Ε Π Α Ν Α Λ Η Ψ Η

1. Τα σύνολα των αριθμών:

α. **N:** οι Φυσικοί αριθμοί → N = {0, 1, 2, 3, 4, …….. }

β. **Z:** οι Ακέραιοι αριθμοί → Z = { …. -3, -2, -2, 0 +1, +2, +3, …. }

γ. **Q:** οι Ρητοί αριθμοί → $Q = \left\{ \frac{\alpha}{\beta} / \alpha \in Z \text{ και } \beta \in Z \text{ με } \beta \neq 0 \right\}$

δ. **Q΄:** οι Άρρητοι αριθμοί → οι αριθμοί που δεν είναι ρητοί.

ε. **R:** οι Πραγματικοί αριθμοί → Ένωση ρητών και αρρήτων αριθμών.

2. Η Απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού α είναι ίση με την “ με την απόστασή του από το μηδέν”

Ορισμός: $|\alpha| = \begin{cases} \alpha & \text{Αν } \alpha > 0 \\ 0 & \text{Αν } \alpha = 0 \\ -\alpha & \text{Αν } \alpha < 0 \end{cases}$

π.χ.: $|3| = 3$, $|-3| = -(-3)$, $|0| = 0$

3. i) Οι αριθμοί που έχουν το ίδιο πρόσημο λέγονται **ομόσημοι,** πχ οι +4 και $\frac{3}{4}$.

ii) Οι αριθμοί που έχουν διαφορετικό πρόσημο λέγονται **ετερόσημοι πχ** οι –4 και +5.

iii) Οι αριθμοί +12 και –12 διαφέρουν στο πρόσημο, λέγονται **αντίθετοι.**

4. Πράξεις με πραγματικούς αριθμούς.

Πρόσθεση

Ομοσήμων: ***το κοινό πρόσημο και προσθέτω τιμές αφαίρεση.***

Ετεροσήμων: ***το πρόσημο του μεγαλύτερου σε τιμή και αφαιρώ τιμές.***

Π.χ.

i) $(+5) + (+3) = 8$ ή απλά $5 + 3 = 8$

ii) $(-5) + (-3) = -8$ ή απλά $-5 - 3 = -8$

Μπορούμε να παραλείψουμε το σύμβολο + της πρόσθεσης.

iii) $(-\frac{5}{3})+(-\frac{1}{2}) = \left(-\frac{10}{6}\right)+\left(-\frac{3}{6}\right) = -\frac{13}{6}$

ή απλά $-\frac{5}{3}-\frac{1}{2} = -\frac{10}{6}-\frac{3}{6} = -\frac{13}{6}$

Όταν οι ρητοί αντιπροσωπεύονται από ετερώνυμα κλάσματα, τα τρέπουμε σε ομώνυμα.

Πολλαπλασιασμός	Ομοσήμων: ***πάντα + και πολλαπλασιάζω τιμές.*** Ετεροσήμων: ***πάντα - και πολλαπλασιάζω τιμές.***

Π.χ.

i) $(-6)\cdot(-2) = 12$	iii) $(+6)\cdot(+2) = 12$	ομόσημα
ii) $(-6)\cdot(+2) = -12$	iv) $(+\frac{2}{3})\cdot(-5) = -\frac{10}{3}$.	ετερόσημα

Πολλαπλασιασμός **πολλών παραγόντων**	*1.* ***μετράω το πλήθος των πλην (-)*** 2. ***και πολλαπλασιάζω τιμές.***	▪ Αν είναι ζυγό βάζω πάντα + ▪ Αν είναι μονό βάζω πάντα -

Π.χ.

$(-5)\cdot(+3)\cdot(-2)\cdot(-2) = -60$	τρία μείον
$(-5)\cdot(+3)\cdot(-2)\cdot(+2) = +60 = 60$	δύο μείον

Αφαίρεση	Τη **μετατρέπω σε πρόσθεση**. Προσθέτω στον **μειωτέο** (1^o) τον αντίθετο του **αφαιρετέου** (2^o) πχ. **α – β = α + (-β)**

Π.χ.

$(+10) - (-14) = (+10) + (+14) = 24$

ή απλά

$(+10) - (-14) = \ 10 + 14 = 24$

Κανόνες για να εξαλείψουμε παρενθέσεις:

- Όταν μπροστά από την παρένθεση υπάρχει το + γράφουμε τους όρους που είναι μέσα στην παρένθεση με το πρόσημο που έχουν.
- Όταν μπροστά από την παρένθεση υπάρχει το –, γράφουμε τους όρους που είναι μέσα στην παρένθεση με το αντίθετο πρόσημο.

Αλγεβρικό άθροισμα πολλών προσθετέων (όρων)

Π.χ. $(-2) + (-3) - (+5) - (-8) + (+6)$, (σειρά από προσθέσεις ή αφαιρέσεις).

Προκειμένου να κάνουμε τις πράξεις σε αυτό, έχουμε:

$(-2) + (-3) - (+5) - (-8) + (+6) =$

$= (-2) + (-3) + (-5) + (+8) + (+6) =$

$= \quad (-10) \quad + \quad (+14) \quad =$

$= \ 4$

•Τρέπουμε τις αφαιρέσεις σε προσθέσεις των αντίθετων.

•Βρίσκουμε το άθροισμα των ομοσήμων: όλα τα + μαζί και όλα τα - μαζί.

•Βρίσκουμε το τελικό απότελεσμα.

ή απλά

$(-2) + (-3) - (+5) - (-8) + (+6) = \ -2 - 3 - 5 + 8 + 6 = -10 + 14 = \ 4$

Διαίρεση	Τη **μετατρέπω σε πολλαπλασιασμό.** Πολλαπλασιάζω τον **Διαιρετέο** (1^o) με τον **αντίστροφο του διαιρέτη** (2^o). **Πχ.** $\boldsymbol{\alpha : \beta = \alpha \cdot \frac{1}{\beta}}$ **όπου** $\boldsymbol{\beta \neq 0}$

Π.χ. $-\frac{5}{2}:(+5) = -\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{5} = -\frac{1}{2}$

ισχύει $\alpha:\beta = \frac{\alpha}{\beta}$, $\beta \neq 0$ το πηλίκο μπορούμε να το γράψουμε με μορφή κλάσματος, δηλαδή:

$(-3):(+5) = \frac{-3}{+5} = -\frac{3}{5}$ και $(+3):(+5) = \frac{+3}{+5} = \frac{3}{5}$.

