

Γενική Φυσική

Κωνσταντίνος Χ. Παύλου
Φυσικός – Ραδιοηλεκτρολόγος (MSc)
Καστοριά, Σεπτέμβριος 14

Δυναμική ενέργεια, δυναμικό & έργο

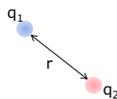
1. Δυναμική ενέργεια ηλεκτρικών φορτίων
2. Έργο της δύναμης Coulomb & ηλεκτρικού πεδίου
3. Το δυναμικό & και οι ισοδυναμικές γραμμές
4. Δυναμικό & διαφορά δυναμικού
5. Αρχή της υπέρθεσης (επαλληλίας)
6. Σχέση έντασης και διαφοράς δυναμικού στο ομογενές πεδίο

Δυναμική ενέργεια

- Η **δυναμική ενέργεια** δύο φορτίων ισούται με:

$$U = k_c \frac{q_1 \cdot q_2}{r}$$

- η δυναμική ενέργεια είναι η ενέργεια που “εμπεριέχεται” στο σύστημα λόγω της κατάστασης στην οποία βρίσκεται.

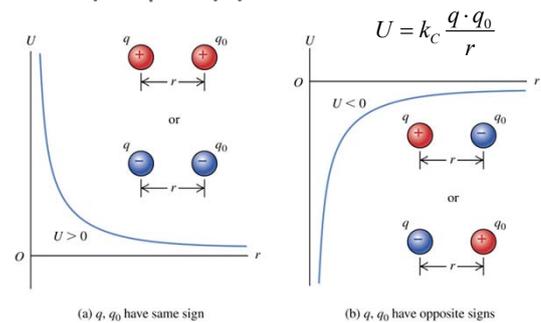


3

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός – Ρ/Η (MSc)

19-Σεπ-14

Δυναμική ενέργεια



4

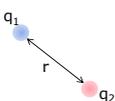
(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός – Ρ/Η (MSc)

19-Σεπ-14

Δυναμική ενέργεια

- Αν τα φορτία είναι ομώνυμα, η δυναμική ενέργεια είναι θετική.
- Αν τα φορτία είναι ετερόνυμα, η δυναμική ενέργεια είναι αρνητική.
- Η δυναμική ενέργεια εκφράζει την ενέργεια που θα πρέπει να ξοδέψουμε για να φέρουμε το σύστημα στην κατάσταση που βρίσκεται.
- Όταν τα φορτία είναι ομώνυμα, απωθούνται, με αποτέλεσμα να πρέπει να καταναλώσουμε ενέργεια για να τα φέρουμε κοντά.
- Όταν τα φορτία είναι ετερόνυμα, έλκονται, με αποτέλεσμα να πρέπει να απομακρύνουμε.

$$U = k_c \frac{q_1 \cdot q_2}{r}$$



5

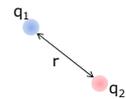
(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός – Ρ/Η (MSc)

19-Σεπ-14

Δυναμική ενέργεια

- Παρατηρήστε πως για άπειρη απόσταση μεταξύ των δυο φορτίων, η δυναμική ενέργεια είναι ίση με μηδέν:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} U = \lim_{r \rightarrow \infty} k_c \frac{q_1 \cdot q_2}{r} = 0$$



- Δλδ, ως επίπεδο – σημείο αναφοράς στην περίπτωση του ηλεκτρικού πεδίου ορίζουμε το άπειρο
- Η έννοια της “άπειρης” απόστασης σημαίνει πως τα φορτία βρίσκονται σε κάποια απόσταση στην οποία δεν αλληλεπιδρούν μεταξύ τους ($F \approx 0$).

