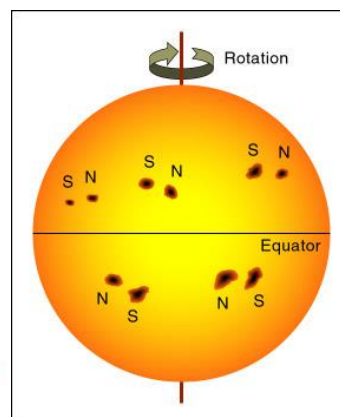
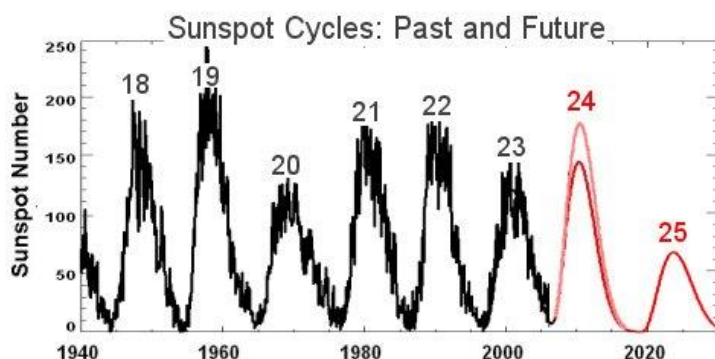


1<sup>ο</sup> Φύλλο Εργασίας στην Αριθμητική Πρόοδο (εισαγωγή στην έννοια)

Δραστηριότητα 1<sup>η</sup> (ένα αστρονομικό θέμα)



Ο Ήλιος μας δεν είναι ένας απεγάδιαστος φωτεινός δίσκος. Στην επιφάνειά του διακρίνονται κηλίδες, που άλλοτε καλύπτουν μεγάλο μέρος της και άλλοτε μικρό. Ο κύκλος αυτός της αυξομείωσης των ηλιακών κηλίδων διαρκεί 11 έτη, όπως φαίνεται και στο παραπάνω διάγραμμα όπου απεικονίζεται η επιφάνεια που καλύπτουν οι ηλιακές κηλίδες ανά έτος.

Ας εστιάσουμε στο μέγιστο κάθε κύκλου, που στον τελευταίο (τον 24<sup>ο</sup>) ήταν το 2013. Αν το ένα μέγιστο από το επόμενο του απέχει 11 έτη, μπορείτε να βρείτε

α) πότε ήταν το μέγιστο του 1<sup>ου</sup> κύκλου;

β) πόσα μέγιστα θα εμφανιστούν τον 21<sup>ο</sup> αιώνα (από το 2001 έως το 2100);

Δραστηριότητα 2<sup>η</sup> (αριθμητικό μοτίβο)

Θέλουμε να κατασκευάσουμε μια ακολουθία αριθμών που ο 1<sup>ος</sup> όρος να είναι το 2 και κάθε άλλος όρος να προκύπτει από τον προηγούμενό του με την πρόσθεση του αριθμού  $\omega=3$ . Μπορείς να γράψεις τους 5 αρχικούς όρους της ακολουθίας;

$$\alpha_1=2, \quad \alpha_2=__, \quad \alpha_3=__, \quad \alpha_4=__, \quad \alpha_5=__$$

Με ποια μαθηματική έκφραση αποδίδεται η έκφραση «κάθε άλλος όρος προκύπτει από τον προηγούμενό του με την πρόσθεση του αριθμού  $\omega$ »;

**Ορισμός:** Μια ακολουθία με την παραπάνω ιδιότητα καλείται *Αριθμητική Πρόοδος* (Α.Π.) με διαφορά  $\omega$  και η σχέση που έγραψες είναι ο *αναδρομικός τύπος* της Α.Π.