5. Ιδιότητες των πράξεων: ***πρόσθεσης – πολλαπλασιασμού***

Πρόσθεση				Πολλαπλασιασμός				Ιδιότητα
α	**β**	**α+β**	**β+α**	**α**	**β**	**α·β**	**β·α**	**Αντιμεταθετική**
–8	5	–8+5 = –3	5–8 = –3	–8	5	–8·5 = –3	5·(–8)= –40	
		α + β = β + α.				**α · β = β · α.**		

α	**β**	**γ**	**β+γ**	**α+β**	**α+(β+γ)**	**(α+β)+γ**	**Προσεταιριστική στην πρόσθεση**
–8	5	–4	5–4 = 1	–8+5 = –3	–8+1 = –7	–3–4 = –7	
					α+(β+γ) = (α+β)+γ.		

α	**β**	**γ**	**β·γ**	**α·β**	**α·(β·γ)**	**(α·β)·γ**	**Προσεταιριστική στον πολλαπλασιασμό**
–8	5	–4	5·(–4) = –20	–8·5 = –40	–8·(–20) = 160	–40·(–4) = 160	
					α·(β·γ) = (α·β)·γ		

α	**β**	**γ**	**β+γ**	**α·(β+γ)**	**α·β**	**α·γ**	**α·β+ α·γ**	**Επιμεριστική**
–8	5	–4	5–4 = 1	–8·(1) = –8	–8·5 = – 40	–8·(–4) = 32	–40+32 = –8	

α·(β+γ) = α·β + α·γ

Ουδέτερο	**Πρόσθεση:**	το 0, $\alpha\cdot 0 = 0\cdot\alpha = 0$
	Πολλαπλασιασμός:	το 1, $\alpha\cdot 1 = 1\cdot\alpha = \alpha$
Αντίθετο στην Πρόσθεση:		$\alpha + (-\alpha) = (-\alpha) + \alpha = 0$
Αντίστροφο στον Πολλαπλασιασμό:		$\alpha\cdot\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{\alpha}\cdot\alpha$ με $\alpha \neq 0$

Παρατήρηση:

▪ **α · 0 = 0 · α = 0**	Απορροφητικό στον πολλαπλασιασμό.
▪ **α ·β = 0**	α = 0 ή β = 0 δηλ., τουλάχιστον ένα από τα δύο είναι μηδέν.
▪ **α ·β ≠ 0**	α ≠ 0 και β≠0 δηλ., και τα δύο είναι μη μηδενικά.
▪ **x + x΄ = 0**	Τα x και x΄ είναι αντίθετα άρα και ετερόσημα.
▪ **x · x΄ = 1**	Τα μη μηδενικά x και x΄ είναι αντίστροφα άρα και ομόσημα.

Δ Υ Ν Α Μ Ε Ι Σ

Ορισμός: Αν α∈R Πραγματικός αριθμός και ν∈N Φυσικός αριθμός, ισχύει:

$$\alpha^{\nu} = \begin{cases} \alpha & \text{αν } \nu = 1 \\ \alpha\cdot\alpha\cdot\alpha \ldots \alpha & \text{αν } \nu\text{-φορές αν } \nu > 1 \\ 1 & \text{αν } \nu = 0 \text{ και } \alpha \neq 0 \end{cases}$$

ειδικά αν ν φυσικός, δηλαδή -ν αρνητικός ακέραιος ισχύει:

$$\alpha^{-\nu} = \frac{1}{\alpha^{\nu}} \text{ ή } \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{\nu} \quad \text{και } \alpha\neq 0 \text{ και } \beta\neq 0 \text{ (όχι μηδέν)}$$

το α^{ν} λέγεται **δύναμη με βάση α και εκθέτη ν** *(ή ν-οστή δύναμη του α).*

$2^4 = 2\cdot2\cdot2\cdot2 = 16$ $2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$	Δύναμη θετικού αριθμού είναι πάντα θετικός αριθμός.
$(-2)^4 = (-2)\cdot(-2)\cdot(-2)\cdot(-2) = 16$ $(-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$	Δύναμη αρνητικού αριθμού με ζυγό εκθέτη είναι πάντα θετικός αριθμός.
$(-2)^3 = (-2)\cdot(-2)\cdot(-2) = -8$ $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$	Δύναμη αρνητικού αριθμού με μονό εκθέτη είναι πάντα αρνητικός αριθμός.

Παρατήρηση:

- $(-5)^2 = 25$ — το πρόσημο – είναι μέσα στη βάση της δύναμης.
- ενώ $-5^2 = -25$ — το πρόσημο – είναι έξω από τη βάση της δύναμης.

Ιδιότητες:

Όπου ν, μ ακέραιοι αριθμοί και α, β ≠ 0 πραγματικοί αριθμοί

1. $\alpha^{\nu}\cdot\alpha^{\mu} = \alpha^{\nu+\mu}$

$3^2\cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$

$3^2\cdot 3^{-4} = 3^{2+(-4)} = 3^{-2}$

Πολλαπλασιασμός δυνάμεων που έχουν ίδια βάση.
Αφήνουμε την ίδια βάση και προσθέτουμε τους εκθέτες.

2. $(\alpha^{\nu}/\alpha^{\mu})$ $\alpha^{\nu}:\alpha^{\mu} = \alpha^{\nu-\mu}$

$3^2 : 3^4 = 3^{2-4} = 3^{-2}$

$3^2 : 3^{-4} = 3^{2-(-4)} = 3^6$

Διαίρεση δυνάμεων που έχουν ίδια βάση.

Αφήνουμε την ίδια βάση και αφαιρούμε τον εκθέτη του παρονομαστή από τον εκθέτη του αριθμητή.

3. $(\alpha\cdot\beta)^{\nu} = \alpha^{\nu}\cdot\beta^{\nu}$

$(3\cdot5)^2 = 3^2\cdot 5^2 = 9\cdot\cdot25$

Ύψωση γινομένου σε δύναμη.

Υψώνουμε κάθε παράγοντα του γινομένου στη δύναμη.

$(3\cdot 5)^{-2} = 3^{-2}\cdot 5^{-2}$

4. $\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\nu} = \frac{\alpha^{\nu}}{\beta^{\nu}}$,

ή $\alpha^{\nu}:\beta^{\nu} = (\alpha:\beta)^{\nu}$, $\beta \neq 0$

$\left(\frac{3}{4}\right)^{2} = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$

Ύψωση κλάσματος σε δύναμη.

Υψώνουμε τους όρους του κλάσματος στη δύναμη.

