Γενική Φυσική

Κωνσταντίνος Χ. Παύλου
Φυσικός – Ραδιοηλεκτρολόγος (MSc)

Καστοριά, Σεπτέμβριος 14

Ελεύθερη πτώση & οριζόντια βολή

1. Η αρχή της επαλληλίας (ανεξαρτησίας) των κινήσεων
2. Η οριζόντια βολή

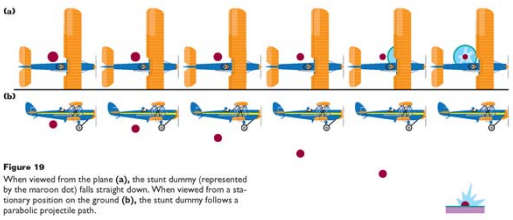


Figure 19
When viewed from the plane **(a)**, the stunt dummy (represented by the maroon dot) falls straight down. When viewed from a stationary position on the ground **(b)**, the stunt dummy follows a parabolic projectile path.

Σύνθετη κίνηση

- Όταν ένα σώμα συμμετέχει **ταυτόχρονα** σε δύο ή/και περισσότερες κινήσεις τότε λέμε πως εκτελεί μια **σύνθετη κίνηση**.
- Για να μπορέσουμε να διακρίνουμε την κάθε επιμέρους κίνηση μιας σύνθετης κίνησης, χρειάζεται να παραμερίζουμε με τη **φαντασία** μας όλες τις υπόλοιπες.

Αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων

- Η **αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων** (ή η **αρχή της επαλληλίας**) εφαρμόζεται στις σύνθετες κινήσεις που εκτελούν τα σώματα:

"Όταν ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δυο ή περισσότερες κινήσεις, κάθε μια απ' αυτές εκτελείται εντελώς ανεξάρτητα από τις υπόλοιπες και η θέση στην οποία φτάνει το σώμα (μετά από χρόνο Δt), είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα, είτε εκτελούνται διαδοχικά, σε χρόνο Δt κάθε μία."

Αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων

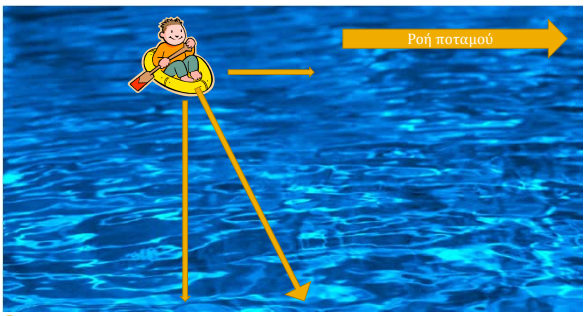
- Η θέση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σώματος υπολογίζεται από το (**διανυσματικό**) άθροισμα των αντίστοιχων μεγεθών των επιμέρους κινήσεων:

$$\vec{x}_{o\lambda} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2 + \ldots$$
$$\vec{\upsilon}_{o\lambda} = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2 + \ldots$$
$$\vec{a}_{o\lambda} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \ldots$$

- Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η **οριζόντια βολή**.

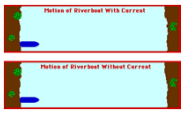
© Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

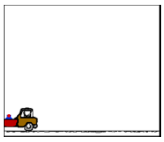
Αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων



7 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

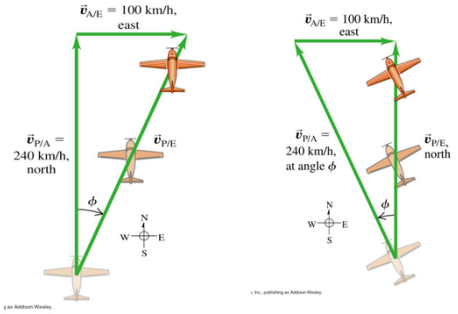
Σύνθεση κινήσεων





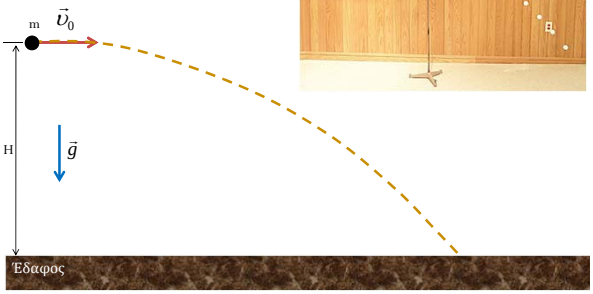
8 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