Μπορείς να βρεις τον γενικό όρο της Α.Π.;

Θα σε βοηθήσουν οι επόμενες ισότητες, αν τις συμπληρώσεις και τις προσθέσεις κατά μέλη.

$$\alpha_1 = \alpha_1$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\alpha_3 = \alpha_2 + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\alpha_4 = \alpha_3 + \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\alpha_{v-1} = \alpha_{v-2} + \underline{\hspace{2cm}}$$

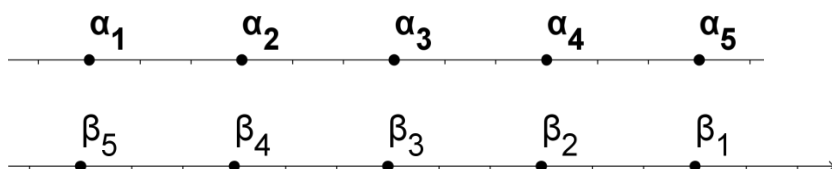
$$\alpha_v = \alpha_{v-1} + \underline{\hspace{2cm}}$$

Συνεπώς,

$$\alpha_v = \alpha_1 +$$

### Ερωτήσεις Κατανόησης:

1. Στην αριθμητική πρόοδο 4, -1, -6, -11, ... η διαφορά είναι:
2. Στην αριθμητική πρόοδο 8, 8, 8, ... η διαφορά είναι:
3. Ο 18<sup>ος</sup> όρος της αριθμητικής προόδου 5, 12, 19, .... είναι:
4. Παραστήσαμε γραφικά, στην ευθεία των πραγματικών αριθμών, τους όρους δύο αριθμητικών προόδων, της ( $\alpha_v$ ) και της ( $\beta_v$ ). Η μία έχει διαφορά 3 και η άλλη έχει διαφορά -3. Μπορείς να βρεις ποια είναι ποια;



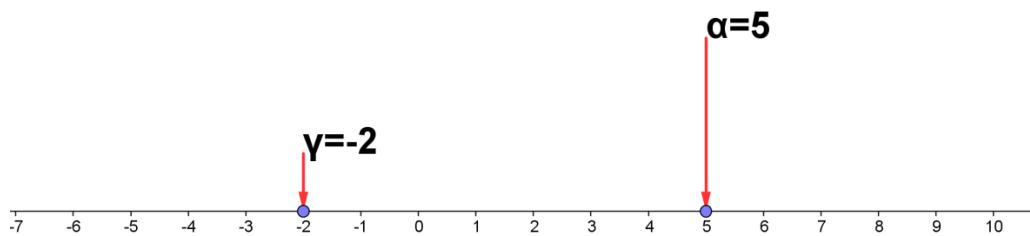
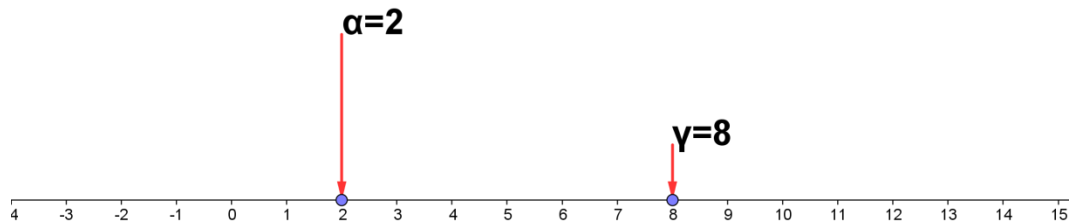
5. Αν ο 5<sup>ος</sup> όρος μιας αριθμητικής προόδου είναι 8 και η διαφορά της είναι 3, τότε ο 1<sup>ος</sup> όρος της είναι:
6. Αν η ( $\alpha_v$ ) είναι αριθμητική πρόοδος για την οποία ισχύει  $\alpha_5 - \alpha_2 = 12$ , τότε το  $\omega$  είναι:
7. Αν η ( $\alpha_v$ ) είναι αριθμητική πρόοδος για την οποία ισχύει  $\alpha_5 - \alpha_2 = 12$ , τότε το  $\alpha_1$  είναι:
8. Αν η ( $\alpha_v$ ) είναι αριθμητική πρόοδος, να εκφράσεις τη διαφορά  $\alpha_v - \alpha_\mu$  συναρτήσει των  $v$ ,  $\mu$  και  $\omega$ .

