γεωργός προμηθεύτηκε μια θεριζοαλωνιστική μηχανή αξίας 60.000€. Στο ποσό αυτό έγιναν κρατήσεις χαρτοσήμου 3% και στην κράτηση χαρτοσήμου έγινε νέα κράτηση 2,4% υπέρ Ο.Γ.Α. Να βρεθεί τι ποσό θα εισπράξει ο προμηθευτής και τι κρατήσεις θα αποδώσει;
26. Ο πληθυσμός μιας πόλης ήταν το έτος 2000 ήταν 25.000 κάτοικοι. Το 2001 αυξήθηκε κατά 8%, το 2002 κατά 3% και το 2003 μειώθηκε κατά 1,5%. Να βρεθεί ο τελικός πληθυσμός το 2003.
27. Ένας έμπορος αγοράζει προϊόντα αξίας 1.200.000 €. και πληρώνει το 30% μετρητά και τα υπόλοιπα αυξημένα με τόκο 7,5% σε 8 ισόποσες μηνιαίες δόσεις. Να βρεθεί α) το ποσό κάθε δόσης β) Αν πλήρωσε Φ.Π.Α 18% επί της τιμής αγοράς (1.200.000) , πόσο το ποσό κάθε νέας δόσης;
28. Ο παραπάνω έμπορος πούλησε τα εμπορεύματα με κέρδος 15%. Κέρδισε, έχασε και πόσο;
(Κόστος αγοράς περίπτωση I: 1.200.000, περ. II: 1200000 + ΦΠΑ 18%)