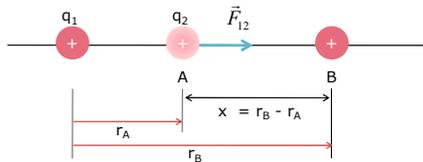
6

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός – Ρ/Η (MSc)

19-Σεπ-14

Έργο της δύναμης Coulomb

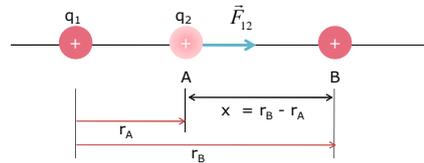
- Θεωρούμε ένα φορτίο q_1 ακίνητο και ένα ακόμη q_2 το οποίο είναι ελεύθερο να κινηθεί.
- Το q_2 αρχικά βρίσκεται ακίνητο στο σημείο A και υπό την επίδραση της δύναμης Coulomb κινείται μέχρι το σημείο B.



7 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (H5c) 19-Σεπ-14

Έργο της δύναμης Coulomb

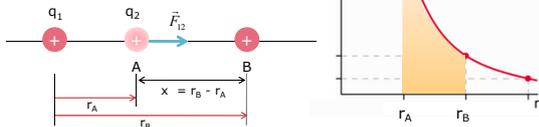
- Μπορούμε να υπολογίσουμε το έργο της δύναμης Coulomb ως $W_{F_{12}} = F_{12} \cdot x$?



8 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (H5c) 19-Σεπ-14

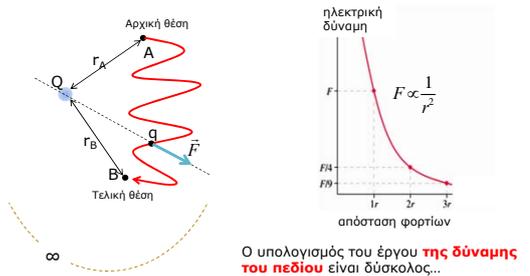
Έργο της δύναμης Coulomb

- Η απάντηση είναι **όχι!**
- Η δύναμη Coulomb είναι μεταβαλλόμενη δύναμη και γι αυτό θα πρέπει να καταφύγουμε στη βοήθεια του εμβαδού



9 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (H5c) 19-Σεπ-14

Έργο της δύναμης Coulomb



10 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (H5c) 19-Σεπ-14

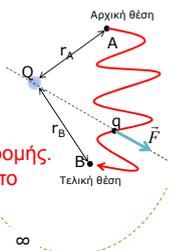
Έργο δύναμης ηλ. πεδίου

- Με βάση τη δυναμική ενέργεια, μπορούμε γενικά να υπολογίσουμε το έργο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου:

$$W(A \rightarrow B) = U_{αρχ} - U_{τελ} = -(U_{τελ} - U_{αρχ}) = -\Delta U$$

$$U_{αρχ} = k \frac{Qq}{r_A} \quad U_{τελ} = k \frac{Qq}{r_B}$$

- Το έργο είναι ανεξάρτητο της διαδρομής.
- Εξαρτάται μόνο από το αρχικό και το τελικό σημείο.



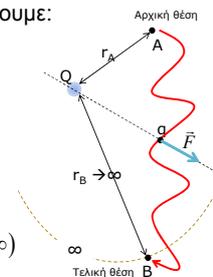
11 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (H5c) 19-Σεπ-14

Έργο δύναμης ηλ. πεδίου

- Αν η τελική θέση του δοκιμαστικού φορτίου είναι στο ∞ , θα έχουμε:

$$\begin{aligned} W(A \rightarrow B) &= U_{αρχ} - U_{τελ} = \\ &= U_A - U_{\infty} = \\ &= k \frac{Qq}{r_A} - 0 = \\ &= k \frac{Qq}{r_A} \end{aligned}$$

- άρα: $U_A = k \frac{Qq}{r_A} = W(A \rightarrow \infty)$



12 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (H5c) 19-Σεπ-14

Το δυναμικό

- Ένα ακόμη μέγεθος που χρησιμοποιούμε για την περιγραφή του ηλεκτρικού πεδίου είναι το **δυναμικό**.
- Η έννοια του δυναμικού σχετίζεται με την ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου και κατ' επέκταση με το έργο των δυνάμεων του ηλεκτρικού πεδίου.

