

ΓΕΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Κωνσταντίνος Χ. Παύλου
Φυσικός – Ραδιοηλεκτρολόγος (MSc)
Καστοριά, Νοέμβριος 14

III. Χρήσιμες έννοιες

1. Τυπολόγιο
2. Πίεση
3. Χρήσιμοι ορισμοί
4. Στοιχεία στατιστικής

2

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

I. Εισαγωγή στη Θερμοδυναμική

1. Σύστημα - περιβάλλον
2. Θερμοδυναμικό σύστημα
3. Θερμότητα
4. Θερμοκρασία (μονάδες μέτρησης)
5. Θερμική ισορροπία
- 6.(Αέριο) Θερμοδυναμικό σύστημα.
7. Καταστατικές μεταβλητές – Καταστατική εξίσωση
8. Θερμοδυναμική ισορροπία

3

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Σύστημα & περιβάλλον

- Σύστημα:** Μέρος της ύλης που το απομονώνουμε για να το μελετήσουμε.
- Περιβάλλον:** Ό,τι περιβάλλει το σύστημα και επηρεάζει τη συμπεριφορά του.



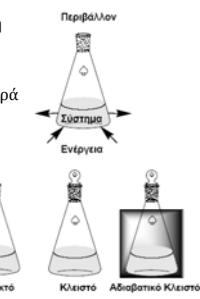
4

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Είδη συστημάτων

- Κλειστό:** αυτό που δεν ανταλλάσσει ύλη με το περιβάλλον.
- Απομονωμένο:** Αυτό που δεν αλληλεπιδρά με το περιβάλλον.



5

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Θερμοδυναμικό Σύστημα

- Θερμοδυναμικό Σύστημα:** Οι μεταβολές του συνδέονται με τη **Θερμότητα**.



6

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Θερμότητα

- **Θερμότητα:** τρόπος μεταφοράς ενέργειας λόγω διαφοράς **Θερμοκρασίας**.
 - Μονάδες: Joule (J)
 - **ΠΡΟΣΟΧΗ:**
 - Δεν είναι μορφή ενέργειας.
 - Είναι λάθος να λέμε πως ένα σύστημα (ή ένα σώμα) περιέχει θερμότητα.

7

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Nov-14

Θερμοκρασία

- Η έννοια της **Θερμοκρασίας** χρησιμοποιείται για να εκφράσουμε ποσοτικά (αντικειμενικά) το πόσο **Θερμό** ή **Ψυχρό** είναι ένα σώμα.
 - Είναι λοιπόν η θερμοκρασία το **“μέτρο”** μιας φυσικής ιδιότητας της ύλης που μας επιτρέπει, όπως και τα **“μέτρα”** άλλων μεγεθών, να περιγράφουμε **ποσοτικά** τη φυσική κατάσταση των σωμάτων.

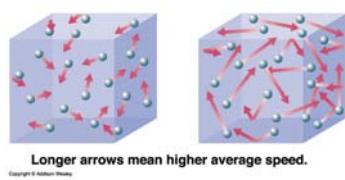
8

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Nov-14

Θερμοκρασία

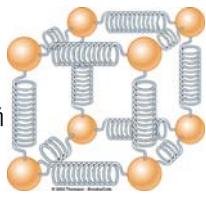
- Το αίτιο της μεταβολής της θερμοκρασίας ενός σώματος είναι η παροχή στο ή η απαγωγή από το σώμα ενέργειας, μέσα από το μηχανισμό διακίνησης ενέργειας που λέγεται θερμότητα.



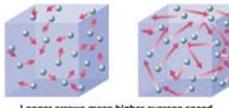
$$\phi \in K_{\text{min}} = \{f \in X_0(\Gamma) \mid f$$

Θερμότητα

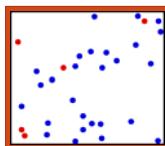
- Όταν σ' ένα σύστημα προστεθεί ενέργεια με μορφή θερμότητας, αυτή αποθηκεύεται με μορφή
 - κινητικής και
 - δυναμικής



ενέργειας των δομικών λίθων του συστήματος.



(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου



20-Noε-14

1

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

Θερμική ισορροπία

- Απαραίτητη προϋπόθεση για να υπάρχει ανταλλαγή ενέργειας με τη μορφή θερμότητας είναι η **διαφορά θερμοκρασίας**.
 - Όταν δεν υπάρχει τέτοια (καθαρή) ανταλλαγή, λέμε ότι αυτά βρίσκονται σε κατάσταση **θερμικής ισορροπίας** ή ότι έχουν την ίδια θερμοκρασία.
 - Η έννοια της θερμικής ισορροπίας είναι **στατιστική έννοια**: καθένα μόριο μπορεί να ανταλλάσσει ενέργεια, αλλά κατά μέσο όρου δεν ενέργεια ανταλλάσσεται προς τη μία κατεύθυνση, η ίδια πάλι και προς την άλλη.

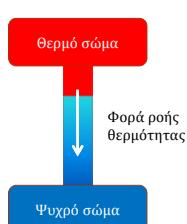
1

(c) Κανονισμός Χ. Πείδαι

20-N-14

Ποή Θερμότητας

- Η θερμότητα (λέμε ότι) “ρέει” από υψηλότερη θερμοκρασία προς χαμηλότερη.
 - Αυτό σημαίνει πως η ενέργεια, υπό μορφή θερμότητας, μεταβιβάζεται από τα θερμότερα προς τα ψυχρότερα σώματα.



18

© Константинос Х. Популос

20 N=2 14

Μονάδες Θερμοκρασίας

- Για τη μέτρηση της θερμοκρασίας χρησιμοποιούμε δυο μονάδες:
 - Βαθμός Celsius: °C
 - Kelvin: K
- Παρατηρήσεις**
 - Η μονάδα μέτρησης στο SI είναι ο K.
 - Σε μερικές χώρες χρησιμοποιείται και η μονάδα Fahrenheit: °F

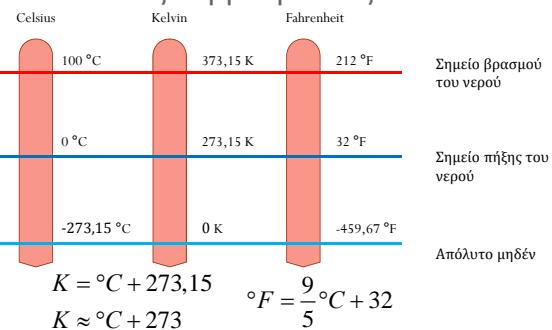


13

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Μονάδες Θερμοκρασίας



14

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Απόλυτη Θερμοκρασία



- Όταν τη θερμοκρασία τη μετράμε σε Kelvin ονομάζεται **απόλυτη θερμοκρασία**.
- Η **χαμηλότερη θερμοκρασία** που μπορούμε να έχουμε στο σύμπαν είναι:
 - 0 K ή -273,15 °C.
- Η θερμοκρασία αυτή ονομάζεται **απόλυτο μηδέν**.

15

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Μερικές Θερμοκρασίες

| | K | °C | °F |
|--|-----------------|-----------------|-----------------|
| Απόλυτο μηδέν | 0 | -273,15 | -459,67 |
| Διαγαλαξιακός χώρος | 3 | -270 | -454 |
| Βρασμός του He | 4,2 | -269 | -452 |
| Πήξη του CO ₂ (ξηρός πάγος) | 195 | -78 | -108 |
| Ανθρώπινο σώμα | 310 | 37 | 98,6 |
| Τίξη χρυσού | 1.337 | 1.064 | 1.947 |
| Κέντρο της γης | 16.000 | 15.700 | 28.300 |
| Κέντρο ήλιου | 10 ⁷ | 10 ⁷ | 10 ⁷ |
| Εσωτερικό αστέρα νετρονίων | 10 ⁹ | 10 ⁹ | 10 ⁹ |



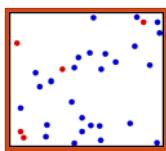
16

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Αέριο Θερμοδυναμικό Σύστημα

- Ένα **αέριο θερμοδυναμικό σύστημα** αποτελείται από ένα ή περισσότερα αέρια που περικλείονται σ' ένα δοχείο το οποίο βρίσκεται σε επαφή με το περιβάλλον.



17

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Αέριο Θερμοδυναμικό Σύστημα

- Η συμπεριφορά ενός αέριου θερμοδυναμικού συστήματος περιγράφεται από τέσσερις μεταβλητές:

1. Πίεση (p)
 2. Θερμοκρασία (T)
 3. Όγκος (V)
 4. Μάζα (m)
- } Πυκνότητα (ρ ή d) = m/V

18

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Καταστατικά μεγέθη

- Τα 4 αυτά μεγέθη (p, V, T, m), επειδή καθορίζουν πλήρως την κατάσταση του αερίου ονομάζονται **καταστατικά μεγέθη** ή **καταστατικές μεταβλητές**.
- Οι καταστατικές μεταβλητές εξαρτώνται μόνο από την κατάσταση και όχι από τον τρόπο (δρόμο) με τον οποίο το σύστημα βρέθηκε σ' αυτήν.

19

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Θερμοδυναμική ισορροπία

- Ένα αέριο θερμοδυναμικό σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση **θερμοδυναμικής ισορροπίας** όταν η πίεση, η θερμοκρασία και η πυκνότητα ($\rho = m/V$) έχουν την ίδια τιμή σε όλο τον όγκο (χώρο) του συστήματος.