5. $(\alpha^{\nu})^{\mu} = \alpha^{\nu\cdot\mu}$

$(2^3)^2 = 2^{3\cdot 2} = 2^6$

$(2^3)^{-2} = 2^{3\cdot(-2)} = 2^{-6}$

Ύψωση δύναμης σε δύναμη.

Αφήνουμε βάση την ίδια και πολλαπλασιάζουμε τους εκθέτες.

Παρατήρηση:

Στην ισότητα $3 = \frac{6}{2} \Rightarrow 3^{\nu} = \left(\frac{6}{2}\right)^{\nu}$, με $\nu \in Z$

δηλ. μπορούμε να υψώσουμε τα μέλη στη ν.

ΠΡΟΣΟΧΗ! Το αντίστροφο δεν ισχύει.

Π.χ $4 = 4$ ή $(-2)^2 = 2^2$, όπου $-2 \neq 2$

Μπορούμε να υψώσουμε τα μέλη μιας ισότητας στον ίδιο εκθέτη.

Γενικά αν **α = β τότε** $\alpha^{\nu} = \beta^{\nu}$

Τετραγωνική ρίζα στο R.

Ορισμός:

Τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού x ***(συμβολίζεται*** $\sqrt{x}$***)*****, είναι ένας θετικός αριθμός α που, όταν υψωθεί στο τετράγωνο δίνει τον αριθμό x,** **(** $\sqrt{\ }$ **→** ***ριζικό*** *και ότι είναι κάτω από το ριζικό λέγεται* ***υπόρριζο).***

Με σύμβολα $x,\alpha \geq 0$ $\sqrt{x}$ **= α, τότε** $\alpha^2 = x$ και αντιστρόφως, ορίζουμε ακόμα $\sqrt{0} = 0$

Παρατήρηση: μια τετραγωνική ρίζα θα είναι **ρητός αριθμός**, αν το υπόρριζο είναι τετράγωνος αριθμός, διαφορετικά θα είναι άρρητος αριθμός. Π.χ. $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{2}{3}$, $\sqrt{5} = 2{,}2360679\ldots\ldots$

Ιδιότητες τετραγωνικών ριζών

1. Για τους πραγματικούς αριθμούς α,β ≥ 0 ισχύει, $\sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha\cdot\beta}$ Το γινόμενο δύο τετραγωνικών ριζών, ισούται με την τετραγωνική ρίζα του γινομένου των υπορρίζων.

- Δεν ισχύει: $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha+\beta}$ π.χ. $\sqrt{5} + \sqrt{3} \neq \sqrt{8}$

2. **Για τους αριθμούς α≥0 και β>0 ισχύει,** $\frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$ Το πηλίκο δύο τετραγωνικών ριζών ισούται με την

3. Αν α≥0 και ν≥1 φυσικός τότε ισχύει, $\left(\sqrt{\alpha}\right)^{\nu} = \sqrt{\alpha^{\nu}}$ **.**

4. $\sqrt{\alpha^2\beta} = |\alpha| \bullet \sqrt{\beta}$ για κάθε $\alpha \in R$ και $\beta \geq 0$ $(\beta \in R^+)$

- <u>Πως μετατρέπω κλάσμα με άρρητο παρανομαστή σε ρητό.</u>

  Πολλαπλασιάζω και τους δύο όρους (αριθμητή και παρανομαστή) με τον άρρητο παρανομαστή.

  Π.χ. $\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (το ημ45^0)

Πρέπει να γνωρίζω σχετικά με την προτεραιότητα των πράξεων:

Σε μία αριθμητική παράσταση εκτελώ πράξεις με την παρακάτω **σειρά:**

- **Δυνάμεις**
- **Πολλαπλασιασμός ή διαίρεση**
- **Πρόσθεση ή αφαίρεση**

Ι] Εάν υπάρχουν και παρενθέσεις εκτελώ τις πράξει μέσα στις παρενθέσεις με την παραπάνω σειρά μέχρι η παρένθεση να μετατραπεί σε ένα αριθμό και μετά συνεχίζω τις πράξεις εκτός παρένθεσης.

*ΙΙ] Εάν έχω και άλλες εσωτερικές παρενθέσεις ή αγκύλες ή άγκιστρα αρχίζω την απαλοιφή από **μέσα προς τα έξω**, εφαρμόζοντας την (Ι).*

1. Να υπολογίσετε τα εξαγόμενα:

i) $\frac{1}{4} \cdot (-2)^2 + 3 \cdot (-2)^3 - 4 \cdot (-1)^{20} - 3 \cdot (-3)^{-2}$

ii) $[(-0{,}2)^2]^3 - 0{,}2^2 - (-0{,}2)^3$

iii) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} - \left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-1}\right]^2$

iv) $\left[(-2)^3 \square \left(-\frac{1}{3}\right)^2\right]^2 + (-2)^3 : (-3)^2$

Διάταξη και πράξεις

Ορισμοί: Έστω α, β $\in$R . Λέμε ο α μεγαλύτερος του β και συμβολίζουμε **α > β,** όταν η διαφορά **α – β > 0** δηλαδή είναι θετικός αριθμός.

$$\boldsymbol{\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha - \beta > 0}$$

Όμοια λέμε **α < β** όταν **α-β < 0** και **α = β** όταν **α-β = 0**

Από τα παραπάνω προκύπτει: **κάθε θετικός είναι μεγαλύτερος του μηδενός.**
κάθε αρνητικός μικρότερος του μηδενός.

Αν τα α και β είναι ομόσημα μπορεί να γίνει σύγκριση του πηλίκου τους με την μονάδα δηλαδή:

I] $\frac{\alpha}{\beta}>1$, τότε $\alpha>\beta$, II] $\frac{\alpha}{\beta}<1$, τότε $\alpha<\beta$, III] $\frac{\alpha}{\beta}=1$, τότε $\alpha=\beta$,

<u>Παρατηρήσεις</u>:

1. Τα > και < λέγονται σύμβολα της ανισότητας.
2. Η σχέση α<β λέγεται ανισότητα. Το **α** λέγεται 1^o μέλος της ανισότητας και το **β** λέγεται 2^o μέλος.
3. Δύο ανισότητες με το ίδιο σύμβολο π.χ. α<β και γ<δ λέγονται ομοιόστροφες ενώ με διαφορετικό ετερόστροφες.
4. Για πραγματικούς α και β που ισχύει: α>β ή α=β συμβολίζω $\alpha\geq\beta$.