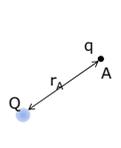
13

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (ΦΣε)

19-Σεπ-14

Το δυναμικό

- Το δυναμικό σ' ένα σημείο ενός πεδίου ορίζεται ως ο λόγος της δυναμικής ενέργειας που έχει ένα φορτίο σ' αυτό το σημείο προς το φορτίο αυτό.



$$V_A = \frac{U_A}{q} \xrightarrow{U_A = k \frac{Qq}{r_A}} V_A = \frac{k \frac{Qq}{r_A}}{q} \Rightarrow V_A = k \frac{Q}{r_A}$$

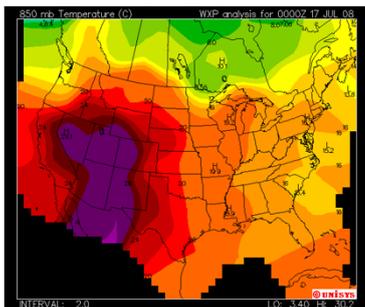
$$V_A = \frac{U_A}{q} \xrightarrow{U_A = W(A \rightarrow \infty)} V_A = \frac{W(A \rightarrow \infty)}{q}$$

14

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (ΦΣε)

19-Σεπ-14

Παράδειγμα αριθμητικού πεδίου



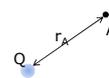
15

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (ΦΣε)

19-Σεπ-14

Το δυναμικό

- Το δυναμικό σ' ένα σημείο του χώρου εξαρτάται:
 - από την πηγή του πεδίου
 - από την απόσταση του σημείου από την πηγή
 - από το μέσο.
- Θετικά φορτία δημιουργούν θετικά δυναμικά ενώ αρνητικά φορτία δημιουργούν γύρω τους αρνητικά δυναμικά.



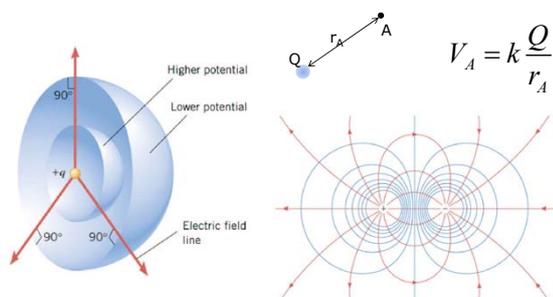
$$V_A = k \frac{Q}{r_A}$$

16

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (ΦΣε)

19-Σεπ-14

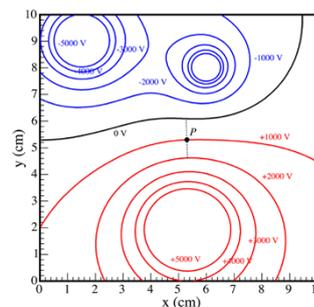
Ισοδυναμικές γραμμές/επιφάνειες



17

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (ΦΣε)

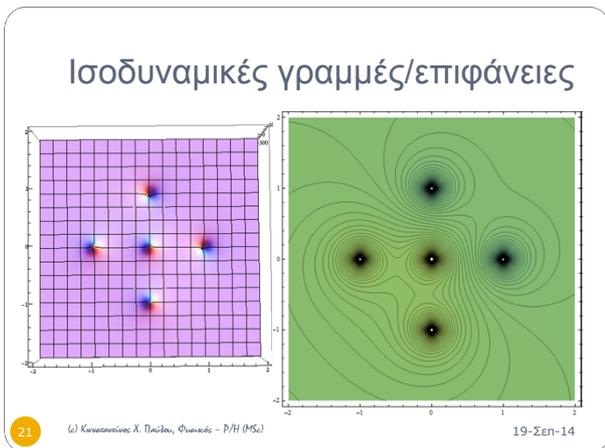
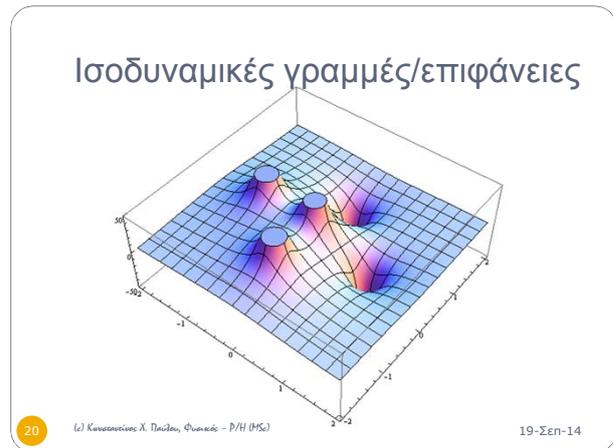
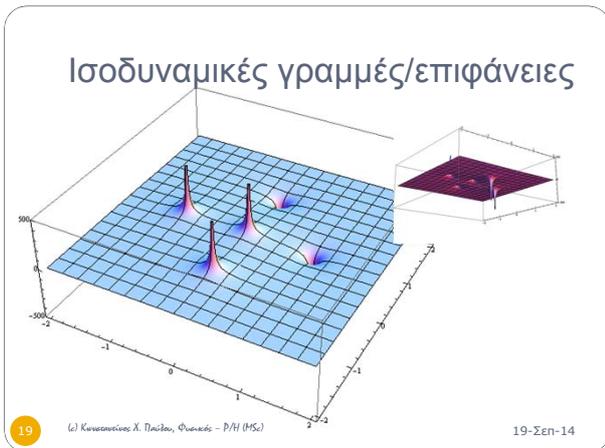
19-Σεπ-14