Σύνθεση κινήσεων



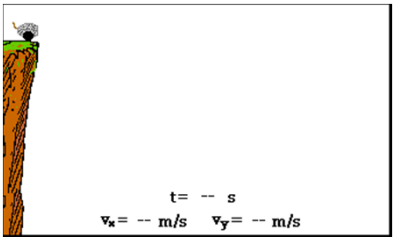
9 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

Οριζόντια βολή



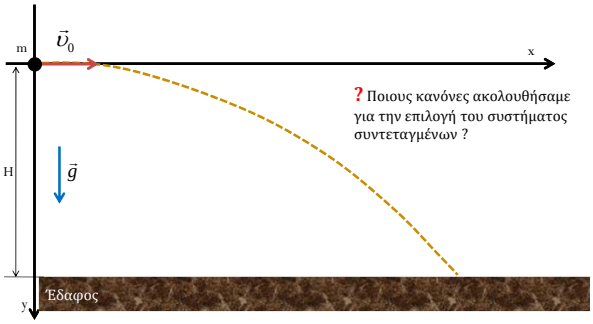
10 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

Οριζόντια βολή



11 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

Οριζόντια βολή



? Ποιους κανόνες ακολουθήσαμε για την επιλογή του συστήματος συντεταγμένων ?

12 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

Οριζόντια βολή

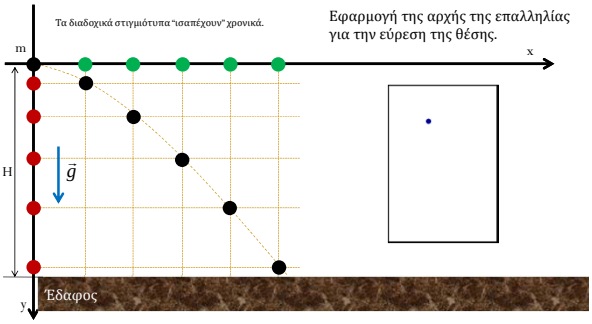
- Η οριζόντια βολή μπορεί να θεωρηθεί ως “άθροισμα” δύο κινήσεων:
  - **Άξονας x:** αφού $\Sigma F_x = 0$ η κίνηση θα είναι ευθύγραμμη ομαλή ($\upsilon_x = \upsilon_0$).
  - **Άξονας y:** αφού $\Sigma F_y = B = mg$ η κίνηση θα είναι ελεύθερη πτώση.
- Θα χρησιμοποιήσουμε την αρχή της επαλληλίας.

13 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

Οριζόντια βολή

Τα διαδοχικά στιγμιότυπα “ισαπέχουν” χρονικά.

Εφαρμογή της αρχής της επαλληλίας για την εύρεση της θέσης.

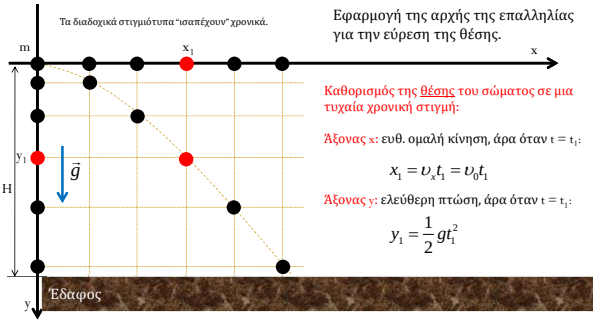


14 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

Οριζόντια βολή

Τα διαδοχικά στιγμιότυπα “ισαπέχουν” χρονικά.

Εφαρμογή της αρχής της επαλληλίας για την εύρεση της θέσης.



