Αλγεβρικές παραστάσεις - Αναγωγή ομοίων όρων

1. Μια παράσταση που περιέχει πράξεις μόνο με αριθμούς, λέγεται **αριθμητική παράσταση.**

Παράδειγμα: $2\cdot3 + 3^2 + 1 =$ …. "είναι μια αριθμητική παράσταση, το αποτέλεσμα των πράξεων ….." = 16 και ονομάζεται **αριθμητική τιμή**.

2. Μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς και μεταβλητές (γράμματα) ονομάζεται **αλγεβρική παράσταση**.

Παράδειγμα: $2\cdot x + 4\cdot x + 12$ είναι μια αλγεβρική παράσταση. Οι προσθετέοι λέγονται **όροι** αυτής.

- Η μοναδική πράξη που μπορεί να γίνει "μόνο στους όμοιους προσθετέους" είναι με τη βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας[1], $2\cdot x + 4\cdot x = (2 + 4)\,x = 6x$, δηλαδή να γίνει **πιο απλή** $6x+12$
- Συνήθως της δίνω όνομα $A(x) = 2\cdot x + 4\cdot x + 12 = 6x + 12$

  $B(y) = 4\cdot y + 4 + 5 = 4y + 9$
- Η διαδικασία αυτή ονομάζεται **αναγωγή ομοίων όρων**.

Στην **αλγεβρική παράσταση ΔΕΝ** μπορώ να υπολογίσω τιμή εκτός αν η μεταβλητή πάρει αξία (τιμή) π.χ.:

για $x = 2$ → $A(2) = 6\cdot2 + 5 = 12 + 5 = 17$ ή

για $y = -2$ → $B(-2) = 4\cdot(-2) + 9 = -8 + 9 = 1$

3. Για την $A(x) = 2\cdot x + 4\cdot x + 12 = 6x + 12$ βρίσκω:

για $x = 1$ → $A(1) = 6\cdot1 + 12 = 6 + 12 = 18$

για $x = 5$ → $A(5) = 6\cdot5 + 12 = 30 + 12 = 42$

για $x = -5$ → $A(-5) = 6\cdot(-5) + 12 = -30 + 12 = -18$

(*στη θέση του χ άπειρες ρητές τιμές)*

για $x = -2$ → $A(-2) = 6\cdot(-2) + 5 = -12 + 12 = 0$ υπάρχει ρητός αριθμός που δίνει τιμή μηδέν, δηλαδή μου θέτουν το ερώτημα «για ποιο ρητό αριθμό η 6χ+12=0 ? »

4. Για δύο τυχαίους ρητούς αριθμούς **α και β** θα ισχύει:

Θα είναι ίσοι **α = β** και έχω ισότητα ή δεν θα είναι ίσοι (άνισοι) **α ≠ β** (α>β ή α<β) και θα έχω ανισότητα.

[1] $x\cdot(\alpha+\beta) = x\cdot\alpha + x\cdot\beta$ «πολλαπλασιασμός αριθμού με παρένθεση»
$x\cdot\alpha + x\cdot\beta = x\cdot(\alpha+\beta)$ «βγάζω κοινό παράγοντα»

Ιδιότητες στην ισότητα:

- Αν **προσθέσουμε τον ίδιο αριθμό** και στα δύο μέλη μιας ισότητας, τότε προκύπτει πάλι ισότητα. Δηλαδή: $\boldsymbol{\alpha = \beta \rightarrow x + \alpha = x + \beta}$

  $7 = 5 + 2$ ή $7 + \mathbf{3} = 5 + 2 + \mathbf{3}$

- Αν **αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό** και στα δύο μέλη μιας ισότητας, τότε προκύπτει πάλι ισότητα. Δηλαδή: $\boldsymbol{\alpha = \beta \rightarrow \alpha - x = \beta - x}$

  $7 = 5 + 2$ ή $7 - \mathbf{3} = 5 + 2 - \mathbf{3}$

- Αν **πολλαπλασιάσουμε** με τον ίδιο αριθμό και τα δύο μέλη μιας ισότητας, τότε προκύπτει και πάλι ισότητα. Δηλαδή: $\boldsymbol{\alpha = \beta \rightarrow \alpha \cdot x = \beta \cdot x}$