Ιδιότητες ανισοτήτων

Α] Αν **α>β $\Leftrightarrow$ α+γ>β+γ** για κάθε α, β, γ πραγματικούς.
__Σημείωση__. Η φράση περνάω στο άλλο μέλος κάποιο αριθμό και αλλάζει πρόσημο είναι πρακτική έκφραση που γνωστή από τις εξισώσεις της β' γυμνασίου.

Β] Αν α>β και β>γ τότε α>γ **μεταβατική** ιδιότητα

Γ] Αν α>β και γ>δ τότε α+γ>β+δ πρόσθεση ανισοτήτων κατά μέλη

Δ] Αν γ>0 τότε α>β $\Leftrightarrow$ αγ>βγ πολ/μός των μελών με θετικό αριθμό **δεν αλλάζει** τη φορά

Ε] Αν γ<0 τότε α>β $\Leftrightarrow$ αγ<βγ πολ/μός των μελών με αρνητικό αριθμό **αλλάζει** η φορά.

ΣΤ] α>β και γ>δ τότε αγ>βδ Μόνο για α,β,γ,δ θετικούς πραγματικούς ισχύει ο πολλαπλασιασμός ανισοτήτων κατά μέλη.

Σημείωση: *Πρέπει να ξέρω ακόμη για α, β πραγματικούς αριθμούς:*

α. Αν $\alpha>0$ και $\beta>0$ τότε $\alpha+\beta>0$
β. Αν $\alpha<0$ και $\beta<0$ τότε $\alpha+\beta<0$
γ. Αν α, β ομόσημοι τότε $\alpha\beta>0$ και $\alpha:\beta=\alpha/\beta>0$ όπου $\beta\neq 0$
δ. Αν α, β ετερόσημοι τότε $\alpha\beta<0$ και $\alpha:\beta=\alpha/\beta<0$ και $\beta\neq 0$
ε. Για κάθε $\alpha\neq 0$ ισχύει $\alpha^2>0$

Ασκήσεις 1

Οι πραγματικοί αριθμοί – Πράξεις

Ομάδα Ι – ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

(βάλε σε κύκλο το κεφαλαίο γράμμα με την σωστή απάντηση)

1. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς x και y ισχύει $x.y<0$ τότε:
Α. $x>0$ & $y>0$ Β. $x<0$ & $y<0$ Γ. $x>0$&$y<0$ Δ. $x=0$ & $y>0$ Ε. $x>0$ ή $y=0$

2. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς x και y ισχύει $x+y>0$ και $x.y<0$ και $|y| < |x|$ τότε:
Α. $x>0>y$ Β. $x<0<y$ Γ. $x>y>0$ Δ. $0<x<y$ Ε. $x= 0$ και $y>0$

3. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς x και y ισχύει $x+y=0$ και $0<y$ τότε:
Α. $x<y<0$ Β. $y<x<0$ Γ. $x<0<y$ Δ. $x = y = 0$ Ε. $x> 0> y$

4. Αν για τους πραγματικούς α, β ισχύει $α.β = 0$ τότε:
Α. $α=β$ & $β\neq0$ Β. $α=0$ ή $β=0$ Γ. $α.β^{-1}=0$ Δ. $α=2$ & $β=4$ Ε. α, β αντίστροφοι

5. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α, β, γ ισχύει $α.β.γ=0$ και $β\neq0$ τότε:
Α. όλοι είναι μηδέν Β. α και γ αντίθετοι Γ. κάποιος των α, γ είναι μηδέν
Δ. α=0 και β, γ διάφοροι του μηδενός Ε. α και γ ετερόσημοι

6. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α και $β\neq0$ ισχύει $\dfrac{α}{β}=1$ και $α+β=8$ τότε
Α. $α=2$ και $β=6$ Β. $α=β=4$ Γ. $α=10$ και $β=-2$ Δ. $α=0$ και $β=8$ Ε. $α=1$ και $β=7$

7. Αν $\dfrac{α}{β} = 0$ και $β\neq0$ τότε ισχύει:
Α. $α = 0$ & $α=β$ Β. $α=0$ ή $β=0$ Γ. $α=0$ & $β\neq0$ Δ. $α=1$ & $β\neq0$ Ε. $α=β=1$

8. Αν $\dfrac{α}{β}=\dfrac{3}{4}$ τότε ισχύει:
Α. $α=3$ & $β=4$ Β. $α=4$ & $β=3$ Γ. $α.β=12$ Δ. $3.β = 4.α$ Ε. $α=12$ & $β=8$

9. Για πραγματικούς α, β, x, y ισχύει $α = β$ και $x = y$ τότε:
Α. $α.x = β+y$ Β. $α^2 = y^2$ Γ. $α.x = β.y$ Δ. $α-β = x+y$ Ε. $α^2 = β.x.y$

10. Για πραγματικούς α, β, x, y ισχύει $α = β$ και $y = x$ τότε:
Α. $α.x = β+y$ Β. $α^2 = y^2$ Γ. $α^2 = β.x.y$ Δ. $α-β = x+y$ Ε. $α+x = β+y$

11. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς α και β ισχύει $|α| >|β|$ τότε:
Α. $α+β>0$ Β. $α+β<0$ Γ. δεν βγαίνει απάντηση Δ. και τα δύο αρνητικά
Ε. ετερόσημοι

12. Αν για τους πραγματικούς αριθμούς $x\neq1$ και y ισχύει $x.y=1$ (αντίστροφοι) τότε:
Α. $x = y$ Β. ετερόσημοι Γ. ομόσημοι Δ. $| x| = |y|$ Ε. $x < y$

13. Για πραγματικούς α, β, x όπου $α = β$ και $x\neq0$ ισχύει
Α. $x^2 = α.β$ Β. $α.x = β.x$ Γ. $α.β = x$ Δ. $α = x+β$ Ε. $α+β+x = 0$

14. Για πραγματικούς α, β, x όπου $α = β$ και $x\neq0$ ισχύει
Α. $β+x = x+α$ Β. $β = x+β$ Γ. $α=β=x=0$ Δ. $x^2 = α.β$ Ε. $α-x-β = 0$

Ομάδα ΙΙ – ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟΥ - ΛΑΘΟΥΣ

(βάλε σε κύκλο το **Σ** αν η πρόταση είναι σωστή διαφορετικά σε κύκλο το **Λ**)