20

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

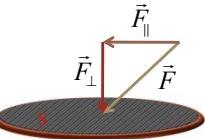
20-Noe-14

| Μεταβολή $A \rightarrow B$ | Ισούρηρη | Ισοβαρή; | Ισόγραμη | Αλινοτική | Ελεγκτήρης Επανόρθωσης | Κεκλική Μεταβολή |
|-------------------------------|---|-------------------------------------|---|---|--|---|
| Συνθήρη | $T = \sigma \tau \alpha \theta$ | $p = \sigma \tau \alpha \theta$ | $V = \sigma \tau \alpha \theta$ | $Q = 0$ | $T_A = T_B$ $Q = 0$ | $C_p = C_v + R$ $C_p = \frac{R}{\gamma - 1}$ $T(K) = \theta (^\circ C) + 273,15$ $M = (M_f)_{\infty} = (10)^{17} g \text{ m}^{-3}$ $V_{\text{vol}} = 22,4 L$ |
| Νόμος; | $p_A T_A = p_B T_B$ $\frac{T_A}{T_B} = \frac{P_B}{P_A}$ | $\frac{T_A}{T_B} = \frac{P_B}{P_A}$ | $\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B}$ $T_A P_A^{\gamma-1} = T_B P_B^{\gamma-1}$ $P_A^{\gamma-1} T_A = P_B^{\gamma-1} T_B$ | $B \equiv A$ $H'' = 0$ | $C_p = C_v + \frac{R}{\gamma - 1} \beta$ $\beta = \frac{1-\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{T} \frac{dT}{dT}$ $\beta = \frac{1}{\gamma-1}$ $H'' = \sigma \tau \alpha \theta$ | $\gamma = \frac{f+2}{f}$ $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ $\gamma = \frac{f+2}{f} = \frac{1+\frac{2}{\gamma-1}\alpha}{1-\frac{2}{\gamma-1}\alpha}$ $\text{K.L.} = \text{θερμ. Β.C.}$ $M = (M_f)_{\infty} = (10)^{17} g \text{ m}^{-3}$ $V_{\text{vol}} = 22,4 L$ |
| Q | $\eta \delta T \ln \frac{P_B}{P_A}$ $\eta C_p \Delta T$ | $\eta C_p \Delta T$ | 0 | 0 | Ειρηνοδό $\ddot{\text{o}}$ $(T-S)$ | |
| H' | $\eta \delta T \ln \frac{P_B}{P_A}$ $\eta R \Delta T$ | $\eta R \Delta T$ | 0 | $\frac{P_A}{T_A} - \frac{P_B}{T_B}$ $\gamma - 1$ | Ειρηνοδό $\ddot{\text{o}}$ $(p-V)$ | |
| M' | 0 | $\eta C_p \Delta T$ | $\eta C_p \Delta T$ | 0 | $\eta = \frac{1}{2} \sum_i N_i v_i^2 = \frac{1}{2} N_i m_i v_i^2 = \frac{1}{2} N_i E_i = \frac{1}{2} \rho v^2$ $P = \frac{1}{3} \frac{N}{V} v^2 = \frac{1}{3} N_i m_i v_i^2 = \frac{2}{3} N_i E_i = \frac{1}{3} \rho m_i v_i^2$ | |
| 1 ^η Θρη. Νόμος; | $Q = H'$ | $\Delta U = Q - H'$ | $\eta C_p \Delta T$ | $\eta C_p \Delta T$ | $\Delta U = Q$ | $Q = H'$ |
| ΔS | $\eta \delta T \ln \frac{P_B}{P_A}$ $\eta C_p \ln \frac{T_B}{T_A}$ | $\eta C_p \ln \frac{T_B}{T_A}$ | 0 | $\eta \delta T \ln \frac{P_B}{P_A}$ $\eta C_p \ln \frac{T_B}{T_A}$ | $N_i = \frac{N}{V_i}$ $E_i = \frac{1}{2} m_i v_i^2$ $d = \frac{m}{V} = \frac{N m_i}{V_i}$ $U = N \cdot \bar{E} = \frac{1}{2} N i T = \frac{1}{2} \rho i T$ $\bar{E} = \frac{1}{2} kT$ | 0 $U = \sqrt{\frac{kT}{m_i}} = \sqrt{\frac{kT}{m}} = \sqrt{\frac{kRT}{M}}$ $\Sigma \text{ Απόδινη διαποντήση της Ελεγκτήρης}$ Ορθολογική |
| p - V (Εργο- δεύτερο) | | | | | | |
| p - T | | | | | | |
| V - T | | | | | | |
| T - S (Ενέργεια) | | | | | | |

Πίεση

- Σε επιφάνεια (εμβαδού) S ασκείται η δύναμη
- Η πίεση p ορίζεται ως:

$$p = \frac{\vec{F}_\perp}{S}$$



Μονάδες:

- 1 Pa (=1 N/m²)
- 1 atm = 760 mmHg
= 101.325 Pa
≈ 100.000 Pa
= 10⁵ Pa = 1 bar

20-Noε-14

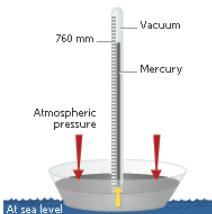
22

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

Η μονάδα πίεσης 1 mmHg

- The millimeter of mercury (symbol: mmHg) is defined as the pressure exerted at the base of a column of fluid exactly 1 mm high, when the density of the fluid is exactly 13.5951 g/cm³, at a place where the acceleration of gravity is exactly 9.80665 m/s².

- There are several things to notice about this definition:
 - A fluid density of 13.5951 g/cm³ was chosen for this definition because this is the approximate density of mercury at 0 °C. The definition, therefore, assumes a particular value for the density of mercury. This assumption limits the precision of any pressure measurement (in mmHg) to six significant digits.
 - The definition uses a particular value for the acceleration of gravity, the standard acceleration, $g = 9.80665 \text{ m/sec}^2$. In practice, of course, measurements are made using local values.
 - These assumptions limit both the validity and the precision of the mmHg as a unit of pressure. No metrology laboratory measures or calibrates pressure directly in these terms. It would be extremely difficult to find a fluid with exactly this density, and a place where g was exactly 9.80665 m/s².



20-Noε-14

23

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

Ατμοσφαιρική πίεση

- Atmospheric pressure is the pressure at any point in the Earth's atmosphere. In most circumstances atmospheric pressure is closely approximated by the hydrostatic pressure caused by the weight of air above the measurement point. Low pressure areas have less atmospheric mass above their location, whereas high pressure areas have more atmospheric mass above them. Similarly, at elevations closer to sea level there is less overlying atmospheric mass, so that pressures decrease with increasing elevation. A column of air 1 square inch in cross section, measured from sea level to the top of the atmosphere, would weigh approximately 14.7 lbf. A 1 m² (11 sq ft) column of air would weigh about 100 kilonewtons (equivalent to a mass of 10.2 tonnes at the surface).



| Κλάσμα της | Μέσο ύψος (m) |
|------------|---------------|
| 1 atm | 0 |
| 1/2 | 5.486 |
| 1/3 | 8.376 |
| 1/10 | 16.132 |
| 1/100 | 30.901 |
| 1/1.000 | 48.467 |
| 1/10.000 | 69.464 |
| 1/100.000 | 96.282 |

20-Noε-14

24

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

Χρήσιμοι ορισμοί

- **Σταθερά Avogadro**

- $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
 $= 602.300.000.000.000.000.000.000 \text{ mol}^{-1}$.

- **1 mol**

- ποσότητα ουσίας η οποία περιέχει ακριβώς $N_A (= 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1})$ μόρια ή άτομα.

- **Μοριακό Βάρος (MB)**

- η μάζα (σε gr) ενός mol.

25

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Χρήσιμοι ορισμοί

- **Γραμμομοριακή μάζα (M)**

- η μάζα ενός mol μιας ουσίας.
 $M = (MB) \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol} = (MB) \text{ gr/mol}$.

- **Κανονικές συνθήκες (ΚΣ - stp)**

- Πίεση: $p = 1 \text{ atm}$
- Θερμοκρασία: $\theta = 0^\circ \text{C}$ ή $T = 273 \text{ K}$.

- **Γραμμομοριακός όγκος (V_{mol})**

- ο όγκος που καταλαμβάνει 1 mol ενός αερίου σε ΚΣ.
Είναι $V_{\text{mol}} = 22,4 \text{ L}$.

26

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Χρήσιμες σταθερές

- **Σταθερά Boltzmann**

- $k = 1,380662 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

$$k = \frac{R}{N_A}$$

- **Σταθερά Avogadro**

- $N_A = 6,022045 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

- **(Παγκόσμια) σταθερά των ιδανικών αερίων**

- $R = 8,314 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1} = 0,082 \text{ L} \cdot \text{atm} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

27

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Συντελεστές μετατροπής

• Ενέργεια

- $1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ J}$, $1 \text{ cal} = 4,1868 \text{ J}$

• Πίεση

- $1 \text{ atm} = 76 \text{ cm Hg} = 760 \text{ mmHg}$
 $= 101325 \text{ Pa} (\approx 10^5 \text{ Pa}) = 1 \text{ bar}$

• Όγκος

- $1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ L} = 10^6 \text{ cm}^3 = 10^6 \text{ mL}$

• Ταχύτητα

- $1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h} = 100 \text{ cm/sec}$

28

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Βασικές σχέσεις

- Αν m η μάζα από n mol μιας ουσίας που αποτελείται από N μόρια, με γραμμομοριακή μάζα M , τότε:

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}$$

29

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

II. Κινητική Θεωρία των αερίων

1. Θερμική κίνηση
2. Στατιστική Φυσική
3. Κινητική θεωρία των αερίων
4. Οι καταστάσεις της ύλης
5. Το μοντέλο του ιδανικού αερίου
6. Πραγματικά αέρια

30

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Μια παγκόσμια αλήθεια...