### Ασκήσεις του βιβλίου: A4, A5

2<sup>ο</sup> Φύλλο Εργασίας στην Αριθμητική Πρόοδο (παρεμβολή όρων)

**Δραστηριότητα 1<sup>η</sup>**

Στα επόμενα διαγράμματα δίνονται οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\gamma$  και ζητάμε να τοποθετήσουμε και τον αριθμό  $\beta$  έτσι ώστε οι  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $\gamma$  να είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.



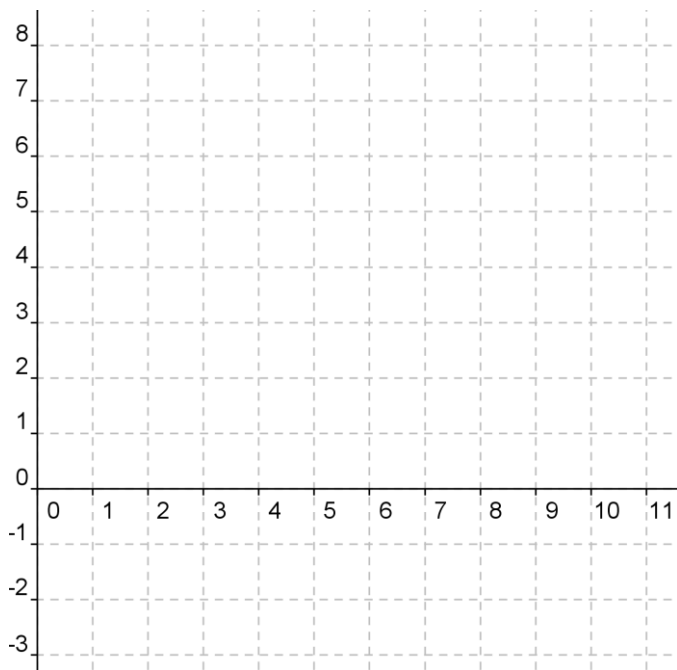
1. Ποια αλγεβρική σχέση συνδέει τους  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $\gamma$ ; Πώς καλείται ο  $\beta$  σε αυτήν την περίπτωση;  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_
2. Αντίστροφα: Να αποδείξεις ότι όταν ο  $\beta$  ικανοποιεί την αλγεβρική σχέση που εντόπισες στο (1), τότε αναγκαστικά οι  $\alpha$ ,  $\beta$  και  $\gamma$  είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

**Δραστηριότητα 2<sup>η</sup> (το σβησμένο ημερολόγιο)**

Μήνας ???						
Κ	Δ	Τ	Τ	Π	Π	Σ
					x	
			y			

Σε ένα ημερολόγιο βρέθηκε ένας μήνας σβησμένος. Το μόνο που γνωρίζουμε είναι ότι ο μήνας έχει 30 ημέρες και ότι το άθροισμα των ημερομηνιών  $x$  και  $y$  είναι 20. Μπορείς να συμπληρώσεις τις ημερομηνίες;

### Δραστηριότητα 3<sup>η</sup> (το γράφημα μιας αριθμητικής προόδου)



Να τοποθετήσεις στο καρτεσιανό επίπεδο μερικά από τα σημεία  $(n, a_n)$  για την αριθμητική πρόοδο με γενικό όρο  $a_n = -3 + 2n$ .