Καθορισμός της θέσης του σώματος σε μια τυχαία χρονική στιγμή:

Άξονας x: ευθ. ομαλή κίνηση, άρα όταν $t = t_1$:

$$x_1 = \upsilon_x t_1 = \upsilon_0 t_1$$

Άξονας y: ελεύθερη πτώση, άρα όταν $t = t_1$:

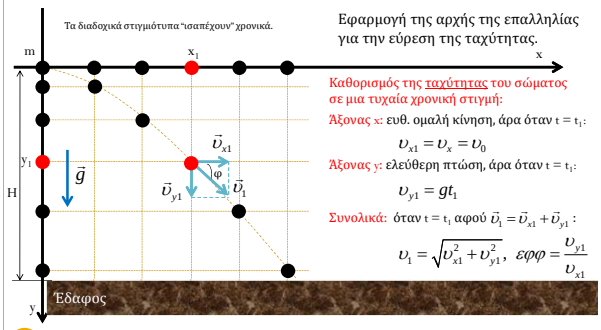
$$y_1 = \frac{1}{2} g t_1^2$$

15 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

Οριζόντια βολή

Τα διαδοχικά στιγμιότυπα “ισαπέχουν” χρονικά.

Εφαρμογή της αρχής της επαλληλίας για την εύρεση της ταχύτητας.



Καθορισμός της ταχύτητας του σώματος σε μια τυχαία χρονική στιγμή:

Άξονας x: ευθ. ομαλή κίνηση, άρα όταν $t = t_1$:

$$\upsilon_{x1} = \upsilon_x = \upsilon_0$$

Άξονας y: ελεύθερη πτώση, άρα όταν $t = t_1$:

$$\upsilon_{y1} = g t_1$$

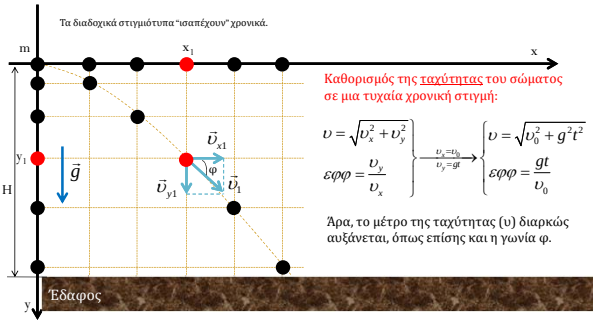
Συνολικά: όταν $t = t_1$ αφού $\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon}_{x1} + \vec{\upsilon}_{y1}$:

$$\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_{x1}^2 + \upsilon_{y1}^2}, \quad \varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon_{y1}}{\upsilon_{x1}}$$

16 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

Οριζόντια βολή

Τα διαδοχικά στιγμιότυπα “ισαπέχουν” χρονικά.



Καθορισμός της ταχύτητας του σώματος σε μια τυχαία χρονική στιγμή:

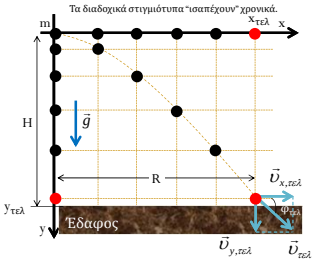
$$\left.\begin{array}{l} \upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} \\ \varepsilon\varphi\varphi = \dfrac{\upsilon_y}{\upsilon_x} \end{array}\right\} \xrightarrow[\upsilon_y = gt]{\upsilon_x = \upsilon_0} \left\{\begin{array}{l} \upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 + g^2 t^2} \\ \varepsilon\varphi\varphi = \dfrac{gt}{\upsilon_0} \end{array}\right.$$

Άρα, το μέτρο της ταχύτητας (υ) διαρκώς αυξάνεται, όπως επίσης και η γωνία φ.

17 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

Οριζόντια βολή

Τα διαδοχικά στιγμιότυπα “ισαπέχουν” χρονικά.