  $5 = 5 \rightarrow 5 \cdot \mathbf{2} = 5 \cdot \mathbf{2}$ ή $10 = 10$

- Αν **διαιρέσουμε** με τον ίδιο αριθμό (εκτός το μηδέν) και τα δύο μέλη μιας ισότητας, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα. Δηλαδή: $\boldsymbol{\alpha = \beta} \rightarrow \frac{\alpha}{x} = \frac{\beta}{x}$ **όπου $\boldsymbol{x \neq 0}$**

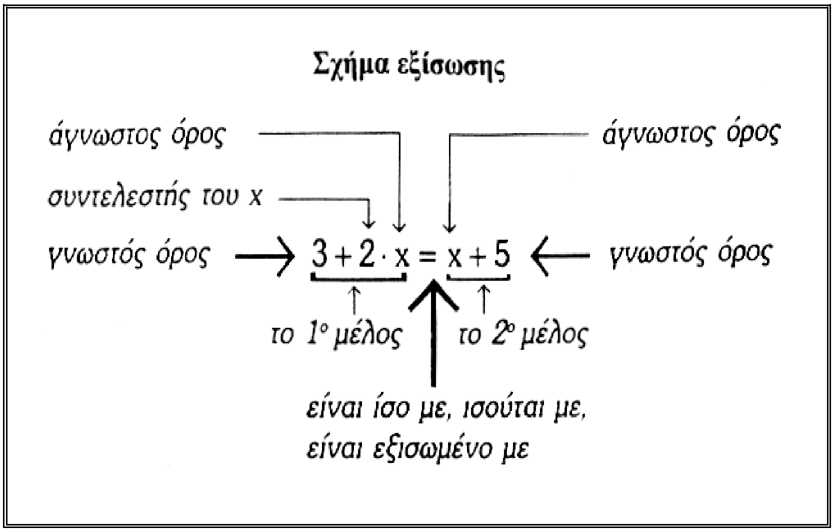
  $\mathbf{8 = 8} \rightarrow \frac{8}{2} = \frac{8}{2}$ ή $4 = 4$

<u>Ε ξ ί σ ω σ η   1 ο υ   β α θ μ ο ύ .</u>

Εξίσωση είναι μία ισότητα η οποία περιέχει αριθμούς και μία μεταβλητή η οποία αληθεύει για ορισμένη αριθμητική τιμή. Η γενική μορφή της είναι **α•x+β=0** ή **α•x = β.**

Ονομάζεται **1ου βαθμού** από τον εκθέτη της μεταβλητής, που στην περίπτωσή μας είναι ο αριθμός ένα.

Σε μεγαλύτερες τάξεις θα συναντήσουμε εξισώσεις με δύο μεταβλητές π.χ.: $x+3\psi=10$ ή με μία μεταβλητή αλλά με εκθέτη μεταβλητής μεγαλύτερο του ένα. π.χ. $2x^2+3x+7=0$.



Αν στη μεταβλητή x αντικαταστήσω κατάλληλο αριθμό τότε η αριθμητική **τιμή του 1ου μέλους θα ισούται με την αριθμητική τιμή του 2ου μέλους.**

Ο αριθμός αυτός λέγεται **λύση ή ρίζα** της εξίσωσης.

Το πρόβλημά μου είναι να βρω τον κατάλληλο αυτό αριθμό!

Για να βρω τη λύση της εξίσωσης πρέπει να την μετασχηματίσω σε μορφή περισσότερο απλής εμφάνισης χωρίς όμως να χαλάσω την αρχική της αξία. Πιο σωστά την μετατρέπω σε ισοδύναμη εξίσωση με απλούστερη μορφή.

Για την εργασία αυτή εκτελώ τα παρακάτω βήματα:

☞**Απαλείφουμε τους παρανομαστές στην περίπτωση που έχουμε κλάσματα**.