18

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (ΦΣε)

19-Σεπ-14



Mathematica code

```

In[2]:= kc = 9 * 10^9;
In[10]:= NN = 5;
In[12]:= q = {+1 * 10^-9, -1 * 10^-9, -1 * 10^-9, +1 * 10^-9, 1 * 10^-9};
In[13]:= xx = {-1, +1, 0, 0, 0};
In[14]:= yy = {0, 0, 1, -1, 0};
In[7]:= W[a_., b_., qq_] := kc * qq / Sqrt[a^2 + b^2];
In[8]:= V[x_., y_] :=
Module[{s = 0}, For[i = 1, i <= NN, i++, s = s + W[x - xx[[i]], y - yy[[i]], q[[i]]]];
s]
In[20]:= Plot3D[V[x, y], {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, MaxRecursion -> 15, PlotRange -> {-500, 500}]
In[24]:= ContourPlot[V[x, y], {x, -2, 2}, {y, -2, 2}, MaxRecursion -> 2, Contours -> 300,
PlotRange -> {-500, 500}, ColorFunction -> "Rainbow", PerformanceGoal -> "Quality"]
    
```

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (H5c) 19-Σεπ-14

Δυναμικό – δυναμική ενέργεια – έργο

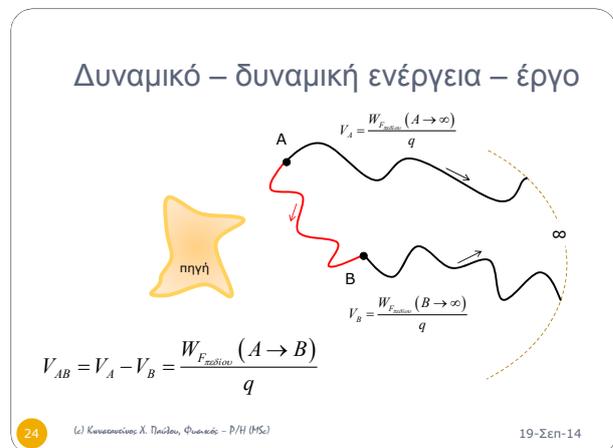
- Αν συνδυάσουμε αυτά που έχουμε πει μέχρι τώρα, έχουμε:

$$V_A = \frac{U_A}{q} \Rightarrow U_A = qV_A$$

$$V_A = \frac{U_A}{q} \xrightarrow{U_A = W(A \rightarrow \infty)} V_A = \frac{W(A \rightarrow \infty)}{q}$$

$$W(A \rightarrow B) = U_A - U_B = qV_A - qV_B = q(V_A - V_B)$$

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (H5c) 19-Σεπ-14



Η διαφορά δυναμικού

- Ως διαφορά δυναμικού ανάμεσα στα σημεία A και B ορίζουμε:

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

- Προσοχή: $V_{AB} = -V_{BA}$
- Συνήθως τη διαφορά δυναμικού τη συμβολίζουμε πιο απλά με το σύμβολο του δυναμικού (V).