Προφανώς (?) ο **ολικός χρόνος κίνησης** εξαρτάται από το αρχικό ύψος H:

$$y = \frac{1}{2} g t^2 \xrightarrow[y=H]{t=t_{τελ}} H = \frac{1}{2} g t_{τελ}^2 \Rightarrow$$

$$t_{τελ} = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

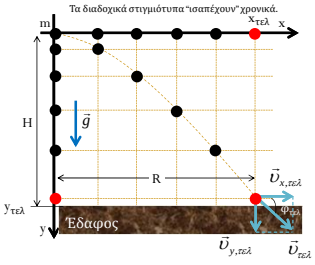
Το **βεληνεκές**, δλδ η μέγιστη οριζόντια απομάκρυνση που φτάνει το σώμα είναι:

$$x = \upsilon_0 t \xrightarrow[x=x_{τελ}=R]{t=t_{τελ}} x_{τελ} = \upsilon_0 t_{τελ} \Rightarrow$$

$$R = \upsilon_0 \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

18 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

Οριζόντια βολή



Η ταχύτητα με την οποία φτάνει το σώμα στο έδαφος θα είναι:

$$\upsilon_{x,τελ} = \upsilon_0$$

$$\upsilon_{y,τελ} = g t_{τελ} = g\sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{2gH}$$

Άρα:

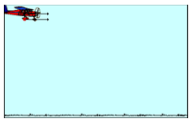
$$\upsilon_{τελ} = \sqrt{\upsilon_{x,τελ}^2 + \upsilon_{y,τελ}^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + \left(\sqrt{2gH}\right)^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2gH}$$

$$εφφ_{τελ} = \frac{\upsilon_{y,τελ}}{\upsilon_{x,τελ}} = \frac{\sqrt{2gH}}{\upsilon_0}$$

19 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

Άσκηση #1 (Ερώτηση 3, σελ 31)

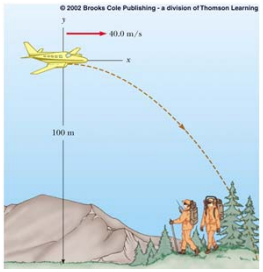
3. Ένα αεροπλάνο ταξιδεύει παράλληλα προς το έδαφος. Από το αεροπλάνο αφήνεται μία βόμβα. Για ποιο λόγο η βόμβα δεν πέφτει κατακόρυφα;



20 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

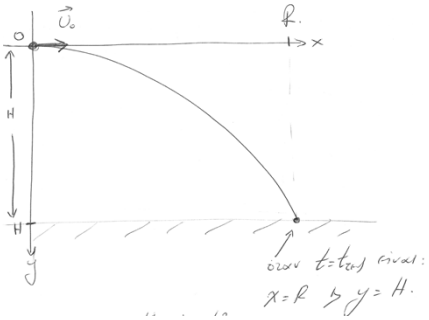
Άσκηση #2 (εκτός βιβλίου)

- Το αεροπλάνο από ύψος 100 m ρίχνει ένα δέμα. Αν η ταχύτητα του αεροπλάνου είναι 40 m/s να βρεθεί το σημείο πρόσπτωσης του δέματος (σε σχέση με το σημείο που αφέθηκε ελεύθερο). ($g = 10$ m/s^2)



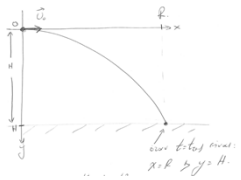
21 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

Άσκηση #2 (εκτός βιβλίου) - Λύση



22 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

Άσκηση #2 (εκτός βιβλίου) - Λύση



- $y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow H = \frac{1}{2} g t_{τελ}^2 \Rightarrow$
$\Rightarrow 2H = g t_{τελ}^2 \Rightarrow t_{τελ}^2 = \frac{2H}{g} \Rightarrow$
$\Rightarrow t_{τελ} = \sqrt{\frac{2H}{g}}$

Άρα: $t_{τελ} = \sqrt{\frac{2 \cdot 40}{10}} = \sqrt{8} = \sqrt{4 \cdot 2} = 2\sqrt{2}$ sec

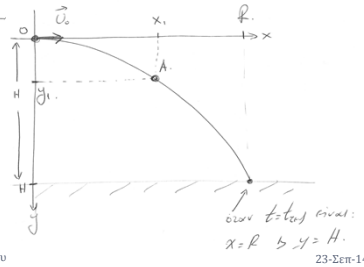
- $x = \upsilon_0 t \Rightarrow R = \upsilon_0 t_{τελ} \Rightarrow$
$\Rightarrow R = 40 \cdot 2\sqrt{2} = 80\sqrt{2}$ m.