1. Βρίσκω το Ε.Κ.Π. όλων των παρανομαστών
2. Πολλαπλασιάζουμε κάθε προσθετέο (όρο) του 1ου και του 2ου μέλους με το Ε.Κ.Π.
3. Απλοποιώ τον παρανομαστή με τον παράγοντα ΕΚΠ του προσθετέου.

☞**Αξιοποιώντας την επιμεριστική ιδιότητα**, κάνω πολ/μό αριθμού με παρένθεση και απαλείφω τις παρενθέσεις.

☞ **Χωρίζω γνωστά από άγνωστα**. Κατά προτίμηση τα άγνωστα στο 1ο μέλος. «πρακτική σκέψη: κάθε αριθμός ή μεταβλητή που αλλάζει μέλος στην εξίσωση αλλάζει και πρόσημο»

☞ **Κάνω αναγωγή ομοίων όρων**, δηλαδή εκτελώ προσθέσεις-αφαιρέσεις τόσο άγνωστα όσο και στα γνωστά.

Τότε η εξίσωση πρέπει να έχει πάρει **τελική μορφή** <u>**α•x = β**</u>**,** όπου α και β ρητοί αριθμοί και x η μεταβλητή (ο άγνωστος).

Σκέψη στην εξίσωση **α•x = β**

1. Αν ο αριθμός **α «συντελεστής του x» είναι διάφορος του μηδενός ($\alpha \neq 0$)**, διαιρούμε και τα δύο μέλη της εξίσωσης με το α και λέμε:

   «Η εξίσωση έχει μία λύση την $x=\frac{\beta}{\alpha}$»

2. Αν το α είναι μηδέν (**α = 0**) **τότε υποχρεωτικά εξετάζω και το β:**
   α] αν **β=0, η εξίσωση λέγεται αόριστη ή ταυτότητα** και έχει άπειρες λύσεις.

   β] αν **$\beta \neq 0$, η εξίσωση λέγεται αδύνατη** δηλαδή δεν έχει καμία λύση.

Τα παραπάνω βήματα δεν είναι υποχρεωτικό να εκτελεστούν όλα σε κάθε εξίσωση!

Ας δούμε μερικά παραδείγματα:

Παράδειγμα 1ο:

Χωρίζουμε τα άγνωστα από τα γνωστά.

$$3x+2=8$$

$$3x+\cancel{2}-\cancel{2}=8-2$$

προσθέτουμε και στα δύο μέλη τον -2
+2, -2 είναι αντίθετοι

$$3x=8-2$$

$$3x=6$$

διαιρούμε και τα δύο μέλη με τον 3
(συντελεστή του αγνώστου)

$$\frac{3x}{3}=\frac{6}{3}$$

$$\boxed{x=2}$$

Η τιμή x=2 είναι η λύση.

Παράδειγμα 2ο:

Χρησιμοποιούμε την επιμεριστική ιδιότητα.

$$3\cdot(2x-5)=4\cdot(3x-6)$$

κάνουμε τους πολλαπλασιασμούς

$$6\cdot x-15=12\cdot x-24$$

μεταφέρουμε τους αγνώστους στο 1ο μέλος και τους γνωστούς στο 2ο αλλάζοντας πρόσημα

$$6\cdot x-12\cdot x=-24+15$$

κάνουμε τις προσθέσεις

$$-6\cdot x=-9$$

διαιρούμε με το συντελεστή του x

$$\frac{\cancel{-6}\cdot x}{\cancel{-6}}=\frac{-9}{-6}$$

$$x=+\frac{9}{6}$$

$$\boxed{x=+\frac{3}{2}}$$

Παράδειγμα 3^{o}:

Αξιοποιούμε όλα τα βήματα

$$\frac{2\cdot(3x-1)}{5}-\frac{x-3}{2}=\frac{3\cdot(x-2)}{10}$$

ΕΚΠ(5,2,10)=10

κάνουμε απαλοιφή παρανομαστών

$$\overset{2}{\cancel{10}}\cdot\frac{2\cdot(3x-1)}{\cancel{5}}-\overset{5}{\cancel{10}}\cdot\frac{x-3}{\cancel{2}}=\overset{1}{\cancel{10}}\cdot\frac{3\cdot(x-2)}{\cancel{10}}$$

$$4\cdot(3x-1)-5\cdot(x-3)=3\cdot(x-2)$$

κάνουμε τους πολλαπλασιασμούς

$$12x-4-5x+15=3x-6$$

χωρίζουμε γνωστούς από αγνώστους

$$12x-5x-3x=-6+4-15$$

κάνουμε προσθέσεις

$$12x-8x=-21+4$$

$$4x=-17$$

διαιρούμε με το συντελεστή του x

$$\frac{4x}{4}=\frac{-17}{4}$$

$$x=-\frac{17}{4}$$

Άρα, ο ρητός $-\frac{17}{4}$ είναι η λύση.

Ασκήσεις εξισώσεων $1^{ου}$ βαθμού $(\alpha\cdot x=\beta)$

Α. Να λυθούν οι εξισώσεις: *(παράδειγμα 1^{o})*

- 7x-17=3x+9
- 3x-4=5x+2
- 3x+3=2x+10
- 33x-12=30x-42
- 2x+8 = -x-7
- 15-2x = x+21-4x
- 14-2x+3 = -7+x-9
- -x-3x+2 = 2x+2+6
- 7x+1-8x = -x+29+4x
- 0,5x+0,25= -0,15 + 0,40x-1,45
- 3x+21+5x-60=45+10x-12
- 7x-9-2x+10=8x-9-4x
- 16x-4x-60=4x-80+12x
- 2x+6-x+5=x+7
- 0,4x+1,27 = 2,87+0,80x
- 4,25x=+0,75x +9+2,5x
- 11x-5-2x-12 = 4-8x+5x-9
- 7x-17+2x-5 = 8x-17-9x+125
- 9x-21-6x+13+2x-41+7x+7-8x =0

Β. Να λυθούν οι εξισώσεις: *(παράδειγμα 2^{o})*

- 5(x+3) = 4(x-2)+7
- 8(x-4)-6(2-x) = 2(6x-1)
- 4(x+2)-2(x+9) = 3(5-x)
- 4(x-1)-10(x-9) = 8x-1-9(x-8)
- 5(x-3)+10(2-5x)+10x = -(15+10x)
- 2(x+3)-(x-5) = x+7
- 9(8-x)-10(9-x)-4(x-1) =1-8x
- 3(x+5)-2(4x+3)+6x-5 = x+4
- 5(x-2)-2(3-x) = 4x-4
- 3(4x-2)-7 = 2(3x-7)-3

Γ. Να λυθούν οι εξισώσεις: *(παράδειγμα 2ο)*

- $0{,}6(x-1)-1{,}5(9-x) = 9$
- $2(7x+4)-(5{,}4x+7{,}7) = 2{,}5(x+5)$
- $0{,}6(x-3)-0{,}3(x-6) = 1{,}6-0{,}8(x+2)$
- $0{,}9(8-x)-(9-x) = 0{,}4(x-1)-0{,}1(8x-1)$
- $7(x-3)-4(3-x) = 6x-2$
- $2(3\psi-1)-5(3\psi-8) = 3(\psi-8)$
- $16x+1-2(4-x)+3(x-7) = 0$
- $5(2\omega+3)-10(5\omega—2) = 5(3-\omega)-10\omega$
- $x+3(x-1) = 9-2(x-3)$