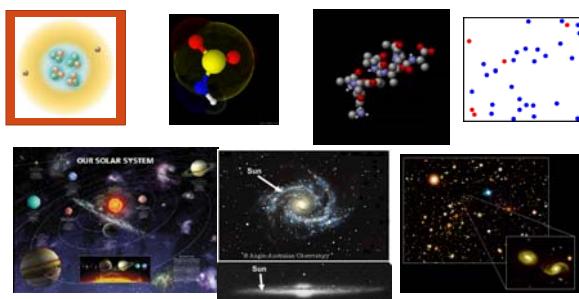
- Σε κάθε σώμα στη φύση, και κάτω από οποιεσδήποτε συνθήκες, τα στοιχειώδη μέρη που το αποτελούν κινούνται:
- Τα μόρια κάθε τμήματος της ύλης κινούνται
- Τα άτομα αυτών των μορίων κινούνται
- Τα ηλεκτρόνια των ατόμων κινούνται
- ...

31

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Μια παγκόσμια αλήθεια...



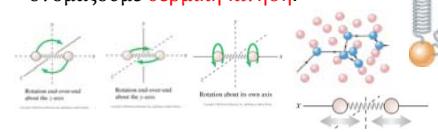
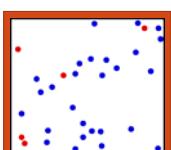
32

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Θερμική κίνηση

- Η χαρακτηριστική ιδιότητα της κίνησης που συζητάμε είναι ότι γίνεται με **τυχαίο τρόπο**.
- Αυτή τη τυχαία και άτακτη κίνηση των μορίων της ύλης θα την ονομάζουμε **Θερμική κίνηση**.

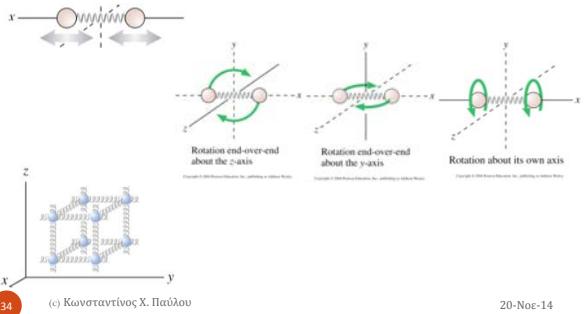


33

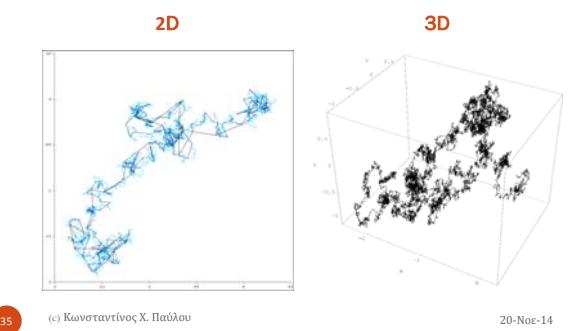
(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Ισοκατανομή της ενέργειας



Παράδειγμα τυχαίας κίνησης



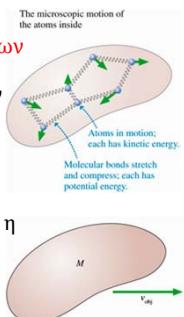
Στατιστική Φυσική

- Η **στατιστική φυσική** μελετάει τις φυσικές ιδιότητες συστημάτων που αποτελούνται από πολύ μεγάλο αριθμό ατόμων ή μορίων ($10^{23}!$).
- $10^{23} = 100.000.000.000.000.000.000.000 !!!$
- Ακόμη κι αν είναι γνωστός ο νόμος αλληλεπίδρασης μεταξύ των σωματιδίων, ο αριθμός τους **δεν** επιτρέπει την αντιμετώπιση ενός τέτοιου συστήματος όπως θα αντιμετωπίζαμε ένα απλό σύστημα...

36 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 20-Noe-14

Στατιστική Φυσική

- Οι νόμοι των μακροσκοπικών σωμάτων δεν κάνουν πλήρη μικροσκοπική περιγραφή ενός συστήματος (δηλ. δεν δίνουν τη θέση κάθε μορίου ενός αερίου σε κάθε χρονική στιγμή).
- Παρέχουν ορισμένα μετρήσιμα μακροσκοπικά μεγέθη, όπως η πίεση, η θερμοκρασία, κλπ, που αποτελούν μέσους δρους μικροσκοπικών ιδιοτήτων.



37

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Στατιστική Φυσική

- Οι μακροσκοπικοί νόμοι είναι λοιπόν στατιστικής φύσης.
- Λόγω του τεράστιου αριθμού σωματιδίων οι διακυμάνσεις είναι εξαιρετικά μικρές.
- Έτσι οι στατιστικοί νόμοι οδηγούν σε αποτελέσματα απόλυτης βεβαιότητας!

38

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Κινητική θεωρία των αερίων

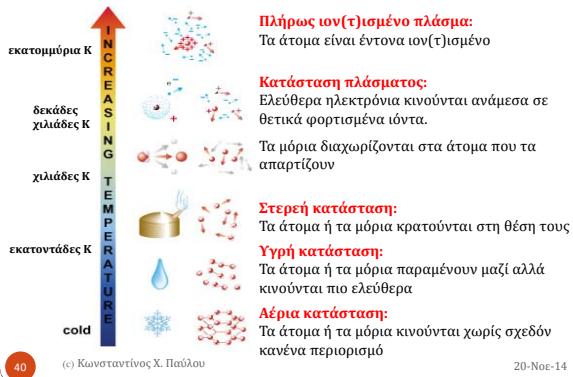
- Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της στατιστικής μηχανικής στα αέρια αποτελεί το αντικείμενο της κινητικής θεωρίας των αερίων.
- Οι μέθοδοι που χρησιμοποιεί η κινητική θεωρία είναι οι γενικές μέθοδοι της στατιστικής φυσικής που συνδύζει τους νόμους της **κλασικής μηχανικής** με τους νόμους της **θεωρίας των πιθανοτήτων**.

39

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Οι (3+1) καταστάσεις της ύλης



Το ιδανικό αέριο – ορισμός #1

- Από μακροσκοπικής άποψης το ιδανικό αέριο είναι αυτό που υπακούει στην (καταστατική) εξίσωση

$$pV = nRT$$

- p: πίεση,
- V: όγκος,
- R: σταθερά,
- n: αριθμός mol (μάζα),
- T: (απόλυτη) θερμοκρασία.

41 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Το ιδανικό αέριο

- Λόγω της καταστατικής εξίσωσης, η κατάσταση μιας συγκεκριμένης ποσότητας ιδανικού αερίου είναι πλήρως καθορισμένη όταν είναι γνωστά δύο από τα τρία μεγέθη (p, V, T). πχ

$$p = p(V, T): \quad pV = nRT \Rightarrow p = \frac{nRT}{V}$$

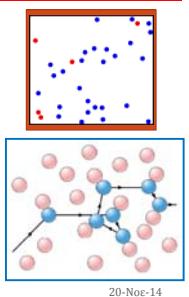
42 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Το ιδανικό αέριο – ορισμός #2

Μικροσκοπικά, οι παραδοχές της κινητικής θεωρίας για το μοντέλο του ιδανικού αερίου είναι:

1. Το πλήθος των μορίων είναι πολύ μεγάλο.
2. Τα μόρια του είναι σφαιρικές σημειακές μάζες χωρίς εσωτερική δομή.
3. Κατά την κίνηση και κατά την κρούση των μορίων ισχύουν οι νόμοι της κλασικής μηχανικής.
4. Όλες οι κρούσεις μεταξύ των μορίων αλλά και αυτές μεταξύ των μορίων και των τοιχωμάτων του δοχείου θεωρούνται απολύτως ελαστικές.
5. Η διάρκεια κάθε κρούσης είναι αμελητέα.



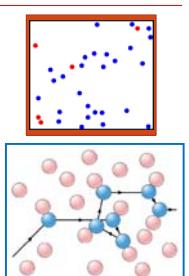
(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Το ιδανικό αέριο – ορισμός #2

Μικροσκοπικά, οι παραδοχές της κινητικής θεωρίας για το μοντέλο του ιδανικού αερίου είναι:

6. Δυνάμεις στα μόρια ασκούνται μόνο στη διάρκεια των κρούσεων. Άρα, μεταξύ των κρούσεων η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.
7. Τα μόρια του αερίου βρίσκονται σε διαρκή κίνηση και δύες οι κατευθύνσεις είναι ισοπίθανες.
8. Ο όγκος κάθε μορίου χωριστά είναι αμελητέος σε σχέση με τον όγκο που καταλαμβάνει το αέριο.
9. Η κινητική ενέργεια κατανέμεται το ίδιο σε όλες τις διανατές κινήσεις (βαθμούς ελευθερίας) του μορίου.