25

(λ) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (Φ5ε)

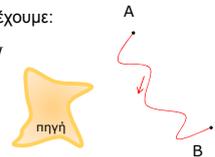
19-Σεπ-14

Δυναμικό – δυναμική ενέργεια – έργο

- Ανεξάρτητο της διαδρομής.
- Εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική θέση.
- Συντηρητική δύναμη.
- για $q = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ και $V_{AB} = 1 \text{ V}$, έχουμε:

$$W = qV_{AB} = (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})(1 \text{ V}) = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

- τη ποσότητα αυτή την ονομάζουμε ηλεκτρονιοβόλτ: $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$



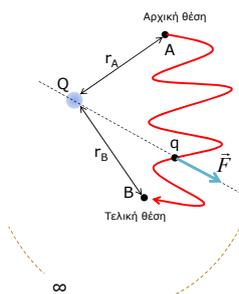
$$W_{F_{\text{πολ.}}}(A \rightarrow B) = qV_{AB} = q(V_A - V_B)$$

26

(λ) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (Φ5ε)

19-Σεπ-14

Δυναμικό – δυναμική ενέργεια – έργο



$$V_A = \frac{W_{F_{\text{πολ.}}}(A \rightarrow \infty)}{q} \xrightarrow{W(A \rightarrow \infty) = k \frac{Qq}{r_A}} V_A = k \frac{Q}{r_A}$$

$$V_{AB} = V_A - V_B = k \frac{Q}{r_A} - k \frac{Q}{r_B} = kQ \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

$$\begin{aligned} W_{F_{\text{πολ.}}}(A \rightarrow B) &= q(V_A - V_B) = \\ &= q \left(k \frac{Q}{r_A} - k \frac{Q}{r_B} \right) = \\ &= kQq \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right) \end{aligned}$$

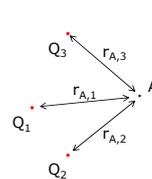
27

(λ) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (Φ5ε)

19-Σεπ-14

Αρχή της υπέρθεσης

- Αν το πεδίο οφείλεται σε πολλά φορτία, εφαρμόζουμε την αρχή της επαλληλίας (το δυναμικό είναι αριθμητικό μέγεθος):



$$\begin{aligned} V_A &= V_{A,1} + V_{A,2} + V_{A,3} + \dots = \\ &= k \frac{Q_1}{r_{A,1}} + k \frac{Q_2}{r_{A,2}} + k \frac{Q_3}{r_{A,3}} + \dots = \\ &= k \sum_j \frac{Q_j}{r_{A,j}} \end{aligned}$$

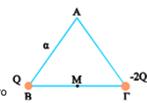
28

(λ) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (Φ5ε)

19-Σεπ-14

Παράδειγμα

Στις κορυφές B και Γ νοητού ισόπλευρου τριγώνου ABΓ πλευράς a, έχουν τοποθετηθεί τα σημειακά φορτία Q και -2Q, αντίστοιχα. Να υπολογιστούν:
 α) Το δυναμικό του πεδίου στην κορυφή Α.
 β) Το δυναμικό του πεδίου στο σημείο Μ, μέσον της ΒΓ.
 γ) Το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση ενός ηλεκτρονίου από το σημείο Α στο Μ.



