

ΚΡΙΤΗΡΙΟ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ ΣΤΗΝ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ (Διάρκεια 3 ώρες)

Θέμα 1^ο : Α. Να δείξετε ότι $\eta\mu^2\omega + \sigma\nu\nu^2\omega = 1$. Μονάδες 8

Β. α) Πότε μία συνάρτηση λέγεται περιοδική με περίοδο $T > 0$. Μονάδες 4

β) Ποια είναι η σχέση των μ^0 και των α ακτινίων μιας γωνίας ω ;

Μονάδες 3

Γ. Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ)

α) Η εξίσωση $\eta\mu x = \pi$ είναι αδύνατη Σ Λ

β) Ισχύει $(\sigma\nu\nu 4x - 1)(1 + \eta\mu 3x) \leq 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Σ Λ

γ) Ισχύει $\eta\mu^2(\pi + \theta) + \sigma\nu\nu^2(\pi - \theta) = 1$. Σ Λ

δ) Ισχύει $\eta\mu^2 \frac{\pi}{7} + \sigma\nu\nu^2 \frac{15\pi}{7} = 1$. Σ Λ

ε) Αν $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$ και $\eta\mu\theta = -\frac{2}{3}$, τότε $\sigma\nu\nu\theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$. Σ Λ

στ) Ισχύει $4\sigma\varphi \frac{\pi}{3} \eta\mu \frac{\pi}{6} \varepsilon\varphi \frac{\pi}{4} \sigma\nu\nu \frac{\pi}{6} = 1$. Σ Λ

ζ) Αν $\sigma\varphi\theta = 2 - \sqrt{5}$, τότε $\varepsilon\varphi\theta = -2 - \sqrt{5}$. Σ Λ

η) Αν $\sigma\varphi\theta \cdot \eta\mu\theta > 0$ και $\sigma\nu\nu\theta \cdot \varepsilon\varphi\theta < 0$, τότε $\frac{3\pi}{2} < \theta < 2\pi$. Σ Λ

θ) Η εξίσωση $\varepsilon\varphi x = -\sqrt{3}$ έχει λύση την $x = \kappa\pi + \frac{\pi}{6}$, $\kappa \in \mathbb{Z}$. Σ Λ

ι) Η συνάρτηση $f(x) = 3\sigma\nu\nu 5x$ έχει σύνολο τιμών το $\left[0, \frac{1}{2}\right]$. Σ Λ

Μονάδες 1x10=10

Θέμα 2^ο : Να δείξετε ότι:

α) $\eta\mu^4 \frac{\pi}{5} - \sigma\nu\nu^2 \frac{3\pi}{10} = -\eta\mu^2 \frac{\pi}{5} \cdot \sigma\nu\nu^2 \frac{\pi}{5}$. Μονάδες 7

$$\beta) \frac{\varepsilon\varphi(2\pi+\theta) \cdot \varepsilon\varphi(\pi-\theta) \cdot \sigma\upsilon\nu(2\pi+\theta)}{\sigma\varphi\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right) \cdot \sigma\varphi\left(\frac{3\pi}{2}-\theta\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)} = -1, \text{ για κάθε } \theta \in \mathbb{R}. \quad \text{Μονάδες 9}$$

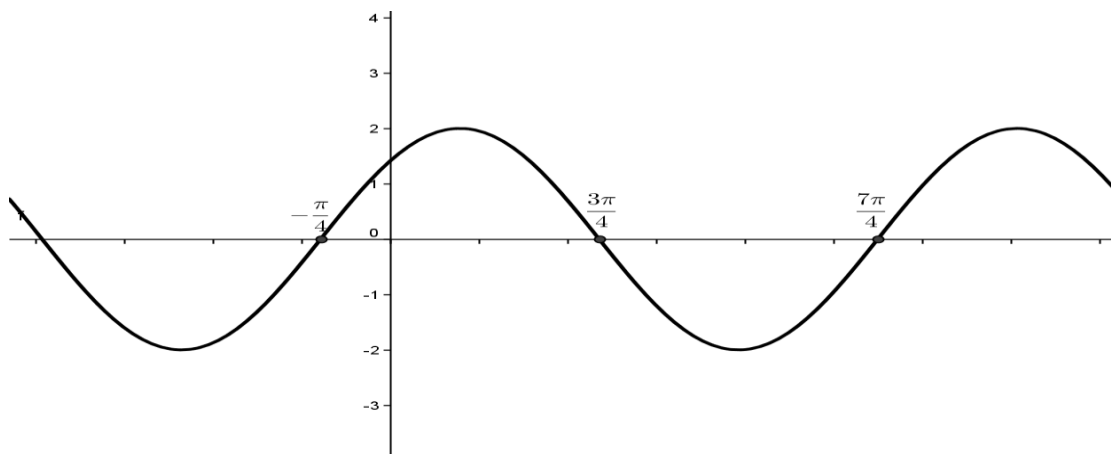
$$\gamma) \frac{\eta\mu^2\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \sigma\upsilon\nu(7\pi+\alpha) \cdot \eta\mu\left(-\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)}{\sigma\upsilon\nu^2\pi + \eta\mu\left(-\frac{5\pi}{2}-\alpha\right)} = 1 + \sigma\upsilon\nu\alpha \text{ για κάθε } \alpha \in \mathbb{R}. \quad \text{Μονάδες 9}$$

Θέμα 3^ο : Α. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha + 1 + (\beta - 2) \cdot \sigma\upsilon\nu(\gamma\pi x)$, η οποία διέρχεται από το σημείο $M\left(\frac{1}{2}, -3\right)$, έχει περίοδο $T=2$ και μέγιστο το 4.

I. Να βρείτε τους αριθμούς α, β, γ . Μονάδες 7

II. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση είναι άρτια ή περιττή. Μονάδες 6

B. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας περιοδικής συνάρτησης στο διάστημα μιας περιόδου και είναι της μορφής $f(x) = \rho\eta\mu(\omega x + \alpha)$. Να βρείτε τον τύπο της. Μονάδες 12



Θέμα 4^ο : α) Να λύσετε την εξίσωση $4\sigma\upsilon\nu^2\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - 4\sqrt{3}\sigma\upsilon\nu\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 3 = 0$, στο διάστημα $[-\pi, \pi]$. Μονάδες 13

β) Να λύσετε γραφικά την εξίσωση $\eta\mu x = \sigma\upsilon\nu x$, στο διάστημα $[0, 2\pi]$.

Μονάδες 12

Καλή επιτυχία