1	Δύο πραγματικοί αριθμοί με άθροισμα μηδέν είναι αντίστροφοι	Σ	Λ
2	Αν ο α είναι ο αντίθετος του –β τότε $\alpha = \beta$	Σ	Λ
3	Αν α, β πραγματικοί όπου $\alpha+\beta=0$ τότε έχουν ίσες απόλυτες τιμές	Σ	Λ
4	Αν α, β πραγματικοί τότε $\alpha.\beta = \beta.\alpha$ αντιμεταθετική στον πολ/μό	Σ	Λ
5	Αν α, β πραγματικοί που ισχύει $\alpha.\beta=1$ τότε $\lvert\alpha\rvert = \lvert\beta\rvert$	Σ	Λ
6	Για α πραγματικό $\alpha \,.\, 1 = \alpha + 1$ γιατί 1 ουδέτερο στον πολ/μό	Σ	Λ
7	Αν $\alpha, \beta\neq0$ πραγματικοί με $\alpha/\beta=0$ τότε $\alpha = \beta$	Σ	Λ
8	Αν α, β πραγματικοί με γινόμενο μηδέν τότε $\alpha=0$ ή $\beta=0$	Σ	Λ
9	Δύο αριθμοί που έχουν γινόμενο αρνητικό θα έχουν πηλίκο θετικό.	Σ	Λ
10	Αν α, β, γ πραγματικοί με $\alpha.\beta.\gamma=2$ τότε $\alpha\neq0$ και $\beta\neq0$ και $\gamma\neq0$	Σ	Λ
11	Αν $\frac{\alpha}{\beta} = 0$ τότε $\alpha = \beta = 0$	Σ	Λ
12	Ο αντίστροφος του 1 είναι το –1	Σ	Λ
13	Αν $\alpha,\beta\neq0$ πραγματικοί ώστε $\alpha/\beta = 2$ τότε $\alpha=8\kappa$ και $\beta=4\kappa$	Σ	Λ
14	Αν για τους αρνητικούς αριθμούς α,β ισχύει $\lvert\alpha\rvert + \lvert\beta\rvert = 7$ τότε $\alpha = \beta = -3{,}5$	Σ	Λ
15	Αν α, β, γ διαδοχικοί ακέραιοι το άθροισμα $\alpha + \beta + \gamma$ διαιρείται με το 3	Σ	Λ
16	Αν α άρτιος ακέραιος τότε το $3.\alpha + 1$ άρτιος	Σ	Λ
17	Αν α περιττός ακέραιος τότε το $2.\alpha + 1$ περιττός	Σ	Λ

Ομάδα ΙΙΙ – ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΗΣ

*(αντιστοίχισε με βέλη ώστε το **Α = Β**, Α= στήλη 1η και Β = στήλη 2η)*

Στήλη Α	**Στήλη Β**
(α+β)-γ	0
α+{-[-(-α)]}	α·(γ-β)
(α-2β)+ (β-5γ)	-γ·β+α·β
α·(β+γ)-2αβ	$0,5\cdot\alpha - \frac{1}{2}\beta$
β·(α-γ)	(α-γ)+β
$\frac{\alpha-\beta}{2}$	α-5γ-β

<u>Ασκήσεις 2</u>
Δυνάμεις

Ομάδα Ι – ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

(βάλε σε κύκλο το κεφαλαίο γράμμα με την σωστή απάντηση)

1. Η δύναμη $\left(2^{-3}\right)^5$ ισούται με:

   Α. 2^{-8} Β. 2^2 Γ. 2^{-35} Δ. $\frac{1}{2^{15}}$ Ε. –15

2. Η δύναμη $\left(2^{-3}\right)^0$ ισούται με:

   Α. 2^{-30} Β. 2^{-3} Γ. 1   Δ. $\frac{1}{2^3}$ Ε. –1

3. Αν μ,ν φυσικοί αριθμοί και $α^{ν-μ}=1$ τότε:
   Α. $α<0$ & $ν=μ+2$ Β. $ν=1$ & $μ<0$ Γ. $α=0$ & $ν=μ$ Δ. $α\neq 0$ & $ν=μ$ Ε. $α=0$ & $ν\neq μ$

4. Αν $α>0$ και ν άρτιος (ζυγός) τότε:
   Α. $-α=(-α)^ν$ Β. $(-α)^{ν+1}=α$ Γ. $(-α)^{ν+1}=-α^{ν+1}$ Δ. $(-1)^{ν+1}.α=(-α)^{ν+1}$ Ε. $(-1)^{ν+1}.α=(-α)^ν$

5. Αν α ακέραιος αριθμός μη μηδενικός τότε και η δύναμη $(α^α)^α$ ισούται με:

   Α. $α^{α+2}$ Β. $α^{α+2α}$ Γ. $α2^α$ Δ. $α^{α^2}$ Ε. $(α^α)^2$

6. Αν ισχύει η ισότητα $α^ν.β^μ=(α.β)^{νμ}$ όπου α,β πραγματικοί και μ, ν ακέραιοι τότε:
   Α. $α=β$ Β. $α=ν=1$ Γ. $β=μ=0$ Δ. $μ=ν+1$ Ε. ν άρτιος &μ περιττός

7. Για την παράσταση $Α=(-1)^{ν+3}$ το πρόσημό της είναι:
   Α. Θετικό   Β. Αρνητικό Γ. χωρίς πρόσημο (μηδέν)   Δ. $Α>0$ αν ν άρτιος
   Ε. $Α>0$ αν ν περιττός

8. Η παράσταση $Α=\frac{8α^3β^{-2}}{4β^{-1}α^{-4}}$ ισούται με:

   Α. $\frac{2}{αβ}$ Β. 2   Γ. $\frac{2α}{β^7}$ Δ. $2α^7β^{-1}$ Ε. $\frac{2}{4βα}$

9. Η παράσταση $(α+β)^2$ ισούται με:
   Α. $2(α+β)$ Β. $(α+β)(β+α)$ Γ. $(α+β)αβ$ Δ. $(α+β)(α-β)$ Ε. $2(α+β)^0$

Ομάδα ΙΙ – ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟΥ _ ΛΑΘΟΥΣ

(βάλε σε κύκλο το Σ αν η πρόταση είναι σωστή διαφορετικά σε κύκλο το Λ)