Δ. Να λυθούν οι εξισώσεις: *(παράδειγμα 3ο)*

- $\frac{1}{2}+\frac{3}{2}x+4=x-\frac{5}{2}$
- $\frac{x+2}{3}=\frac{2x-7}{4}$
- $\frac{3-x}{2}=\frac{-6-5x}{7}$
- $\frac{3y+5}{2}=3+\frac{3y+1}{4}$
- $\frac{7x+4}{5}-x=\frac{3x-5}{3}$
- $\frac{5x-3}{2}-\frac{3x}{4}=x-5$
- $\frac{x-1}{7}+\frac{23-x}{5}=7-\frac{4+x}{4}$
- $\frac{x+1}{4}-\frac{2x-1}{5}+\frac{3x+1}{5}=\frac{27x+19}{20}$
- $2x-\left(\frac{15x}{9}-5\right)=\frac{x-6}{3}+7$
- $\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}x+5$
- $\frac{x}{5}-\frac{2}{5}-\frac{x}{5}+1=\frac{1}{15}$
- $\frac{3}{7}x+\frac{1}{7}+x=\frac{4}{7}+\frac{5}{7}x$
- $\frac{x}{2}-3{,}5-\frac{1}{3}=2+\frac{x}{9}$
- $\frac{2x-5}{3}-\frac{5x-3}{4}+\frac{8}{3}=0$
- $\frac{5x-7}{2}-\frac{2x+7}{2}=3x-14$
- $2x-\frac{19-2x}{2}=\frac{2x-1}{2}$
- $\frac{8-x}{6}+x-1\frac{1}{3}=\frac{x+6}{2}-\frac{x}{3}$
- $\frac{x+6}{2}+\frac{2(x+17)}{3}+\frac{5(x-10)}{6}=2x+6$
- $\frac{2x-1}{3}-\frac{5x+2}{12}=\frac{x-3}{4}+1$
- $6-\frac{y-1}{2}=\frac{y-2}{3}-\frac{y-3}{4}$
- $\frac{2(y-3)}{5}-\frac{3(y-2)}{4}=1$
- $\frac{y}{3}-\frac{y-2}{2}=\frac{4}{3}+\frac{y+9}{6}$
- $\frac{3x}{2}-(5-x)=2x+\frac{x-1}{2}$
- $\frac{2y-1}{3}-\frac{7y+6}{12}=\frac{3y-2}{4}+\frac{5y-4}{6}$
- $\frac{y-5}{2}+\frac{3y}{8}-\frac{5y-3}{4}=0$
- $\frac{y+10}{5}-\frac{3(y+1)}{10}=1-\frac{5y-3}{5}$
- $\frac{2(3x-5)}{5}-\frac{5(5x+10)}{12}=\frac{7(3x+2)}{4}-71$
- $\frac{7(x-3)}{4}-\frac{3(2-x)}{5}-\frac{3(2-x)}{5}-\frac{5(x-1)}{6}=x-2$

ΑΔΥΝΑΤΕΣ @ ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ - ΑΟΡΙΣΤΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

1. $\frac{5(4x-3)}{7}-(3x+2)=\frac{2-x}{7}-20$

2. $\frac{7x+16}{20}+\frac{2x-4}{5}=\frac{3x}{4}$

3. $\frac{x+1}{4}-\frac{2x-1}{3}+\frac{5x+2}{12}=0$

4. $\frac{x+3}{5}-\frac{x-10}{12}=\frac{x+6}{20}+\frac{x+17}{15}$

5. $\frac{3x-1}{4}-\frac{2x-5}{6}=\frac{5x+1}{12}$

6. $\frac{x+3}{3}-\frac{5x}{6}-1+0{,}5x=0$

7. $\frac{5x}{6}-0{,}5x+2=\frac{x+15}{3}$

8. $\frac{x-10}{2}+x+5=1{,}5x$

Εξισώσεις ειδικής μορφής:

$\frac{7x-9}{5x+7}=1$, $\frac{21x-35}{128}=0$, $\frac{x+9}{2x-3}=4$, $\frac{2x+14}{3x-1}=1$

(x-5)(3x-1)=0, (x-7)(x+2)(5x-2)=0, (x+9)(4x-8)(-11x-3)=0

Λύση προβλήματος με εξίσωση

1. Διαβάζω το πρόβλημα με πολύ προσοχή, συνήθως κατασκευάζω και σχήμα για ευκολία στη σκέψη.
2. Συμβολίζω με x το άγνωστο ζητούμενο του προβλήματος.
3. Προσπαθώ με τα ζητούμενα του προβλήματος να σχηματίσω αριθμητική παράσταση που εξισώνω με παράσταση που θα κατασκευάσω από τα δεδομένα του προβλήματος.