23 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

Άσκηση #2 (εκτός βιβλίου) - Λύση

Ερώτηση

Σε ποια θέση βρίσκεται το σώμα τη χρονική στιγμή $t_1 = 2$ sec ?

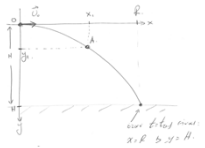


24 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

Άσκηση #2 (εκτός βιβλίου) - Λύση

Ερώτημα α

Σε ποια θέση βρίσκεται το σώμα τη χρονική στιγμή $t_1 = 2sec$?



Άξονας x : ευθύγραμμη κίνηση : $\begin{cases} u_x = u_0 = \text{σταθ.} \\ x = u_0 \cdot t \end{cases}$

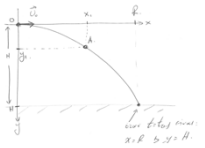
Άρα : $x_1 = x(t_1) = u_0 \cdot t_1 \Rightarrow$

$x_1 = 40 \cdot 2 \Rightarrow \boxed{x_1 = 80\,m}$

Άσκηση #2 (εκτός βιβλίου) - Λύση

Ερώτημα α

Σε ποια θέση βρίσκεται το σώμα τη χρονική στιγμή $t_1 = 2sec$?



Άξονας y : ελεύθερη πτώση : $\begin{cases} u_y = g \cdot t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$

Άρα : $y_1 = y(t_1) = \frac{1}{2} g t_1^2 \Rightarrow$

$y_1 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 = 20 \Rightarrow \boxed{y_1 = 20\,m}$

Άσκηση #2 (εκτός βιβλίου) - Λύση

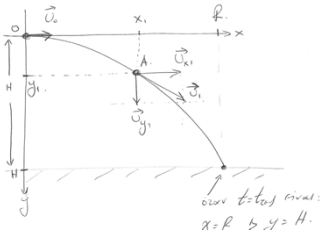
Ερώτημα α

Τι ταχύτητα έχει το σώμα τη χρονική $t_1 = 2sec$, (δλδ, όταν βρίσκεται στο σημείο Α).

Έστω ότι έχει ταχύτητα :

$\vec{u}_1 = \vec{u}_{x1} + \vec{u}_{y1}$.

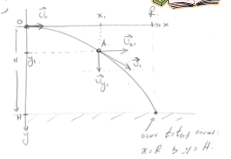
με $\vec{u}_{x1} \perp \vec{u}_{y1}$.



Άσκηση #2 (εκτός βιβλίου) - Λύση

Ερώτημα α

Τι ταχύτητα έχει το σώμα τη χρονική $t_1 = 2sec$; (δλδ, όταν βρίσκεται στο σημείο Α).



Έστω ότι έχει ταχύτητα : $\vec{u}_1 = \vec{u}_{x1} + \vec{u}_{y1}$.

με $\vec{u}_{x1} \perp \vec{u}_{y1}$.

Άξονας x : Ευθύγραμμη κίνηση. Άρα :

$u_{x1} = u_0 = 40\,m/sec$.

Άξονας y : Ελεύθερη πτώση. Χρόνος :

$y_1 = y(t_1) \Rightarrow y_1 = g \cdot t_1 \Rightarrow$

$\Rightarrow u_{y1} = 10 \cdot 2 = 20\,m/sec$.

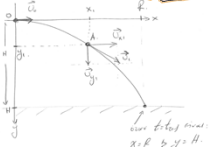
Άσκηση #2 (εκτός βιβλίου) - Λύση

Ερώτημα α

Τι ταχύτητα έχει το σώμα τη χρονική $t_1 = 2sec$; (δλδ, όταν βρίσκεται στο σημείο Α).

Έστω ότι έχει ταχύτητα : $\vec{u}_1 = \vec{u}_{x1} + \vec{u}_{y1}$.

με $\vec{u}_{x1} \perp \vec{u}_{y1}$.