(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Πραγματικά αέρια

- Ένα πραγματικό αέριο αποτελείται από μόρια που:

- Έχουν εσωτερική δομή
- Δεν είναι σφαιρικά
- Καταλαμβάνουν όγκο
- Αλληλεπιδρούν μεταξύ τους



(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Πραγματικά αέρια

- Ένα πραγματικό αέριο συμπεριφέρεται “ιδανικά” όταν βρίσκεται μακριά από τις συνθήκες υγροποίησής του, δλδ βρίσκεται σε :

 - Χαμηλή πίεση
 - Μικρή πυκνότητα
 - Σχετικά υψηλή θερμοκρασία

46

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Πραγματικά αέρια

- Ο J. Van der Waals πρότεινε τον 19^ο αιώνα μια καταστατική εξίσωση για τα πραγματικά αέρια:

$$\left(p + \frac{n^2 a}{V^2} \right) (V - nb) = nRT$$

- a, b : χαρακτηριστικές σταθερές του κάθε αερίου
- $n^2 a / V^2$: **ενδοπίεση** – λόγω αλληλεπίδρασης των μορίων.
- nb : **σύνογκος** – λόγω του όγκου των μορίων.

47

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

III. Μεταβολές & νόμοι των αερίων

- Διάγραμμα $p - V$ ($p - T$, $V - T$)
- Αντιστρεπτές μεταβολές
- Μη – αντιστρεπτές μεταβολές
- Νόμοι των αερίων (Boyle, Gay – Lussac, Charles)
- Η καταστατική εξίσωση του ιδανικού αερίου

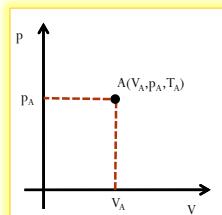
48

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Διάγραμμα $p - V$ ($p - T / V - T$)

- Ένα σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση (θερμοδυναμικής) ισορροπίας όταν οι μεταβλητές που το περιγράφουν έχουν την ίδια τιμή σε όλη την έκταση του συστήματος και δεν αλλάζουν με την πάροδο του χρόνου.
- Μια κατάσταση ισορροπίας παριστάνεται σ' ένα διάγραμμα $p - V$ (ή $p - T$ ή $V - T$) από ένα σημείο.



49

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Αντιστρεπτές μεταβολές

- Μια μεταβολή λέγεται **αντιστρεπτή** αν ακολουθώντας την αντιστροφή πορεία το σύστημα επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση και δεν υπάρχει καμιά αλλαγή στο σύστημα και στο περιβάλλον.
- μπορούμε να προσεγγίσουμε μια αντιστρεπτή μεταβολή όταν:
 - Πραγματοποιείται πάρα πολύ αργά ώστε κάθε ενδιάμεση κατάσταση, να είναι κατάσταση ισορροπίας, και
 - Δεν έχουμε απώλεια ενέργειας υπό μορφή τριβών, υστερήσεων, κλπ.

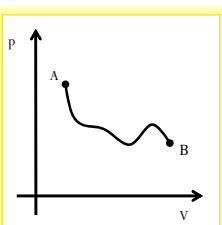
50

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Αντιστρεπτές μεταβολές

- Σ' ένα διάγραμμα $p - V$ μια αντιστρεπτή μεταβολή παριστάνεται από μια συνεχή γραμμή όπως η μεταβολή AB δίπλα.



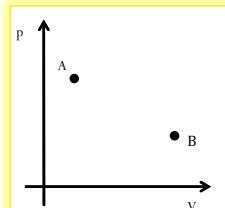
51

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Μη - αντιστρεπτές μεταβολές

- Αν υπάρχουν απώλειες ενέργειας και οι ενδιάμεσες καταστάσεις δεν είναι καταστάσεις ισορροπίας, η μεταβολή ονομάζεται **μη - αντιστρεπτή**.
- Στο διάγραμμα $p - V$ σημειώνεται μόνο η αρχική και τελική κατάσταση.



52

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Μη - αντιστρεπτές μεταβολές

- Όλες οι μεταβολές στη φύση είναι μη - αντιστρεπτές.



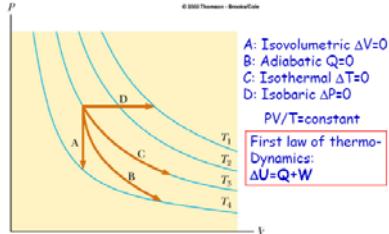
53

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Types of processes

© 2000 Thomson - Brooks/Cole



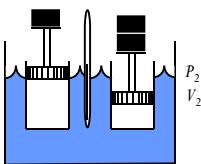
54

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Νόμος Boyle (ισόθερμη μετ.)

- Μια μεταβολή (συγκεκριμένης ποσότητας) ενός αερίου, κατά την οποία η θερμοκρασία του αερίου παραμένει σταθερή, ονομάζεται ισόθερμη μεταβολή.



- Νόμος Boyle:

• Η πίεση ορισμένης ποσότητας αερίου σε σταθερή θερμοκρασία, είναι αντιστρόφως ανάλογη του όγκου του.

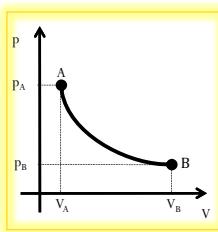
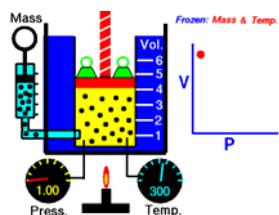
$$p \sim \frac{1}{V} \Rightarrow pV = \sigma\alpha\theta$$

55

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Νόμος Boyle (ισόθερμη μετ.)



$$p \sim \frac{1}{V} \Rightarrow pV = \sigma\alpha\theta, \text{ με } T = \sigma\alpha\theta$$

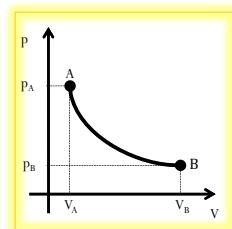
56

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Νόμος Boyle (ισόθερμη μετ.)

- A → B: ισόθερμη εκτόνωση
- B → A: ισόθερμη συμπίεση



$$p \sim \frac{1}{V} \Rightarrow pV = \sigma\alpha\theta, \text{ με } T = \sigma\alpha\theta$$

57

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Νόμος Boyle (ισόθερμη μετ.)

- Η σχέση $pV = \sigma \alpha \theta$
μπορεί να γραφεί και με τη μορφή

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

- Όπου (1) και (2) δυο τυχαίες καταστάσεις πάνω στην ισόθερμη
- Η σταθερά στο νόμο του Boyle εξαρτάται από τη μάζα και από τη θερμοκρασία (στην οποία γίνεται η μεταβολή) του αερίου.

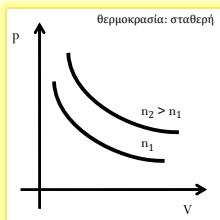
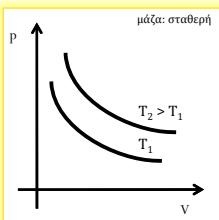
58

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Νόμος Boyle (ισόθερμη μετ.)

- Η σταθερά στο νόμο του Boyle εξαρτάται από τη μάζα και από τη θερμοκρασία (στην οποία γίνεται η μεταβολή) του αερίου.



59

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

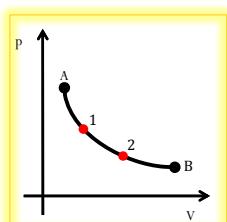
Νόμος Boyle (ισόθερμη μετ.)



Για την ισόθερμη μεταβολή που φαίνεται στο διάγραμμα, συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα.

| σημείο | p_i | V_i | $p_i V_i$ |
|--------|-------|-------|-----------|
| A | | 1 | 24 |
| 1 | | 2 | |
| 2 | 8 | 4 | |
| B | | | |

Οι μονάδες είναι στο SI



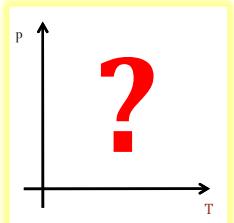
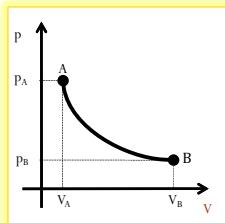
60

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Νόμος Boyle (ισόθερμη μετ.)

- Να γίνει γραφική παράσταση του νόμου του Boyle (της ισόθερμης μεταβολής) σε άξονες $p - T$.

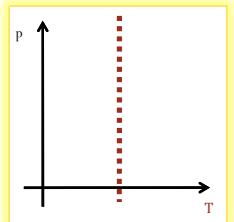
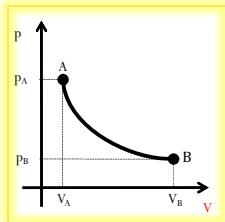


61 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Νόμος Boyle (ισόθερμη μετ.)

- Η θερμοκρασία παραμένει σταθερή. Άρα η "καμπύλη" θα είναι κάθετη στον άξονα των θερμοκρασιών...

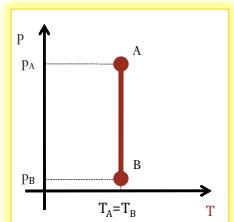
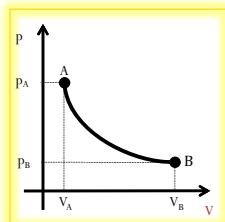


62 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Νόμος Boyle (ισόθερμη μετ.)