1	$\alpha^{2\nu} : \alpha^{\nu} = \alpha^{2\nu-1}$	Σ	Λ
2	$(\alpha.\beta)^{-\nu} = \beta^{\nu}.\alpha^{-\nu}$	Σ	Λ
3	$5^3 + 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$	Σ	Λ
4	$(x-5)^0 = 1$ για όλα τα x	Σ	Λ
5	$\alpha^{2\nu} : \alpha^{\nu} = \alpha^{\nu}$	Σ	Λ
6	$\beta^{2\nu}+\alpha^{2\nu} = 2(\alpha+\beta)^{\nu}$ αν $\alpha=\beta=\nu=2$	Σ	Λ
7	Αν $\alpha<0$ τότε και $(\alpha^{-5})^{-2}<0$, α πραγματικός αριθμός	Σ	Λ
8	Αν $\alpha^{\nu} > 0$ τότε και $\alpha^{-\nu} < 0$	Σ	Λ
9	Για πραγματικούς α, β με $\alpha = \beta$ ισχύει $\alpha^{\nu} = \beta^{\nu}$ όπου ν ακέραιος	Σ	Λ
10	Ισχύει $(-\alpha)^0 = -1$ για κάθε $\alpha\neq 0$ πραγματικό αριθμό	Σ	Λ
11	Αν ν, μ διαδοχικοί φυσικοί $(-1)^{\nu} = -(-1)^{\mu}$ (π.χ. ν=23 και μ=24)	Σ	Λ
12	Αν ν άρτιος φυσικός $A=(-1)^{2\nu-1}+(-1)^{\nu-1}+(-1)^{\nu+1}+(-1)^{2\nu+1}=0$	Σ	Λ

Ομάδα ΙΙΙ – ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΗΣ

1. *(αντιστοίχισε με βέλη* ***Α → Β****, Α: παράσταση και Β: τιμή που αληθεύει την Α)*

Στήλη Α - ισότητα	Στήλη Β τιμή του x
$(\alpha^{-2})^{x+1} = \alpha^8$	3
	-3
$\beta\neq 0$, $(\alpha/\beta)^{7+x} = 1$	-5
	0
$[(\alpha.\beta)^x]^{-1} = (\beta.\alpha)^3$	5
	-6
$\alpha^5.(\alpha^{x-2})^{-1} = \alpha^1$	+6
	+7
$(\alpha^{x-2})^{-1} = \alpha^2$	-7

2. *(αντιστοίχισε με βέλη **A → B**, ώστε A = B)*

Στήλη A	**Στήλη B**
$\alpha^{\mu}.\alpha^{\nu}$	$(\alpha\beta)^{\mu}$
$\alpha^{\mu}.\beta^{\mu}$	1
$\alpha^{\mu} : \alpha^{\nu}$	$1/\alpha^{\mu}$
$\alpha^{\nu} : \beta^{\nu}$	$1/\alpha$
α^{o}	$\alpha^{\nu+\mu}$
α^{-1}	$\alpha^{\mu-\nu}$
$\alpha^{-\mu}$	$(\alpha : \beta)^{\nu}$

Ασκήσεις 3 - Ρίζες

Ομάδα Ι – ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

(βάλε σε κύκλο το κεφαλαίο γράμμα με την σωστή απάντηση)

1. Για να ισχύει η σχέση $\sqrt{\alpha^2}=\alpha$ πρέπει:
   Α. α≥0 Β. α<0 Γ. α πραγματικός Δ. α άρτιος Ε. |α|≥0

2. Η ρίζα του ένα ($\sqrt{1}$) ισούται με :
   Α. 1 Β. –1 Γ. 0 Δ. -|1| Ε. 2

3. Για κάθε πραγματικό αριθμό α, $\sqrt{\alpha^2}$ ισούται με:
   Α. 0, μηδέν Β. –α αν α≥0 Γ. –α αν α≤0 Δ. -|α| Ε. δεν ορίζεται

4. Αν α πραγματικός, κ ακέραιος η ρίζα $\sqrt{\alpha^{2\kappa+1}}$ έχει νόημα πραγματικού αριθμού (ορίζεται στο R) αν:
   Α. κ φυσικός Β. 2κ+1 θετικός Γ. κ περιττός Δ. α≥0 Ε. κ άρτιος

5. Όμοια η ρίζα $\sqrt{\alpha^{2\kappa}}$, κ≠0 έχει νόημα πραγματικού αριθμού (ορίζεται στο R) αν:
   Α. κ φυσικός Β. πάντα Γ. κ περιττός Δ. ποτέ Ε. κ άρτιος

6. Όμοια η ισότητα $\left(\sqrt{\alpha^{2\kappa+1}}\right)^2 = \sqrt{\left(\alpha^{2\kappa+1}\right)^2}$ ισχύει και ορίζεται αν:
   Α. α θετικός Β. πάντα Γ. κ περιττός Δ. ποτέ Ε. 2κ άρτιος

7. Όμοια η ισότητα $\left(\sqrt{\alpha^{2\kappa}}\right)^2 = \sqrt{\left(\alpha^{2\kappa}\right)^2}$ ισχύει και ορίζεται αν:
   Α. α αρνητικός Β. πάντα Γ. κ περιττός Δ. ποτέ Ε. κ άρτιος

8. Αν α, β πραγματικοί η ισότητα $\sqrt{\alpha^2\cdot\beta}=|\alpha|\cdot\sqrt{\beta}$ ισχύει και ορίζεται αν:
   Α.α=0 Β. α θετικός Γ. πάντα Δ. α αρνητικός Ε. β θετικός

9. Αν α, β≥0 πραγματικοί, κ ακέραιος η ισότητα $\sqrt{\alpha^{2\kappa}\cdot\beta}=-\alpha^{\kappa}\cdot\sqrt{\beta}$ ισχύει και ορίζεται αν:
   Α. α≠0 Β. α θετικός Γ. πάντα Δ. α αρνητικός Ε. α αρνητικός & κ μονός

10. Αν α, β πραγματικός, κ ακέραιος η ρίζα $\sqrt{(5\alpha-3\beta)^{2\kappa+1}}$ έχει νόημα πραγματικού αριθμού (ορίζεται) αν:
    Α. α, β θετικοί Β. α, β αρνητικοί Γ. $\beta\le\frac{5}{3}\alpha$ Δ. $\beta\ge\frac{5}{3}\alpha$ Ε. κ άρτιος

11. Η παράσταση Α=$4\sqrt{2}$ ισούται με:
    Α. $\sqrt{4\cdot 2}$ Β. 4 Γ. $\sqrt{32}$ Δ. $\sqrt{16}$ Ε. $\sqrt{12}$

12. Η παράσταση Α = $\sqrt{72}$ ισούται με:
    Α. $6\sqrt{2}$ Β. 72:2 Γ. 72^2 Δ. $12\sqrt{4}$ Ε. $\sqrt{2}\cdot 4$

13. Η παράσταση Α = $7\sqrt{3}$ - $2\sqrt{3}$ ισούται με:

Α. $5\sqrt{6}$ Β. $5\sqrt{3}$ Γ. 0 Δ.$5\sqrt{0}$ Ε. $\sqrt{3}$

14.Η παράσταση $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ισούται με:

Α. $0,5\sqrt{3}$ Β. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ Γ. 0 Δ. $\sqrt{3}$ Ε. $\sqrt{6}$

15.Για κάθε α>0 η παράσταση $(\sqrt{\alpha})^{-1}$ ισούται με:

Α. α Β. α+$\sqrt{\alpha}$ Γ. 0, μηδέν Δ. $\sqrt{\alpha}$ Ε. $\frac{\sqrt{\alpha}}{\alpha}$

16.Για α, β πραγματικούς θετικούς αριθμούς η παράσταση $\left(\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}\right)\left(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}\right)$ ισούται με:

Α. α+β Β. α-β Γ. 0, μηδέν Δ. $2\sqrt{\alpha}-2\sqrt{\beta}$ Ε. $2\sqrt{\alpha}$

Ομάδα ΙΙ – ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟΥ _ ΛΑΘΟΥΣ

(βάλε σε κύκλο το Σ αν η πρόταση είναι σωστή, διαφορετικά σε κύκλο το Λ)

1	$\sqrt{\alpha-\beta}=\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}$	**Σ**	**Λ**
2	$\sqrt{18}+\sqrt{50} = 8\sqrt{2}$	**Σ**	**Λ**
3	$\sqrt{\alpha^2\cdot\beta}=\alpha\cdot\sqrt{\beta}$ και β≥0	**Σ**	**Λ**
4	$\sqrt{\alpha^2}$ = -α αν α≤0	**Σ**	**Λ**
5	$\sqrt{(-5)^2}=\pm 5$	**Σ**	**Λ**
6	$\sqrt{-25}=\lvert -5\rvert$	**Σ**	**Λ**
7	$-\sqrt{(-5)^2}=-5$	**Σ**	**Λ**
8	$\sqrt{\alpha\cdot\beta^{-1}}=\sqrt{\alpha}\cdot\sqrt{\beta^{-1}}$ και β≠0	**Σ**	**Λ**
9	$\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$	**Σ**	**Λ**
10	$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$	**Σ**	**Λ**
11	$\sqrt{(-\alpha)^2}$ = |α| για κάθε α πραγματικό	**Σ**	**Λ**
12	$\sqrt{(-5)^2}=-5$	**Σ**	**Λ**
13	$\frac{\sqrt{\alpha^2}}{\alpha}=-1$ αν α≤0	**Σ**	**Λ**

Ομάδα III – ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΗΣ

*(αντιστοίχισε με βέλη **Α → Β**, Α: παράσταση και Β: τιμή που αληθεύει την Α)*

Στήλη Α	**Στήλη Β**
$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{2}{3}$
$\sqrt{8100} : \sqrt{25}$	$\frac{3}{\sqrt{3}}$
$\sqrt{3}$	$2\left(2-\sqrt{3}\right)$
$\sqrt{2}\cdot\left(\sqrt{8}-\sqrt{6}\right)$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\sqrt{\sqrt{16}} : 3$	18

Ασκήσεις 4 - Διάταξη και πράξεις

Ομάδα Ι – ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

(βάλε σε κύκλο το κεφαλαίο γράμμα με την σωστή απάντηση)

1. Αν α, β πραγματικοί αριθμοί και ισχύει α>β, πολ/ζω και τα δύο μέλη με -2 τότε:
   Α. -2α<-2β Β. -2α>-2β Γ.-2α= -2β Δ.-2α≥-2β Ε.-2α≤-2β

2. Αν α, β πραγματικοί αριθμοί και ισχύει α<β, πολ/ζω και τα δύο μέλη με μηδέν τότε:
   Α. 0·α<0·β Β. 0·α>0·β Γ.0·α=0·β Δ.0·α≥0·β Ε.0·α≤0·β

3. Αν α>β και πολ/σω τα δύο μέλη με το x^2 όπου x πραγματικός $\neq 0$ τότε:
   Α. $\alpha x^2<\beta x^2$ Β. $\alpha x^2\geq\beta x^2$ Γ.$\alpha x^2=\beta x^2$ Δ. $\beta x^2< \alpha x^2$ Ε.$\alpha x^2\leq\beta x^2$

4. Αν $\alpha \leq \beta$ και πολ/σω τα δύο μέλη με το x^{-2} όπου x πραγματικός $\neq 0$ τότε:
   Α. $\alpha\, x^{-2}< \beta\, x^{-2}$ Β. $\alpha\, x^{-2}\geq \beta\, x^{-2}$ Γ.$\alpha\, x^{-2} = \beta\, x^{-2}$ Δ.$\alpha\, x^{-2} < \beta\, x^{-2}$ Ε.$\alpha\, x^{-2} \leq \beta\, x^{-2}$

5. Αν α β θετικοί πραγματικοί αριθμοί με α>β τότε ισχύει:
   Α. α>0 & β>0 Β. α-β< 0 Γ. α/β= 1 Δ. α/β> 1 Ε. α/β< 1

6. Αν α>β και β>γ όπου α,β,γ πραγματικοί αριθμοί ισχύει:
   Α. α<γ Β. α+β>α+γ Γ. α > γ Δ. β < γ Ε. 2β> α+γ

7. Αν α>β και γ>δ ισχύει και αγ>βδ με την προϋπόθεση:
   Α. α>δ Β. α,β θετικά γ,δ αρνητικά Γ. α,β,γ,δ πραγματικούς Δ. ποτέ Ε. αβγδ>0

8. Η ανίσωση αx+β>0 όπου α<0 έχει λύση την:
   Α. x>0 Β. x>α Γ. x < α/β Δ. x<-β:α Ε. x>αβ

Ομάδα ΙΙ - (Σύντομης απάντησης)

1. Αν –1<α<1 και 2<β<5 τότε μεταξύ ποίων τιμών περιέχονται οι τιμές των παραστάσεων:
   - α+β α-β αβ
   - α-2β α:3 2α+3β-1
2. Να λυθούν από κοινού οι ανισώσεις $-2(x-5) < 7$ και $2{,}5x+\frac{\chi}{3}<5{,}5$

Ομάδα ΙΙΙ- (Διάταξης – σε σειρά από μικρότερο προς μεγαλύτερο)

1. Αν α, β θετικοί πραγματικοί και α>β να γίνει διάταξη στα παρακάτω:
   - $1,\ \frac{\alpha}{\beta},\ \frac{\beta}{\alpha}$
   - $\frac{\alpha}{\beta},\ 1,\ \frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta}$

