

ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΙΣ ΓΡΑΠΤΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

A. ΘΕΩΡΙΑ

- Οι μαθητές υποχρεούνται σε διαπραγμάτευση ενός απλού από δύο τιθέμενα θέματα θεωρίας της διδαγμένης ύλης. Ένα θέμα από την Άλγεβρα και ένα θέμα από τη Γεωμετρία.
- Κάθε θέμα θεωρίας μπορεί να αναλύεται σε τρεις το πολύ ερωτήσεις της ίδιας ενότητας.

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- Οι μαθητές υποχρεούνται να λύσουν δύο από τρεις ασκήσεις ή προβλήματα.

Για μεν τις Α΄ και Β΄ τάξεις:

- Δύο ασκήσεις από την Άλγεβρα και μία από τη Γεωμετρία ή δύο ασκήσεις από τη Γεωμετρία και μία από την Άλγεβρα.

Ενώ για τη Γ΄ τάξη, στην οποία η σχέση ωρών Άλγεβρας -Γεωμετρίας είναι περίπου 70/30:

- Δύο ασκήσεις από την Άλγεβρα και μία από τη Γεωμετρία.
- Κάθε ένα από τα θέματα των ασκήσεων ή προβλημάτων δεν πρέπει να αποτελείται από δύο ή περισσότερες διαφορετικές ασκήσεις ή προβλήματα.

Μπορεί όμως κάθε άσκηση ή πρόβλημα να αναλύεται σε βήματα.

A. ΘΕΩΡΙΑ

Οι μαθητές υποχρεούνται σε διαπραγμάτευση ενός απλού από δύο τιθέμενα θέματα θεωρίας¹ της διδαγμένης ύλης.

Κάθε θέμα θεωρίας μπορεί να αναλύεται σε τρεις το πολύ ερωτήσεις της ίδιας ενότητας².

- Σύμφωνα με την εγκύκλιο, θα πρέπει κάθε θέμα Θεωρίας να περιλαμβάνει ύλη από ένα κεφάλαιο.
- Δεν μπορούμε π.χ. στο ένα υποερώτημα θεωρίας να βάζουμε κλάσματα και στο άλλο υποερώτημα γωνίες
- 1.Οι ερωτήσεις στην θεωρία πρέπει να προκύπτουν άμεσα από την ύλη του σχολικού βιβλίου και να μην απαιτούνται **υπολογιστικές ή αποδεικτικές** διαδικασίες.
- 2.Μιας ή περισσότερων παραγράφων του ίδιου κεφαλαίου. Διδακτική ενότητα θεωρείται μέρος κεφαλαίου ή όλο το κεφάλαιο ενιαίο, αν και το τελευταίο αποδίδεται καλύτερα με τον όρο «ευρύτερη διδακτική ενότητα».

B. ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Οι μαθητές υποχρεούνται να λύσουν δύο από τρεις ασκήσεις ή προβλήματα.

- Είναι θεμιτό τα θέματα να περιέχουν βήματα – σκαλοπάτια που να «οδηγούν» τον μαθητή στη λύση.

Μερικές φορές, είναι σκόπιμο να δίνονται και τα αποτελέσματα του α΄ υποερωτήματος, ώστε ο μαθητής να μην καθηλωθεί.