- Από το διάγραμμα $p - V$, παρατηρούμε πως πηγαίνοντας από την κατάσταση Α στην κατάσταση Β η πίεση μειώνεται...



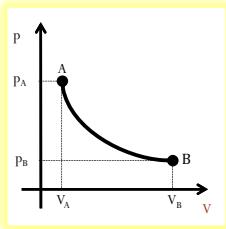
63 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Νόμος Boyle (ισόθερμη μετ.)

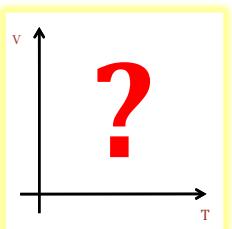


- **Άσκηση:** Να γίνει γραφική παράσταση του νόμου του Boyle (της ισόθερμης μεταβολής) σε άξονες $V - T$.



64

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

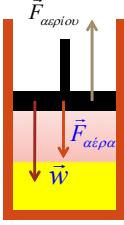


20-Noe-14

Πίεση αερίου σε δοχείο με έμβολο

- Οι δυνάμεις που δέχεται το έμβολο είναι:

- Η $\vec{F}_{\text{αέρα}}$
- Η $\vec{F}_{\text{αερίου}}$
- Το βάρος του $\vec{w} = m\vec{g}$



Θεωρούμε ότι το έμβολο δεν παρουσιάζει τριβές με τα τοιχώματα του δοχείου.

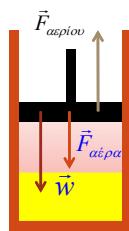
65

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Πίεση αερίου σε δοχείο με έμβολο

- Το έμβολο ισορροπεί, άρα:



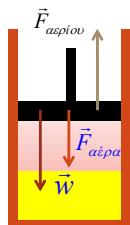
$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \\ \vec{w} + \vec{F}_{\text{αέρα}} + \vec{F}_{\text{αερίου}} = 0 \Rightarrow \\ w + F_{\text{αέρα}} - F_{\text{αερίου}} = 0$$

66

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Πίεση αερίου σε δοχείο με έμβολο



- Από τον ορισμό της πίεσης

$$p = \frac{F_\perp}{S}$$

- Έχουμε:

$$w + F_{aera} - F_{aeriov} = 0 \Rightarrow \\ \frac{w}{S} + \frac{F_{aera}}{S} - \frac{F_{aeriov}}{S} = 0 \Rightarrow$$

$$p = \frac{w}{S} + p_{atm}$$

Όπου S είναι το έμβαδό του εμβόλου.

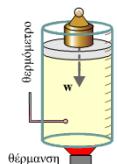
67

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Νόμος Gay-Lussac (ισοβαρής μετ.)

- Μια μεταβολή (συγκεκριμένης ποσότητας) ενός αερίου, κατά την οποία η πίεση του αερίου παραμένει σταθερή, ονομάζεται ισοβαρής μεταβολή.
- Νόμος Gay-Lussac:
 - Ο όγκος ορισμένης ποσότητας αερίου υπό σταθερή πίεση, είναι αναλόγος της θερμοκρασίας του.



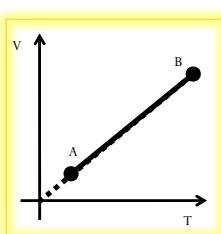
$$V \sim T \Rightarrow \frac{V}{T} = \sigma \alpha \theta \\ p = \sigma \alpha \theta$$

68

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Νόμος Gay-Lussac (ισοβαρής μετ.)



- A → B: ισοβαρής εκτόνωση (θέρμανση)
- B → A: ισοβαρής συμπίεση (ψύξη)

$$V \sim T \Rightarrow \frac{V}{T} = \sigma \alpha \theta \\ p = \sigma \alpha \theta$$

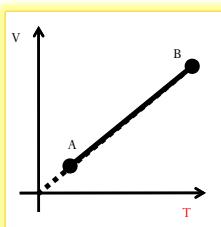
69

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

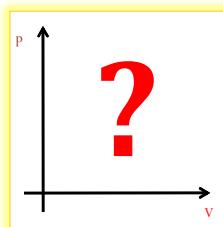
20-Νοε-14

Νόμος Gay-Lussac (ισοβαρής μετ.)

- Να γίνει γραφική παράσταση του νόμου του Gay - Lussac (ης ισοβαρούς μεταβολής) σε άξονες p – V .



(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου



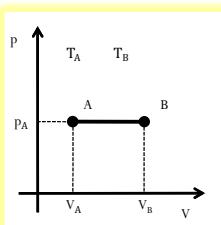
20-Noε-14

Νόμος Gay-Lussac (ισοβαρής μετ.)

- $A \rightarrow B$: ισοβαρής εκτόνωση (θέρμανση)
- $B \rightarrow A$: ισοβαρής συμπίεση (ψύξη)

$$V \sim T \Rightarrow \frac{V}{T} = \sigma \tau \alpha \theta$$

$$p = \sigma \tau \alpha \theta$$



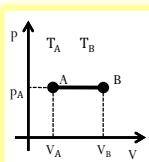
(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Νόμος Gay-Lussac (ισοβαρής μετ.)

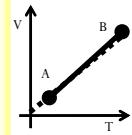
- Η σχέση $\frac{V}{T} = \sigma \tau \alpha \theta$

μπορεί να γραφεί και ως $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$



- Όπου (1) και (2) δυο τυχαίες καταστάσεις πάνω στην ισοβαρή.

- Η σταθερά στο νόμο του Gay – Lussac εξαρτάται από τη μάζα και από τη πίεση (στην οποία γίνεται η μεταβολή) του αερίου.

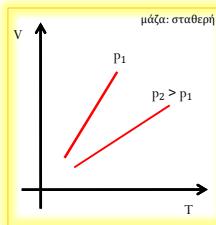


(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

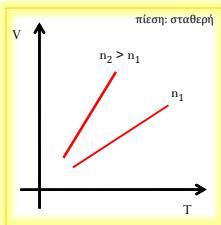
20-Noε-14

Νόμος Gay-Lussac (ισοβαρής μετ.)

- Η σταθερά στο νόμο του Gay – Lussac εξαρτάται από τη μάζα και από τη πίεση (στην οποία γίνεται η μεταβολή) του αερίου.



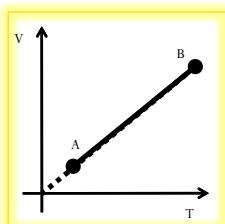
(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου



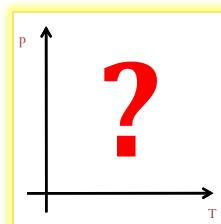
20-Νοε-14

Νόμος Gay-Lussac (ισοβαρής μετ.)

- Άσκηση:** Να γίνει γραφική παράσταση του νόμου του Gay - Lussac (της ισοβαρούς μεταβολής) σε άξονες p – T .



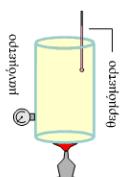
(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου



20-Νοε-14

Νόμος Charles (ισόχωρη μετ.)

- Μια μεταβολή (συγκεκριμένης ποσότητας) ενός αερίου, κατά την οποία ο όγκος του αερίου παραμένει σταθερός, ονομάζεται **ισόχωρη μεταβολή**.
- Νόμος Charles:
 - Η πίεση ορισμένης ποσότητας αερίου υπό σταθερό όγκο, είναι ανάλογη της (απόλυτης) θερμοκρασίας του.



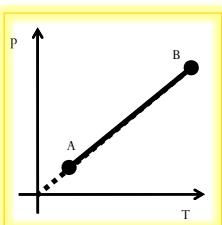
$$p \sim T \Rightarrow \frac{p}{T} = \text{σταθ}$$

$$V = \sigma \alpha \theta$$

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Νόμος Charles (ισόχωρη μετ.)



- A → B: ισόχωρη θέρμανση
- B → A: ισόχωρη ψύξη

$$p \sim T \Rightarrow \frac{p}{T} = \sigma \alpha \theta$$

$$V = \sigma \alpha \theta$$

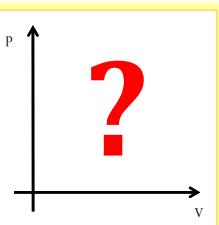
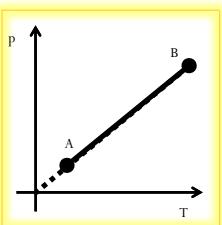
76

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παπάλου

20-Νοε-14

Νόμος Charles (ισόχωρη μετ.)

- Να γίνει γραφική παράσταση του νόμου του Charles (της ισόχωρης μεταβολής) σε άξονες p – V.



77

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παπάλου

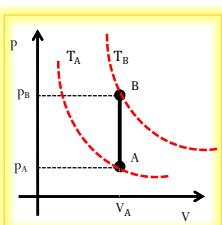
20-Νοε-14

Νόμος Charles (ισόχωρη μετ.)

- A → B: ισόχωρη θέρμανση
- B → A: ισόχωρη ψύξη

$$p \sim T \Rightarrow \frac{p}{T} = \sigma \alpha \theta$$

$$V = \sigma \alpha \theta$$



78

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παπάλου

20-Νοε-14

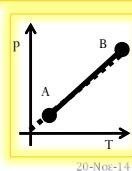
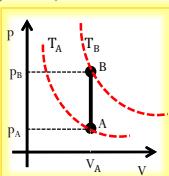
Νόμος Charles (ισόχωρη μετ.)