Προσοχή! *Το1^o και το 2^o μέλος της εξίσωσης πρέπει να περιέχουν όρους οι οποίοι παριστάνουν όμοια μεγέθη.*

4. Λύνω την εξίσωση.
5. Τέλος κάνω έλεγχο αν η λύση ικανοποιεί τις απαιτήσεις του προβλήματος

Παράδειγμα 1^o:

Να βρείτε έναν αριθμό που το επταπλάσιό του, αν ελαττωθεί κατά το μισό του να δίνει τον αριθμό αυτό αυξημένο κατά 22.

Λύση

- Τον άγνωστο αριθμό τον ονομάζω ***x***, το επταπλάσιό του ***7x***,
- η φράση «το επταπλάσιό του ελαττωμένο κατά το μισό άγνωστο» σε $7x - \frac{\chi}{2}$.

Η ελάττωση αντιστοιχεί στην πράξη αφαίρεση.

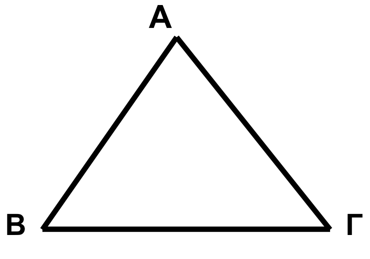
- Η φράση «να δίνει» είναι το **ίσον (=)** της εξίσωσης
- η φράση «τον αριθμό αυξημένο κατά 22» είναι **x + 22**

Η εξίσωση: $7x - \frac{\chi}{2} = x + 22$ ή $14x - x = 2x + 44$ ή $14x - x - 2x = 44$ ή $11x = 44$

$$x = 4$$

Παράδειγμα 2^o:

Δύο γωνίες ισοσκελούς τριγώνου διαφέρουν κατά 33^o , να υπολογίσετε όλες τις γωνίες του ισοσκελούς τριγώνου.



Λύση

Οι γωνίες Β και Γ αποκλείεται να διαφέρουν κατά 33^o

γιατί είναι Β = Γ ως «παρά την βάση ισοσκελούς»

Άρα η Β και η Α θα διαφέρουν κατά 33^o πως

όμως Α - Β =33^o ή Β - Α =33^o ?

αν πω τις ίσες γωνίες x (Α = Β = x) έχω

Επίλυση ανισώσεων α' Βαθμού

1. Με τον όρο ανισότητα εννοούμε μία σχέση που περιέχει δύο παραστάσεις που συνδέονται μεταξύ τους με τα σύμβολα <, > , ≤, ≥ (*μικρότερο, μεγαλύτερο, μικρότερο ή ίσον , μεγαλύτερο ή ίσον).*
2. Αν η ανισότητα περιέχει και μία μεταβλητή χωρίς εκθέτη δηλαδή με εκθέτη ένα που παραλείπεται τότε λέγεται ανίσωση πρώτου βαθμού.
3. Λύση της ανίσωσης λέγεται ή εύρεση όλων των τιμών που μπορεί να πάρει η μεταβλητή (δηλαδή ο άγνωστος) ώστε η ανισότητα να είναι αληθής.

Ιδιότητες.

Α. αν και στα δύο μέλη προσθέσουμε ή αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό η ανίσωση δεν αλλάζει.

Β. αν και τα δύο μέλη τα πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε με τον ίδιο θετικό αριθμό η ανίσωση δεν αλλάζει.

Γ. αν και τα δύο μέλη τα πολλαπλασιάσουμε ή διαιρέσουμε με τον ίδιο <u>αρνητικό αριθμό η ανίσωση αλλάζει φορά.</u>

Για να λύσουμε μία ανίσωση 1ου βαθμού
κάνουμε τις παρακάτω ενέργειες. (βήματα)

1. Απαλείφουμε τους παρανομαστές στην περίπτωση που έχω κλάσματα. Προσέχουμε πάντα το ΕΚΠ να είναι πάντα θετικός αριθμός και εργάζομαι εκτελώντας τις πράξεις όπως με την εξίσωση.