- Τα υποερωτήματα κάθε θέματος πρέπει να είναι παραπλήσιας δυσκολίας, εφόσον είναι και βαθμολογικά ισοδύναμα.
- Τα ζητούμενα οφείλουν να χρησιμοποιούν την ορολογία του σχολικού βιβλίου.
- Δεν μπορούμε σε ένα θέμα Ασκήσεων να δίνουμε προς επίλυση π.χ. δύο εξισώσεις ή δύο ανισώσεις ή να επαναλαμβάνεται 2 φορές το ίδιο ερώτημα, αφού στην ουσία πρόκειται για δύο ή περισσότερες ασκήσεις.
- Απλά σε ένα θέμα έχουμε υποερωτήματα- «σκαλοπάτια», εξαρτώμενα μεταξύ τους και υποβοηθητικά, ώστε να οδηγούν κατά κάποιο τρόπο τον μαθητή.
- Είναι βασικό να προσέξουμε ιδιαίτερα την εμφάνιση των θεμάτων.
- Να είναι γραμμένα σε υπολογιστή (αν είναι εφικτό) και τα σχήματα με χρήση κάποιου προγράμματος Δυναμικής Γεωμετρίας.
- Να μην είναι πυκνογραμμένα.
- Να είναι σαφή διατυπωμένα
- Να μην χρησιμοποιούμε έτοιμα θέματα από βοηθήματα
- Να έχουμε επαρκώς διδάξει τα ζητήματα αυτά κατά την διάρκεια της σχολικής χρονιάς.

Προτεινόμενο διαγώνισμα προαγωγικών εξετάσεων στην Α΄ Γυμνασίου

⇒ Θεωρία

A: α) Πότε δύο αριθμοί α, β διάφοροι του μηδενός λέγονται αντίθετοι και πότε λέγονται αντίστροφοι; **(2,3 μονάδες)**

β) Αν ο α είναι ένας ρητός αριθμός διάφορος του μηδενός, ποιος είναι ο αντίθετός του και ποιος είναι ο αντίστροφός του; **(2,3 μονάδες)**

γ) Έχει αντίστροφο ο αριθμός 0; Δικαιολογήστε την απάντησή σου. **(2,2 μονάδες)**

*

B: α) Τι ονομάζουμε μεσοκάθετο ενός ευθυγράμμου τμήματος AB; **(3,4 μονάδες)**

β) Γράψτε τρεις ιδιότητες της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος. **(3,4 μονάδες)**

⇒ Ασκήσεις

A: α) Δίνεται ο αριθμός $\alpha = \left(-\frac{8}{10}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{3}\right) : \left(1 - \frac{1}{3}\right)$. Ποιος είναι ο αριθμός α ; **(2,2 μονάδες)**

β) Η απόσταση δύο αντίθετων αριθμών πάνω στον άξονα των ρητών είναι 5,5. Ποιοι είναι οι δύο αριθμοί; **(2,2 μονάδες)**

γ) Να συγκρίνετε τον αρνητικό από τους δύο αριθμούς του ερωτήματος β) με τον αριθμό α του ερωτήματος α). **(2,2 μονάδες)**

*

B: Δίνεται μια γωνία $\omega = 36^0$.

A) Να υπολογίσετε τη συμπληρωματική και την παραπληρωματική γωνία της ω και να τις κατασκευάσετε. **(3,3 μονάδες)**

β) Να βρείτε τη γωνία φ αν γνωρίζετε ότι αν την μειώσουμε κατά 12^0 θα γίνει ίση με το μισό της διαφοράς της συμπληρωματικής από την παραπληρωματική της γωνίας ω . **(3,3 μονάδες)**

*

Γ: Από την είσοδο μιας βιομηχανίας περνούν κάθε πρωί εργάσιμης ημέρας 150 εργαζόμενοι μπαίνοντας στο εργοστάσιο για να δουλέψουν. Από αυτούς το 12% κατευθύνεται στα γραφεία της διοίκησης

όπου εργάζεται. Το $\frac{1}{6}$ πηγαίνει στην αποθήκη. 17 εργαζόμενοι είναι οδηγοί φορτηγών. Οι

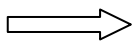
υπόλοιποι εργάζονται στην παραγωγή των προϊόντων.