- Η σχέση $\frac{P}{T} = \sigma \tau \alpha \theta$

μπορεί να γραφεί και ως $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$

- Όπου (1) και (2) δυο τυχαίες καταστάσεις πάνω στην ισόχωρη.

- Η σταθερά στο νόμο του Charles εξαρτάται από τη μάζα και από τον όγκο (στον οποία γίνεται η μεταβολή) του αερίου.



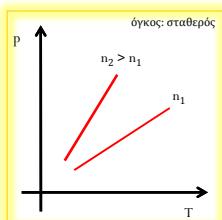
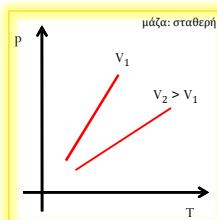
79

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Νόμος Charles (ισόχωρη μετ.)

- Η σταθερά στο νόμο του Charles εξαρτάται από τη μάζα και από τον όγκο (στον οποία γίνεται η μεταβολή) του αερίου.



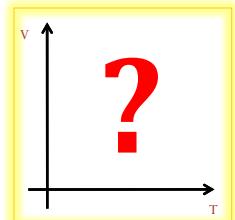
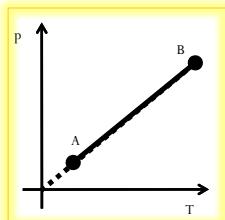
80

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Νόμος Charles (ισόχωρη μετ.)

- Άσκηση:** Να γίνει γραφική παράσταση του νόμου του Charles (της ισόχωρης μεταβολής) σε άξονες $V - T$.



81

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Το ιδανικό αέριο

- Από μακροσκοπικής άποψης το ιδανικό αέριο είναι αυτό που υπακούει στην (καταστατική) εξίσωση

$$pV = nRT$$

- p: πίεση,
- V: όγκος,
- R: σταθερά,
- n: αριθμός mol (μάζα),
- T: (απόλυτη) θερμοκρασία.

82

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Πραγματικά αέρια

- Θυμάστε πότε ένα **πραγματικό** αέριο συμπεριφέρεται (περίπου) ως **ιδανικό?**



83

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Πραγματικά αέρια

- Ένα πραγματικό αέριο συμπεριφέρεται ιδανικά όταν βρίσκεται μακριά από τις συνθήκες υγροποίησής του:
 - Χαμηλή πίεση
 - Μικρή πυκνότητα
 - Σχετικά υψηλή θερμοκρασία
- **Στη συνέχεια ΟΛΑ τα αέρια θα τα θεωρούμε ιδανικά.**

84

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Σταθερά ιδανικού αερίου

- Η σταθερά R στην καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων έχει την τιμή:

$$\bullet R = 8,314 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1} = \\ = 0,082 \text{ L·atm·mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}.$$

$$pV = nRT$$

85

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Η καταστατική εξίσωση του IA

$$pV = nRT$$

- n = αριθμός mol

- m = μάζα αερίου

- M = γραμμομοριακή μάζα

- ρ = πυκνότητα

$$p = \frac{1}{M} \frac{m}{V} RT$$

$$p = \frac{\rho}{M} RT$$

$$n = \frac{m}{M}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

86

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Παράδειγμα 1-1 / σελ 12

- Στην αρχή ενός ταξιδιού η θερμοκρασία των ελαστικών ενός αυτοκινήτου είναι 7 °C. Κατά τη διάρκεια του ταξιδιού τα ελαστικά θερμαίνονται στους 27 °C. Αν στην αρχή του ταξιδιού ο αέρας στο εσωτερικό των ελαστικών βρισκόταν σε πίεση 3 atm, πόση θα έχει γίνει η πίεση στο τέλος του ταξιδιού;
- Υποθέτουμε ότι ο όγκος των ελαστικών παραμένει αμετάβλητος.



87

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Παράδειγμα 1-1 / σελ 12

$p_1 = 3 \text{ atm}$
 $T_1 = 7^\circ\text{C} = 280 \text{ K}$
 $T_2 = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$
 $V = \sigma\alpha\theta.$

 $p_2 = ?$ 

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

$$K = {}^\circ\text{C} + 273,15$$

$$K \approx {}^\circ\text{C} + 273$$

20-Noe-14

Παράδειγμα 1-1 / σελ 12

$p_1 = 3 \text{ atm}$
 $T_1 = 7^\circ\text{C} = 280 \text{ K}$
 $T_2 = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$
 $V = \sigma\alpha\theta.$

 $p_2 = ?$ 

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

- Αφού υποθέτουμε ότι ο όγκος παραμένει σταθερός, μπορούμε να θεωρήσουμε πώς η μεταβολή είναι ισόχωρη και συνεπώς ισχύει ο νόμος του Charles.

Παράδειγμα 1-1 / σελ 12

$p_1 = 3 \text{ atm}$
 $T_1 = 7^\circ\text{C} = 280 \text{ K}$
 $T_2 = 27^\circ\text{C} = 300 \text{ K}$
 $V = \sigma\alpha\theta.$

 $p_2 = ?$ 

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

- Αφού υποθέτουμε ότι ο όγκος παραμένει σταθερός, μπορούμε να θεωρήσουμε πώς η μεταβολή είναι ισόχωρη και συνεπώς ισχύει ο νόμος του Charles.
- Άρα θα έχουμε: $\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$

Παράδειγμα 1-3 / σελ 13

$n = 0,2 \text{ mol}$
 $T_A = 300 \text{ K}$
 $p_A = 2 \text{ atm}$

με p : σταθ.

$T_B = 400 \text{ K}$

με T : σταθ.

$p_T = 1,5 \text{ atm}$

με V : σταθ.
 $T_d = 300 \text{ K}$

με T : σταθ
 μεταβάνει στην αρχική κατάσταση.

$(p, V, T)_{A/B/T_d}$? Διαγράμματα

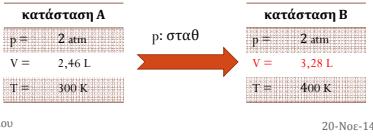
97 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

- Η μεταβολή $A \rightarrow B$ είναι ισοβαρής, άρα μπορούμε να εφαρμόσουμε τον νόμο του Gay – Lussac.

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_B = \frac{T_B}{T_A} V_A = \frac{400K}{300K} 2,46L \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_B = 3,28L$$



20-Noe-14

Παράδειγμα 1-3 / σελ 13

$n = 0,2 \text{ mol}$
 $T_A = 300 \text{ K}$
 $p_A = 2 \text{ atm}$

με p : σταθ.

$T_B = 400 \text{ K}$

με T : σταθ.

$p_T = 1,5 \text{ atm}$

με V : σταθ.
 $T_d = 300 \text{ K}$

με T : σταθ
 μεταβάνει στην αρχική κατάσταση.

$(p, V, T)_{A/B/T_d}$? Διαγράμματα

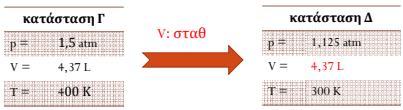
98 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

- Η μεταβολή $\Gamma \rightarrow \Delta$ είναι ισόχωρη, άρα μπορούμε να εφαρμόσουμε τον νόμο του Charles.

$$\frac{p_\Gamma}{T_\Gamma} = \frac{p_\Delta}{T_\Delta} \Rightarrow p_\Delta = \frac{T_\Delta}{T_\Gamma} p_\Gamma \Rightarrow$$

$$p_\Delta = \frac{300K}{400K} 1,5atm \Rightarrow$$

$$p_\Delta = 1,125 \text{ atm}$$



20-Noe-14

Παράδειγμα 1-3 / σελ 13

$n = 0,2 \text{ mol}$
 $T_A = 300 \text{ K}$
 $p_A = 2 \text{ atm}$

με p : σταθ.

$T_B = 400 \text{ K}$

με T : σταθ.

$p_T = 1,5 \text{ atm}$

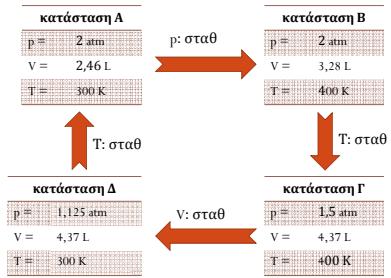
με V : σταθ.
 $T_d = 300 \text{ K}$

με T : σταθ
 μεταβάνει στην αρχική κατάσταση.

$(p, V, T)_{A/B/T_d}$? Διαγράμματα

99 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

- Για κάθε κατάσταση πρέπει να ξέρουμε τις τιμές των καταστατικών μεταβλητών (p, V, T).



20-Noe-14

Παράδειγμα 1-3 / σελ 13

$n = 0,2 \text{ mol}$
 $T_A = 300 \text{ K}$
 $p_A = 2 \text{ atm}$

με $T:$ σταθ.
 $T_B = 400 \text{ K}$

με $T:$ σταθ.
 $p_T = 1,5 \text{ atm}$

με $V:$ σταθ.
 $T_d = 300 \text{ K}$

με $T:$ σταθ
μεταβάινει στην
αρχική κατάσταση.