Αφού $\vec{u}_{x1} \perp \vec{u}_{y1}$ από τον πρόταση του Πυθαγόρειου θα έχουμε :

$u_1 = \sqrt{(u_{x1})^2 + (u_{y1})^2} = \sqrt{40^2 + 20^2}$

$= \sqrt{1600 + 400} = \sqrt{2000} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{u_1 = 20\sqrt{5}\,m/sec}$

Άσκηση #3 (Άσκηση 1, σελ 35)

1. Ένας αστροναύτης βρίσκεται στη Σελήνη, και αφήνει ένα σώμα από ύψος 7,2m που φτάνει στο έδαφος μετά από 3s.

   α) Πόση είναι η επιτάχυνση βαρύτητας στη Σελήνη;

   β) Αν ο αστροναύτης πετάξει το σώμα οριζόντια με ταχύτητα 12m/s από το ίδιο ύψος,

   i) Πόσος χρόνος χρειάζεται μέχρι να φτάσει το σώμα στο έδαφος;

   ii) Πόση οριζόντια απόσταση θα διανύσει μέχρι να φτάσει οτο έδαφος;

Άσκηση #4 (Άσκηση 2, σελ 35)

2. Ένα αεροπλάνο πετά οριζόντια σε ύψος h=500m με ταχύτητα 150m/s και αφήνει μία βόμβα.

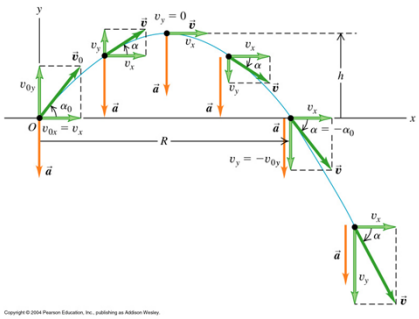
α) Να γράψετε τις εξισώσεις για την ταχύτητα και τη μετατόπιση που περιγράφουν την κίνηση της βόμβας.

β) Αν ο χρόνος πτώσης της βόμβας είναι 10s, να υπολογίσετε την επιτάχυνση της βαρύτητας.

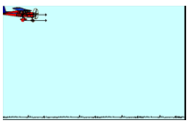
γ) Να βρείτε το σημείο που βρίσκεται το αεροπλάνο όταν η βόμβα φτάνει στο έδαφος.

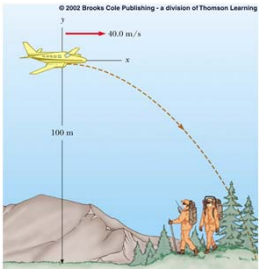
Διάφορα…

Οριζόντια βολή



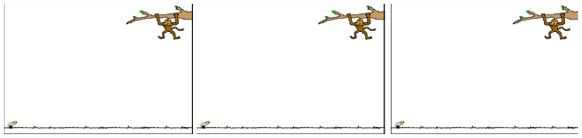
Άσκηση





concept quiz

χωρίς βαρύτητα | με βαρύτητα | με βαρύτητα, αλλά με μικρή ταχύτητα του βλήματος



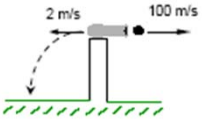
The banana - gun is fired just as the monkey drops from the tree.
After the banana leaves the gun, the only force is from gravity.
The only deviation from straight-line motion is an acceleration directly downward.

concept quiz

Your summer job at an historical site includes firing a cannon to amuse tourists. Unfortunately, the cannon isn't properly attached, and as the cannonball shoots forward (horizontally) the cannon slides backwards off the wall.

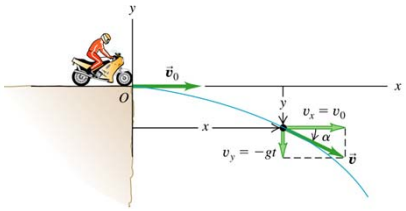
If the cannon hits the ground 2 seconds later, the cannonball will hit the ground:

a) 2 seconds after firing
b) 100 seconds after firing
c) $^{2}/_{100}$ seconds after firing
d) Other (explain)



37 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14

Οριζόντια βολή



Copyright © 2004 Pearson Education, Inc., publishing as Addison Wesley.

38 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 23-Σεπ-14