α) Πόσοι εργάζονται στα γραφεία της διοίκησης; **(2,2 μονάδες)**

β) Πόσοι εργάζονται στην αποθήκη; **(2,2 μονάδες)**

γ) Ποιο ποσοστό των εργαζομένων εργάζεται στην παραγωγή; **(2,2 μονάδες)**

Προτεινόμενο διαγώνισμα προαγωγικών εξετάσεων στην Γ΄ Γυμνασίου



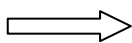
Θεωρία

ΘΕΜΑ 1^ο:

- Πότε μία ισότητα λέγεται ισότητα;
- Να γράψετε το ανάπτυγμα του γινομένου $(\alpha + \beta)^2$.
- Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$.

ΘΕΜΑ 2^ο:

- Να γράψετε τη σχέση που συνδέει τα συνημίτονα δύο παραπληρωματικών γωνιών.
- Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία ω με $\sin\omega \neq 0$ ισχύει $\varepsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$.
- Να γράψετε τη σχέση που συνδέει τις πλευρές ενός τριγώνου με τα ημίτονα των γωνιών του και ονομάζεται νόμος των ημιτόνων.



Ασκήσεις

ΘΕΜΑ 1^ο:

Δίνονται οι παραστάσεις $3x(x-5)$ και $(2x-1)^2$.

- Να βρείτε το ανάπτυγμα του γινομένου $3x(x-5)$.
- Να βρείτε το ανάπτυγμα του γινομένου $(2x-1)^2$.
- Να αποδείξετε ότι ισχύει: $5(2x-1)^2 - 3x(x-5) = 17x^2 - 5x + 5$.

ΘΕΜΑ 2^ο:

Δίνεται η εξίσωση: $\frac{x}{3x^2-12} - \frac{1}{2x^2-6x+4} = \frac{1}{3(x-1)}$.

- Να παραγοντοποιήσετε τα πολυώνυμα: $3x^2-12$ και $2x^2-6x+4$.
- Να προσδιορίσετε τις τιμές του x για τις οποίες ορίζονται οι όροι της παραπάνω εξίσωσης.
- Να λύσετε την παραπάνω εξίσωση.

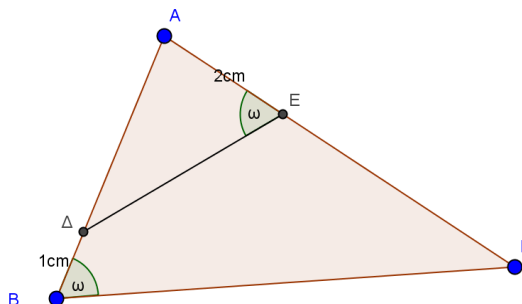
ΘΕΜΑ 3^ο:

Στο διπλανό σχήμα είναι

$\angle AED = \angle AB\Gamma = \omega$, $B\Delta = 1\text{cm}$, $AE = 2\text{cm}$

και τα εμβαδά των τριγώνων $AB\Gamma$ και $AE\Delta$ συνδέονται με τη σχέση: $(AB\Gamma) = 9(AE\Delta)$.

- Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AE\Delta$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια.
- Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα των τριγώνων $AE\Delta$ και $AB\Gamma$.
- Να υπολογίσετε τα μήκη των ευθυγράμμων τμημάτων $A\Delta$ και $E\Gamma$.



ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

Α΄ ΤΑΞΗ

ΘΕΩΡΙΑ:

- α) Πότε μια γωνία ονομάζεται κυρτή. Να κατασκευάσετε μία κυρτή γωνία. (2,2 βαθμοί)
 β) Πότε δύο γωνίες λέγονται εφεξής; Να κατασκευάσετε δύο εφεξής γωνίες. (2,2 βαθμοί)
 γ) Πότε 3 γωνίες λέγονται διαδοχικές; Να κατασκευάσετε 3 διαδοχικές γωνίες. (2,2 βαθμοί)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

1. Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

a) $A = 42 - 5 \cdot 2^3 + (6^2 - 5^2) : 11$

b) $B = \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} \right) : \left(-\frac{7}{10} \right)$