$(p, V, T)_{A/B/T_d}?$
Διαγράμματα

100

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

- Δημιουργία του διεγράμματος $p - V$.

| κατάσταση A | κατάσταση B | κατάσταση Γ | κατάσταση Δ |
|----------------------|----------------------|-----------------------|-------------------------|
| $p = 2 \text{ atm}$ | $p = 2 \text{ atm}$ | $p = 1,5 \text{ atm}$ | $p = 1,125 \text{ atm}$ |
| $V = 2,46 \text{ L}$ | $V = 3,28 \text{ L}$ | $V = 4,37 \text{ L}$ | $V = 4,37 \text{ L}$ |

20-Noe-14

Παράδειγμα 1-3 / σελ 13

$n = 0,2 \text{ mol}$
 $T_A = 300 \text{ K}$
 $p_A = 2 \text{ atm}$

με $p:$ σταθ.
 $T_B = 400 \text{ K}$

με $T:$ σταθ.
 $p_T = 1,5 \text{ atm}$

με $V:$ σταθ.
 $T_d = 300 \text{ K}$

με $T:$ σταθ
μεταβάινει στην
αρχική κατάσταση.

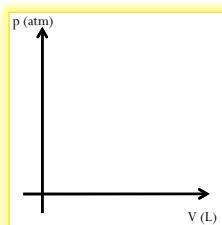
$(p, V, T)_{A/B/p/T_d}?$
Διαγράμματα

101

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

- Σχεδιάζουμε και βαθμολογούμε τους άξονες.

| κατάσταση A | κατάσταση B | κατάσταση Γ | κατάσταση Δ |
|----------------------|----------------------|-----------------------|-------------------------|
| $p = 2 \text{ atm}$ | $p = 2 \text{ atm}$ | $p = 1,5 \text{ atm}$ | $p = 1,125 \text{ atm}$ |
| $V = 2,46 \text{ L}$ | $V = 3,28 \text{ L}$ | $V = 4,37 \text{ L}$ | $V = 4,37 \text{ L}$ |



20-Noe-14

Παράδειγμα 1-3 / σελ 13

$n = 0,2 \text{ mol}$
 $T_A = 300 \text{ K}$
 $p_A = 2 \text{ atm}$

με $T:$ σταθ.
 $T_B = 400 \text{ K}$

με $T:$ σταθ.
 $p_T = 1,5 \text{ atm}$

με $V:$ σταθ.
 $T_d = 300 \text{ K}$

με $T:$ σταθ
μεταβάινει στην
αρχική κατάσταση.

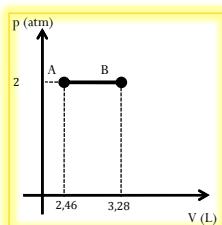
$(p, V, T)_{A/B/T_d}?$
Διαγράμματα

102

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

- Σχεδιάζουμε την ισοβαρή μεταβολή $A \rightarrow B$.

| κατάσταση A | κατάσταση B | κατάσταση Γ | κατάσταση Δ |
|----------------------|----------------------|-----------------------|-------------------------|
| $p = 2 \text{ atm}$ | $p = 2 \text{ atm}$ | $p = 1,5 \text{ atm}$ | $p = 1,125 \text{ atm}$ |
| $V = 2,46 \text{ L}$ | $V = 3,28 \text{ L}$ | $V = 4,37 \text{ L}$ | $V = 4,37 \text{ L}$ |



20-Noe-14

Παράδειγμα 1-3 / σελ 13

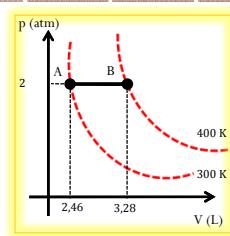
• Σχεδιάζουμε τις δυο ισόθερμες των 300 K και 400 K.

| κατάσταση A | κατάσταση B | κατάσταση Γ | κατάσταση Δ |
|----------------------|----------------------|-----------------------|-------------------------|
| $p = 2 \text{ atm}$ | $p = 2 \text{ atm}$ | $p = 1,5 \text{ atm}$ | $p = 1,125 \text{ atm}$ |
| $V = 2,46 \text{ L}$ | $V = 3,28 \text{ L}$ | $V = 4,37 \text{ L}$ | $V = 4,37 \text{ L}$ |
| $T = 300 \text{ K}$ | $T = 400 \text{ K}$ | $T = 400 \text{ K}$ | $T = 300 \text{ K}$ |

με p : σταθ. $T_B = 400 \text{ K}$ με T : σταθ. $p_T = 1,5 \text{ atm}$ με V : σταθ. $T_d = 300 \text{ K}$ με T : σταθ
μεταβάλνει στην
αρχική κατάσταση.(p,V,T)_{A/B/G/D}?
Διαγράμματα

103

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου



20-Noe-14

Παράδειγμα 1-3 / σελ 13

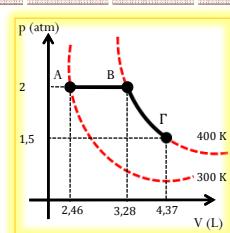
• Σχεδιάζουμε την ισόθερμη μεταβολή $B \rightarrow \Gamma$.

| κατάσταση A | κατάσταση B | κατάσταση Γ | κατάσταση Δ |
|----------------------|----------------------|-----------------------|-------------------------|
| $p = 2 \text{ atm}$ | $p = 2 \text{ atm}$ | $p = 1,5 \text{ atm}$ | $p = 1,125 \text{ atm}$ |
| $V = 2,46 \text{ L}$ | $V = 3,28 \text{ L}$ | $V = 4,37 \text{ L}$ | $V = 4,37 \text{ L}$ |
| $T = 300 \text{ K}$ | $T = 400 \text{ K}$ | $T = 400 \text{ K}$ | $T = 300 \text{ K}$ |

με p : σταθ. $T_B = 400 \text{ K}$ με T : σταθ. $p_T = 1,5 \text{ atm}$ με V : σταθ. $T_d = 300 \text{ K}$ με T : σταθ
μεταβάλνει στην
αρχική κατάσταση.(p,V,T)_{A/B/G/D}?
Διαγράμματα

104

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου



20-Noe-14

Παράδειγμα 1-3 / σελ 13

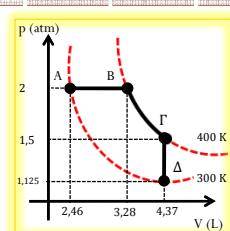
• Σχεδιάζουμε την ισόχωρη μεταβολή $\Gamma \rightarrow \Delta$.

| κατάσταση A | κατάσταση B | κατάσταση Γ | κατάσταση Δ |
|----------------------|----------------------|-----------------------|-------------------------|
| $p = 2 \text{ atm}$ | $p = 2 \text{ atm}$ | $p = 1,5 \text{ atm}$ | $p = 1,125 \text{ atm}$ |
| $V = 2,46 \text{ L}$ | $V = 3,28 \text{ L}$ | $V = 4,37 \text{ L}$ | $V = 4,37 \text{ L}$ |
| $T = 300 \text{ K}$ | $T = 400 \text{ K}$ | $T = 400 \text{ K}$ | $T = 300 \text{ K}$ |

με p : σταθ. $T_B = 400 \text{ K}$ με T : σταθ. $p_T = 1,5 \text{ atm}$ με V : σταθ. $T_d = 300 \text{ K}$ με T : σταθ
μεταβάλνει στην
αρχική κατάσταση.(p,V,T)_{A/B/G/D}?
Διαγράμματα

105

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου



20-Noe-14

Παράδειγμα 1-3 / σελ 13

$n = 0,2 \text{ mol}$
 $T_A = 300 \text{ K}$
 $p_A = 2 \text{ atm}$

με p : σταθ.

$T_B = 400 \text{ K}$

με T : σταθ.

$p_T = 1,5 \text{ atm}$

με V : σταθ.
 $T_d = 300 \text{ K}$

με T : σταθ
 μεταβάνει στην αρχική κατάσταση.

$(p, V, T)_{A/B/T_d}$?
 Διαγράμματα

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

- Σχεδιάζουμε και την ισόθερμη μεταβολή $\Delta \rightarrow A$.

| κατάσταση A | κατάσταση B | κατάσταση Γ | κατάσταση Δ |
|----------------------|----------------------|------------------------|-------------------------|
| $p = 2 \text{ atm}$ | $p = 2 \text{ atm}$ | $p = 1,25 \text{ atm}$ | $p = 1,125 \text{ atm}$ |
| $V = 2,46 \text{ L}$ | $V = 3,28 \text{ L}$ | $V = 4,37 \text{ L}$ | $V = 4,37 \text{ L}$ |
| $T = 300 \text{ K}$ | $T = 400 \text{ K}$ | $T = 400 \text{ K}$ | $T = 300 \text{ K}$ |

με p : σταθ.

$T_B = 400 \text{ K}$

με T : σταθ.

$p_T = 1,5 \text{ atm}$

με V : σταθ.
 $T_d = 300 \text{ K}$

με T : σταθ
 μεταβάνει στην αρχική κατάσταση.

$(p, V, T)_{A/B/T_d}$?
 Διαγράμματα

106

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου



20-Noe-14

106

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

Παράδειγμα 1-3 / σελ 13

$n = 0,2 \text{ mol}$
 $T_A = 300 \text{ K}$
 $p_A = 2 \text{ atm}$

με p : σταθ.

$T_B = 400 \text{ K}$

με T : σταθ.

$p_T = 1,5 \text{ atm}$

με V : σταθ.
 $T_d = 300 \text{ K}$

με T : σταθ
 μεταβάνει στην αρχική κατάσταση.

$(p, V, T)_{A/B/T_d}$?
 Διαγράμματα

107

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

- Έχοντας έτοιμο το διάγραμμα $p - V$ μπορούμε πολύ εύκολα (?) να κάνουμε και τα υπόλοιπα διαγράμματα:

- $p - T$ & $V - T$.