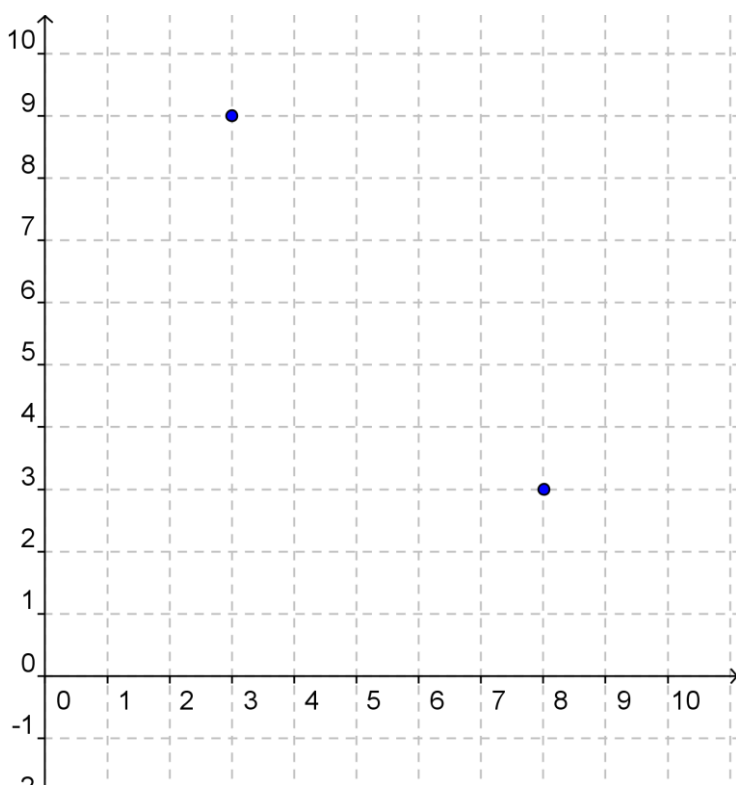
Τι παρατηρείς;

---

---

---

### Δραστηριότητα 4<sup>η</sup> (παρεμβολή όρων)



Χρησιμοποιώντας γεωμετρικά όργανα, σημείωσε στον άξονα  $y'y$  την ακριβή θέση των όρων  $a_4$ ,  $a_5$ ,  $a_6$  και  $a_7$  της αριθμητικής προόδου  $(a_n)$  του διαγράμματος.

(Θα πρέπει να κατανοήσεις τι πληροφορία σου δίνουν τα δύο σημεία που έχουν τοποθετηθεί για δύο όρους της ακολουθίας).

### Ασκήσεις του βιβλίου: A6, A7, B10

**Άσκηση 1:** Αν η  $(a_n)$  είναι αριθμητική πρόοδος, ποιος είναι ο αριθμητικός μέσος των  $a_1$  και  $a_7$ ;

**Άσκηση 2:** Αν  $\alpha < \beta$ , να αποδείξετε ότι κάθε αριθμός του διαστήματος  $[\alpha, \beta]$  γράφεται στη μορφή  $\lambda\alpha + (1-\lambda)\beta$  με  $0 \leq \lambda \leq 1$  και αντίστροφα.

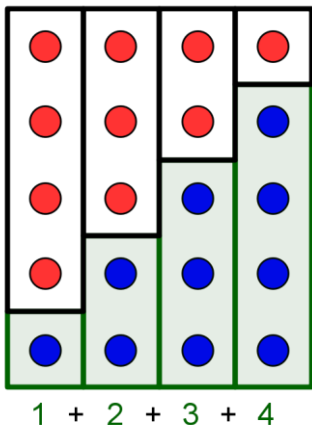
Όταν  $0 \leq \lambda \leq 1$ , ο αριθμός  $\lambda\alpha + (1-\lambda)\beta$  καλείται *κυρτός συνδυασμός* των  $\alpha$  και  $\beta$ .

ΟΝΟΜΑ \_\_\_\_\_ Ημερομηνία \_\_\_\_\_

### 3<sup>ο</sup> Φύλλο Εργασίας στην Αριθμητική Πρόοδο (άθροισμα αρχικών όρων)

#### Δραστηριότητα 1<sup>η</sup>

$$4 + 3 + 2 + 1$$



Πόσο κάνει  $1+2+3+\dots+n$ ;

Το διπλανό σχήμα ίσως να σε βοηθήσει. Πώς το σκέφτηκες;

---

---

---

<http://www.geogebraTube.org/student/m602729>

#### Δραστηριότητα 2<sup>η</sup>

Θεωρούμε την αριθμητική πρόοδο  $(a_n)$  και έστω  $S_n$  το άθροισμα των  $n$  αρχικών όρων της, δηλαδή

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

Μπορείς να εκφράσεις το  $S_n$  συναρτήσει των  $n$ ,  $a_1$  και  $a_n$ ;

---

Μπορείς να εκφράσεις το  $S_n$  συναρτήσει των  $n$  και  $\omega$ ;

---

Ασκήσεις του βιβλίου: A8, A10, A11, B8