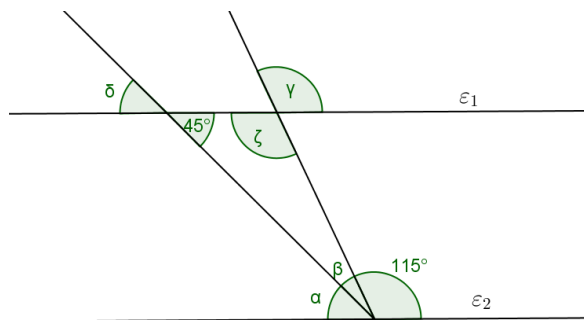
c) Αν $A=3$ και $B=-1$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\Gamma = A \cdot B^2 - A^4$

*

2. Στο σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.

Να υπολογίσετε με αιτιολόγηση:

- a) Τις γωνίες α και γ .
 b) Τις γωνίες δ , ζ και β .
 c) Αν η γωνία ζ είναι ίση με $4x-45^0$ μοίρες, να βρείτε το x .



Β΄ ΤΑΞΗ

ΘΕΩΡΙΑ:

1. α) Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο

β) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^0$)

A) $AG^2 = AB^2 + B\Gamma^2$, B) $AB^2 =$

Δ) $AB^2 = B\Gamma^2 + AG^2$, E) $B\Gamma^2 =$

βαθμοί)

ορές του.

-2

Τρεις (3) από τις παραπάνω ισότητες εκφράζουν το Πυθαγόρειο Θεώρημα. Αυτές είναι οι:

I) A,B και Δ II) B,Γ και E III) A,Δ και ΣΤ IV) Γ,E και ΣΤ V) A,Γ και E

Επιλέξτε τη σωστή απάντηση (2,2 βαθμοί)

γ) Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος. (2,2 βαθμοί)

*

2. α) Να δώσετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός θετικού αριθμού a . (2,2 βαθμοί)

β) Να δικαιολογήσετε γιατί δεν ορίζεται τετραγωνική ρίζα αρνητικού αριθμού.

(2,2 βαθμοί)

γ) Ποιοι αριθμοί καλούνται ρητοί, ποιοι άρρητοι και ποιοι πραγματικοί. (2,2 βαθμοί)

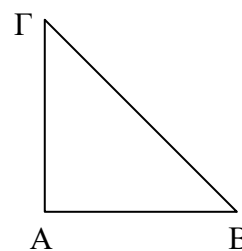
*

3. A. Αν το τρίγωνο ABΓ του διπλανού σχήματος είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$, να συμπληρώσετε τις παρακάτω σχέσεις:

$\eta\mu B = \dots\dots\dots$,

$\sigma\upsilon\nu B = \dots\dots\dots$,

$\epsilon\phi B = \dots\dots\dots$



(3,3 βαθμοί)

B. Να αντιστοιχίσετε σε κάθε αριθμό της στήλης A τον ίσο αριθμό από τη στήλη B.

Στήλη A	Στήλη B
A) $\eta\mu 30^\circ$	1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
B) $\epsilon\phi 45^\circ$	2) 1
	3) $\frac{1}{2}$

(3,3 βαθμοί)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

1. Αν σε ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) είναι $AG=8\text{cm}$ και $\epsilon\phi B = \frac{4}{3}$, να βρεθούν:

a) Οι πλευρές AB και BΓ του τριγώνου ABΓ. (2 βαθμοί)

b) $\eta\mu\Gamma$, $\sigma\upsilon\nu\Gamma$, $\epsilon\phi\Gamma$. (1,5 βαθμοί)

c) Το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ. (1,5 βαθμοί)

d) Το ύψος AΔ που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα BΓ. (1,8 βαθμοί)

*

2. Η ρόδα ενός ποδηλάτου έχει ακτίνα 25cm. Το ποδήλατο κινείται σε έναν κυκλικό στίβο. Όταν η ρόδα συμπληρώσει 100 περιστροφές, το ποδήλατο έχει συμπληρώσει ακριβώς έναν κύκλο στη διαδρομή του.
- Να υπολογίσετε το μήκος της κυκλικής διαδρομής του ποδηλάτου και την ακτίνα της διαδρομής αυτής.
 - Να υπολογιστεί το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου που δημιουργείται από τη διαδρομή του ποδηλάτου.
 - Να υπολογιστεί το μήκος του τόξου που έχει διαγράψει το ποδήλατο όταν η ρόδα του έχει συμπληρώσει 3 περιστροφές.
- Δίνεται $\pi \approx 3,14$.