Με βάση την αρχή της επαλληλίας έχουμε:

$$V_A = V_A^{(B)} + V_A^{(\Gamma)} = k \frac{Q}{r_{A,B}} + k \frac{Q}{r_{A,\Gamma}} = k \frac{Q}{a} + \left(k \frac{-2Q}{a} \right) = k \frac{Q}{a} - 2k \frac{Q}{a} = -k \frac{Q}{a}$$

Ομοίως:

$$V_M = V_M^{(B)} + V_M^{(\Gamma)} = k \frac{Q}{r_{M,B}} + k \frac{Q}{r_{M,\Gamma}} = k \frac{Q}{\frac{a}{2}} + \left(k \frac{-2Q}{\frac{a}{2}} \right) = 2k \frac{Q}{a} - 4k \frac{Q}{a} = -2k \frac{Q}{a}$$

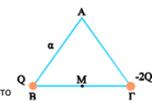
29

(λ) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (Φ5ε)

19-Σεπ-14

Παράδειγμα

Στις κορυφές B και Γ νοητού ισόπλευρου τριγώνου ABΓ πλευράς a, έχουν τοποθετηθεί τα σημειακά φορτία Q και -2Q, αντίστοιχα. Να υπολογιστούν:
 α) Το δυναμικό του πεδίου στην κορυφή Α.
 β) Το δυναμικό του πεδίου στο σημείο Μ, μέσον της ΒΓ.
 γ) Το έργο της δύναμης του πεδίου κατά τη μετακίνηση ενός ηλεκτρονίου από το σημείο Α στο Μ.



Άρα, για το έργο της δύναμης του πεδίου:

$$W_{F_{\text{πολ.}}}(A \rightarrow M) = q_{\eta\lambda} (V_A - V_M) = q_{\eta\lambda} \left(-k \frac{Q}{a} - \left(-2k \frac{Q}{a} \right) \right) = k \frac{Q}{a} q_{\eta\lambda}$$

Όμως, $q_{\eta\lambda} = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, άρα:

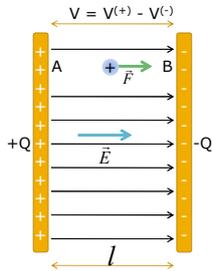
$$W_{F_{\text{πολ.}}}(A \rightarrow M) = k \frac{Q}{a} q_{\eta\lambda} \xrightarrow{q_{\eta\lambda} = -e} W_{F_{\text{πολ.}}}(A \rightarrow M) = -k \frac{Q}{a} e$$

30

(λ) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (Φ5ε)

19-Σεπ-14

Σχέση έντασης και διαφοράς δυναμικού στο ομογενές πεδίο



ομογενές πεδίο: $\vec{E} = \text{σταθ.}$

άρα: $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \Rightarrow \vec{F} = \vec{E} \cdot q = \text{σταθ.}$

έτσι, το έργο της δύναμης του πεδίου για τη μετακίνηση του q από το σημείο A στο σημείο B θα είναι:

$$W_{F_{\text{πη}}} (A \rightarrow B) = F \cdot (AB) = F \cdot l$$

όμως:

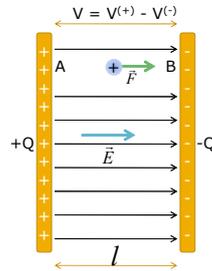
$$W_{F_{\text{πη}}} (A \rightarrow B) = q(V_A - V_B)$$

31

(λ) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (H5c)

19-Σεπ-14

Σχέση έντασης και διαφοράς δυναμικού στο ομογενές πεδίο



και τελικά:

$$\left. \begin{aligned} W_{F_{\text{πη}}} (A \rightarrow B) &= q(V_A - V_B) \\ W_{F_{\text{πη}}} (A \rightarrow B) &= F \cdot l \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$F \cdot l = q(V_A - V_B) \xrightarrow{F=E \cdot q, V_A - V_B = V}$$

$$E \cdot q \cdot l = q \cdot V_{AB} \Rightarrow$$

$$E = \frac{V}{l}$$

32

(λ) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (H5c)

19-Σεπ-14

Μονάδες της έντασης

- Με βάση τη σχέση $E = V/l$ προκύπτει ακόμη μια μονάδα μέτρησης της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου:

$$[E] = \frac{[V]}{[l]} \Rightarrow [E] = 1 \frac{V}{m}$$

- Σε σχέση με την προηγούμενη μονάδα ισχύει:

$$1 \frac{V}{m} = 1 \frac{N}{C}$$

- Το 1 V/m είναι η προτιμητέα μονάδα.

33

(λ) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου, Φυσικός - Π/Η (H5c)

19-Σεπ-14