2. Η ανίσωση πρέπει να έχει μία από τις μορφές $α·x> β$ ή $α·x< β$ ή $α·x \ge β$ ή $α·x \le β$ όπου α και β ρητοί αριθμοί και x μεταβλητή δηλαδή ο άγνωστός μας αριθμός.

Ι) $α \cdot x > β$ αν $α > 0$ (Θετικός) τότε $x > {}^{β}/_{α}$ π.χ. $3x>6$ τότε $x> {}^{6}/_{3}$ ή $x > 2$

ΙΙ) αν $α = 0$ δηλαδή $0·x > β$ εξετάζω το β	αν $β > 0$ αδύνατη η λύση της αν $β = 0$ αδύνατη η λύση της αν $β < 0$ αληθεύει για κάθε x

ΙΙΙ) $α \cdot x > β$ αν $α < 0$ (Αρνητικός) τότε την πολλαπλασιάζω και από τα δύο μέρη με (-1), αλλάζει το πρόσημο του α και β καθώς και η φορά (κατεύθυνση) του συμβόλου δηλαδή έχω ανίσωση της μορφής $α\, x < β$ με $α > 0$ και η λύση θα είναι $x<β/α$ π.χ. $3x<6$ τότε $x<{}^{6}/_{3}$ ή $x<2$

Να λυθούν οι ανισώσεις:

1. α] $\frac{3(x-4)}{10}-\frac{5x-1}{20}<\frac{x+5}{6}$ β] $\frac{x+1}{4}+\frac{x+1}{3}<1-\frac{3x-2}{6}$

2. α] $\frac{x-3}{6}-\frac{x-4}{9}>\frac{1}{3}+\frac{x-5}{12}$ β] $\frac{3x+1}{3}-\frac{3x-1}{2}>-\frac{2}{3}$

3. α] $\frac{3x-1}{2}-\frac{3x-4}{6}>\frac{2x+3}{2}$ β] $\frac{2x-1}{4}>\frac{3x-1}{5}-\frac{x-1}{2}$

4. α] $\frac{2x-1}{3}-\frac{2x-5}{6}>\frac{x+2}{3}$ β] $\frac{2x-1}{3}-\frac{x-1}{2}-3>0$

5. α] $\frac{x+3}{2}-\frac{16}{5}>\frac{3x-1}{20}-\frac{x-11}{5}$ β] $\frac{3x-2}{4}-\frac{4-5x}{6}>\frac{2x-1}{3}-\frac{7x+6}{12}$

6. $2(x-3)-(x-2)>6-x$ και $10(x+1)+8(x+2)<5(19-x)$

7. $3(x-2)-(x-4)>4-x$ και $8(x-3)-15(x-2)>20$

8. $\frac{3x+1}{8}<\frac{1}{2}-\frac{x-4}{6}$ και $\frac{3x+1}{3}<\frac{3x-1}{2}-\frac{2}{3}$

9. $\frac{3x-5}{2}-\frac{8x-121}{10}<\frac{4x-2}{5}$ και $\frac{13}{12}-\frac{5x-1}{6}>\frac{20}{3}$

10. $\frac{x-1}{3}-\frac{x-2}{2}<\frac{x}{6}$ και $x-\frac{x-1}{2}<\frac{x-2}{3}$

11. $\frac{2x-3}{2}-\frac{1}{8}>\frac{5x}{4}$ και $\frac{7x-4}{15}-\frac{1-x}{3}<\frac{5x-9}{10}$

12. $6x-7<2x+5$ και $2(x+2)-\frac{5}{4}>\frac{x+3}{2}$ και $\frac{3x+5}{10}>\frac{3}{5}+\frac{3x+1}{10}$

13. $7x-9<3x+7$ και $\frac{x-2}{2}-\frac{x-3}{3}<\frac{7x-3}{2}$ και $\frac{x-3}{2}-\frac{3(x+1)}{4}>\frac{5}{2}-\frac{x+10}{2}$