Γ ΤΑΞΗ

ΘΕΩΡΙΑ:

- Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$. **(3,6 βαθμοί)**
 - Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση. Το ανάπτυγμα του $(x + 1)^3$ είναι:
A: x^3+1 , B: x^3+3x^2+3x+1 , Γ: x^3-3x^2+3x-1 , Δ: x^3-1 **(1 βαθμοί)**
 - Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες.
A. $(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$
B: $(x - 1)^3 = x^3 - 3x + 3x^2 - 1$ **(2 βαθμοί)**
- Να αναφέρετε τα κριτήρια ισότητας δύο τυχαίων τριγώνων. **(4,6 βαθμοί)**
 - Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες.
 - Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές τους ίσες μία προς μία τότε είναι ίσα.
 - Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία και μία πλευρά του ενός είναι ίση με μία πλευρά του άλλου τότε είναι ίσα. **(2 βαθμοί)**
- Με τι είναι ίσος ο λόγος δύο ευθυγράμμων τμημάτων;
 - Πότε δύο ευθύγραμμα τμήματα α, γ είναι ανάλογα προς δύο άλλα ευθύγραμμα τμήματα β, δ .
 - Αναφέρατε τις σημαντικότερες ιδιότητες των αναλογιών.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ:

1. Δίνεται η εξίσωση $\frac{3}{x^2 - 4} + \frac{2}{x^2 + 4x + 4} = \frac{1}{x + 2}$.

α) Να βρείτε το Ε.Κ.Π των παρανομαστών.

β) Να βρείτε ποιοι περιορισμοί πρέπει να ισχύουν για το x , ώστε να έχει νόημα η παραπάνω εξίσωση.

γ) να αποδείξετε 'ότι εφόσον ισχύουν οι περιορισμοί αυτοί, η παραπάνω εξίσωση είναι ισοδύναμη με την $-x^2 + 5x + 6 = 0$ την οποία να λύσετε.

2. Έστω τα πολυώνυμα $P(x) = (x - 1)^3 + (x - 1)^2 - x$ και $Q(x) = x^2 - 2x$.

α) Να δείξετε ότι $P(x) = x^3 - 2x^2$.

β) Να παραγοντοποιήσετε τα πολυώνυμα $P(x)$, $Q(x)$.

γ) Να λύσετε την εξίσωση $P(x) + Q(x) = 0$.

3. Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$)

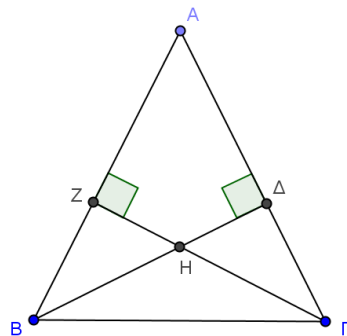
και τα ύψη του $B\Delta$, ΓZ .

α) Αποδείξτε ότι $A\Delta = AZ$.

β) Αν τα ύψη $B\Delta$, ΓZ τέμνονται στο H , να δείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Delta$ και BHZ είναι όμοια.

γ) Αν είναι $AZ = 2 \cdot ZH$ υπολογίστε ότι ο λόγος

των εμβαδών είναι $\frac{(BHZ)}{(AB\Delta)} = \frac{1}{4}$.



δ) Αν το εμβαδόν του $(AB\Delta)$ είναι 120 τ.μ να βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AZH\Delta$.