2. Αν για α πραγματικό ισχύει 0<α<1 να γίνει διάταξη στα: $\frac{1}{\alpha}, \frac{\alpha+1}{2}, 0, \alpha-1, 1, \alpha$
3. Όμοια αν α>1 στα $\frac{1}{\alpha}, \alpha, \sqrt{\alpha}, 0, 1$
4. Όμοια αν α>β θετικοί πραγματικοί και x>0 στα:
   - $\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\alpha+1}{\beta+1}, \frac{\alpha}{\beta+1}$
   - $\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\chi+\alpha}{\chi+\beta}$

Ομάδα IV - (συμπλήρωσε τις ……… για μία σωστή απάντηση)

1. Αν α, β πραγματικοί με $\alpha\beta \neq 0$ τότε ……. και ……. .
2. Αν α+β = 0 τότε ο πραγματικός α είναι ο ………….. του β .
3. Για α, β πραγματικούς με β≠0 τότε από την ισότητα $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$ προκύπτει η α • 3 = …•2 ισότητα .
4. Για κάθε α, β, γ πραγματικό αριθμό ισχύει η …………… ιδιότητα, α(β+γ) = αβ+αγ .
5. Αν ο ακέραιος α είναι περιττός τότε ο α+1 είναι ………. ενώ 2α είναι …….. και ο 5α+7 είναι ……… .
6. 1. Αν $x < 4$ τότε $-\frac{\chi}{2}$ ………… -2
7. 2. Αν $-x > -6$ τότε $\frac{\chi-2}{2}$ ………. 2
8. 3. Αν $\alpha < -\beta$ τότε -3 ………….. $\frac{\alpha+\beta-6}{2}$
9. $\alpha^{\ldots+2} \cdot \alpha^{-\nu} = \alpha^2$ (στις παρακάτω δυνάμεις οι εκθέτες είναι ακέραιοι αριθμοί)
10. $\alpha^{\nu} : \alpha^{\nu-\mu} =$ ………
11. $\alpha^{-6} = \frac{1}{\left(\alpha^3\right)^{\ldots\ldots}}$
12. $\frac{1}{\alpha^{-3}}$ = ………, α≠0
13. $\alpha^{-\kappa}$ = ………, α≠0
14. $-(x.\psi.\omega)^{\text{-------}} = -1$

Ασκήσεις ανάπτυξης

1. Αν $0<\alpha<\beta<\gamma$, όπου α, β, γ πραγματικοί αριθμοί να αποδείξετε την ανισότητα:

   α] $\alpha^2 < \beta^2$ β] $\sqrt{\alpha} < \sqrt{\beta}$ γ] $\alpha < \dfrac{\alpha+\beta+\gamma}{3} < \gamma$

2. Αν α, β πραγματικοί όπου $\alpha>1$ και $\beta>1$ να αποδείξετε: $\alpha+\beta < 1 + \alpha\beta$

3. Αν α,β,γ πραγματικοί όπου $0<\beta<\alpha$ και $\gamma>0$ να αποδείξετε $\dfrac{\alpha+\gamma}{\beta+\gamma} < \dfrac{\alpha}{\beta}$

4. Για τους πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $\alpha>\sqrt{2}$ και $\beta>3\sqrt{2}$ να αποδείξετε $\alpha.\beta>6$

5. Όμοια $\alpha>\sqrt{3}$ και $\beta<-\sqrt{3}$ τότε $\alpha.\beta -3 < (\beta-\alpha).\sqrt{3}$

6. Για πραγματικούς $\alpha>0$, $\beta>0$ και $\alpha>0$ να αποδείξετε ότι $\alpha^{-2}<\beta^{-2}$

7. Να λυθούν οι ανισώσεις:

   Α. $\dfrac{1}{6}(4x-3)+4-\dfrac{3x}{2} > \dfrac{13}{8}$ Β. $-\dfrac{2-x}{3} > 1+3(8x-7)$

   Γ. $7(4x-3) > 1+3(8x-7)$ Δ. $\dfrac{5x}{6}-\dfrac{x}{2}+2<\dfrac{x}{3}+5$

   Ε. $\dfrac{x+3}{3} - \dfrac{5x}{6} \quad -1+\dfrac{x}{2}>0$ ΣΤ. $\dfrac{x-3}{4} - x + \dfrac{x-2}{3} < \dfrac{x-1}{2}$

8. Να αποδείξεις ότι $\left[\left(\dfrac{\alpha}{2\beta^2}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{\beta}{2\alpha^2}\right)^2\right] : (4\alpha\beta)^{-2} = 1$ όπου $\alpha\neq 0$ και $\beta\neq 0$ πραγματικοί.

9. Να υπολογιστούν και απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

   α] $\left(\dfrac{3\beta^2}{2\alpha^3}\right)^{-4} \cdot \left(\dfrac{9\beta^2}{4\alpha^6}\right)^2$ β] $\dfrac{\alpha^{-2}\beta}{\delta^{-2}\gamma} \cdot \left(\dfrac{\beta\delta}{\alpha\gamma}\right)^{-2}$

10. Αν $\alpha>0$, $\beta>0$ και $\alpha\neq\beta$ να αποδείξετε :

    α] $\dfrac{\alpha\sqrt{\alpha\beta^2}-\beta\sqrt{\beta\alpha^2}}{\sqrt{\beta}-\sqrt{\alpha}} = -\alpha\cdot\beta$ β] $\sqrt{\dfrac{\alpha\beta^2}{3}} : \sqrt{\dfrac{3\alpha}{\beta^2}} = \dfrac{\beta^2}{3}$ γ] $\dfrac{\alpha\sqrt{\alpha^2\beta^4}+\beta\sqrt{\alpha^4\beta^2}}{\alpha\beta} = 2\alpha\beta$

    δ] $\dfrac{2\sqrt{\alpha}-1}{2\alpha-\sqrt{\alpha}} : \left(5\sqrt{\alpha}\right)^{-1}$ και $\alpha \neq 0{,}25$

11. Να λυθούν οι εξισώσεις:

    α] $3^{2x+1} = 9^3$ β] $10^{x+1} . 100 = 1$ γ] $(-2)^{5x} = 64$

    δ] $(\sqrt{2})^x = (\sqrt{5})^x$ ε] $\left(\sqrt{\dfrac{3}{4}}\right)^{5\chi} . \sqrt{\dfrac{4}{3}} = \dfrac{9}{16}$