κατάσταση A — κατάσταση B

$p = 2 \text{ atm}$ $p = 2 \text{ atm}$

$V = 2,46 \text{ L}$ $V = 3,28 \text{ L}$

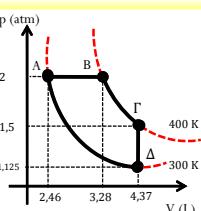
$T = 300 \text{ K}$ $T = 400 \text{ K}$

κατάσταση Γ — κατάσταση Δ

$p = 1,25 \text{ atm}$ $p = 1,125 \text{ atm}$

$V = 4,37 \text{ L}$ $V = 4,37 \text{ L}$

$T = 400 \text{ K}$ $T = 300 \text{ K}$

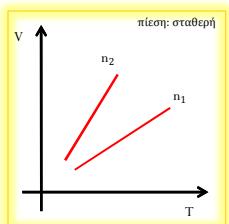


20-Noe-14

Άσκηση 1.8 / σελ 27

- Δυο ποσότητες (n_1 και n_2) ιδανικού αερίου εκτελούν ισοβαρή μεταβολή στην ίδια πίεση.

- Να αποδείξετε ότι $n_2 > n_1$.



20-Noe-14

108

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

Φυσικός – Ραδιοηλεκτρολόγος (MSc)

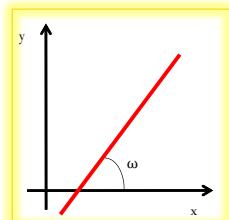
Άσκηση 1.8 / σελ 27

- Γνωρίζουμε για την κλίση μιας ευθείας της μορφής

$$y = ax + b$$

- ότι ισχύει

$$\varepsilon \varphi \omega = a$$



109

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

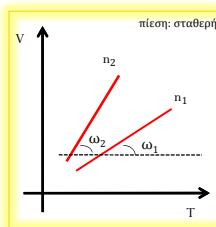
Άσκηση 1.8 / σελ 27

- Από το διάγραμμα παρατηρούμε πως $\omega_2 > \omega_1$.

- Άρα: $\varepsilon \varphi \omega_2 > \varepsilon \varphi \omega_1$

- Οι ευθείες είναι της μορφής

$$V = aT$$



110

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Άσκηση 1.8 / σελ 27

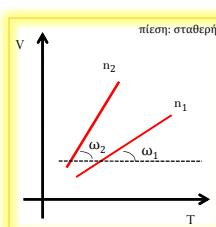
- Άρα $\alpha_2 > \alpha_1$.

- Αφού είναι ιδανικό αέριο θα ισχύει:

$$pV = nRT$$

- και συνεπώς

$$V = \frac{nR}{p} T$$



111

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Άσκηση 1.8 / σελ 27

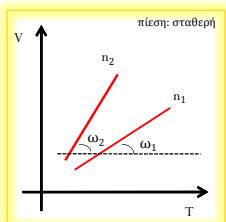
- Συγκρίνοντας τις σχέσεις

$$V = aT$$

$$V = \frac{nR}{p} T$$

- Καταλαβαίνουμε πως:

$$a = \frac{nR}{p}$$



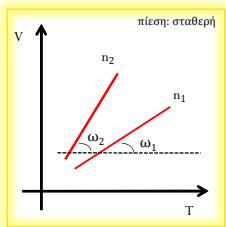
(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Άσκηση 1.8 / σελ 27

- και επειδή $\alpha_2 > \alpha_1$ θα έχουμε:

$$\frac{n_2 R}{p} > \frac{n_1 R}{p} \Rightarrow n_2 > n_1$$



(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Στοιχεία Στατιστικής

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Στοιχεία Στατιστικής

- Έστω ένα **σύνολο** N αριθμών:

$$\{x_1, x_2, x_3, \dots, x_j, \dots, x_N\}$$

- Συμβολίζεται και ως:

$$\{x_j : j = 1, 2, \dots, N\}$$

- Πχ: $\{4, 8, 15\}$ αριθμοί: $x_1 = 4, x_2 = 8, x_3 = 15$

115

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παπάλου

20-Noe-14

Στοιχεία Στατιστικής

- Η **μέση τιμή** αυτών των αριθμών ορίζεται ως:

$$\bar{x} = \langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k = \frac{1}{N} (x_1 + x_2 + \dots + x_N)$$

- Το **τετράγωνο της μέσης τιμής** είναι:

$$\bar{x}^2 = \langle x \rangle^2 = \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \right)^2 = \left(\frac{1}{N} (x_1 + x_2 + \dots + x_N) \right)^2$$

116

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παπάλου

20-Noe-14

Στοιχεία Στατιστικής

- Η **μέση τιμή του τετραγώνου** αυτών των αριθμών ορίζεται ως:

$$\overline{x^2} = \langle x^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k^2 = \frac{1}{N} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2)$$

117

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παπάλου

20-Noe-14

Στοιχεία Στατιστικής

- Η τετραγωνική ρίζα της μέσης τιμής των τετραγώνων αυτών των τιμών ονομάζεται **ενεργός τιμή**:

$$x_{\text{ev}} = x_{\text{rms}} = \sqrt{x^2} = \\ = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k^2} = \sqrt{\frac{1}{N} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_N^2)}$$

118

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παπάλου

20-Νοε-14

Στοιχεία Στατιστικής

- Έστω το σύνολο των $N (=8)$ αριθμών του πίνακα.
- Η **μέση τιμή** τους είναι:

$$\bar{x} = \langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k = \\ = \frac{1}{8} (2 + 4 + 6 + 6 + 6 + 8 + 12 + 14) = \\ = 7,25$$

| x_j | $(x_j)^2$ |
|-------|-----------|
| 2 | 4 |
| 4 | 16 |
| 6 | 36 |
| 6 | 36 |
| 6 | 36 |
| 8 | 64 |
| 12 | 144 |
| 14 | 196 |

119

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παπάλου

20-Νοε-14

Στοιχεία Στατιστικής

- Έστω το σύνολο των $N (=8)$ αριθμών του πίνακα.
- Το **τετράγωνο της μέσης τιμής** τους είναι:

$$(\bar{x})^2 = \left(\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k \right)^2 = (7,25)^2 = \\ = 52,5625$$

| x_j | $(x_j)^2$ |
|-------|-----------|
| 2 | 4 |
| 4 | 16 |
| 6 | 36 |
| 6 | 36 |
| 6 | 36 |
| 8 | 64 |
| 12 | 144 |
| 14 | 196 |

120

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παπάλου

20-Νοε-14

Στοιχεία Στατιστικής

- Έστω το σύνολο των $N (=8)$ αριθμών του πίνακα.
- Η **μέση τιμή των τετραγώνων** τους είναι:

$$\begin{aligned}\bar{x}^2 &= \langle x^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k^2 = \\ &= \frac{1}{8} (4 + 16 + 36 + 36 + 36 + 64 + 144 + 196) = \\ &= 66,5\end{aligned}$$

| x_j | $(x_j)^2$ |
|-------|-----------|
| 2 | 4 |
| 4 | 16 |
| 6 | 36 |
| 6 | 36 |
| 6 | 36 |
| 8 | 64 |
| 12 | 144 |
| 14 | 196 |

121

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Στοιχεία Στατιστικής

- Έστω το σύνολο των $N (=8)$ αριθμών του πίνακα.
- Η **ενεργός τιμή** τους είναι:

$$\begin{aligned}x_{ev} = x_{rms} &= \sqrt{\bar{x}^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k^2} = \\ &= \sqrt{66,5} = \\ &= 8,15\end{aligned}$$

| x_j | $(x_j)^2$ |
|-------|-----------|
| 2 | 4 |
| 4 | 16 |
| 6 | 36 |
| 6 | 36 |
| 6 | 36 |
| 8 | 64 |
| 12 | 144 |
| 14 | 196 |

122

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Στοιχεία Στατιστικής

- Έστω το σύνολο των $N (=8)$ αριθμών του πίνακα.
- Προσοχή!**
 - Μέση τιμή των τετραγώνων: $\bar{x}^2 = 66,5$
 - Τετράγωνο της μέσης τιμής: $\bar{x}^2 = 52,5625$
- Άρα: $\bar{x}^2 \neq \bar{x}$

| x_j | $(x_j)^2$ |
|-------|-----------|
| 2 | 4 |
| 4 | 16 |
| 6 | 36 |
| 6 | 36 |
| 6 | 36 |
| 8 | 64 |
| 12 | 144 |
| 14 | 196 |

123

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

IV. Κινητική θεωρία των αερίων

1. Θερμική κίνηση – στατιστική μηχανική – ιδανικό/πραγματικό αέριο.
2. Πίεση ιδανικού αερίου
3. Μέση κινητική ενέργεια – ενεργός ταχύτητα
4. Βαθμοί ελευθερίας, θεώρημα ισοκατανομής της ενέργειας.
5. Κανονομή Maxwell – Boltzmann

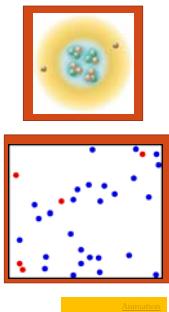
124

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Θερμική κίνηση

- Σε κάθε σώμα στη φύση, και κάτω από οποιεσδήποτε συνθήκες, τα στοιχειώδη μέρη που το αποτελούν κινούνται.
- Η χαρακτηριστική ιδιότητα της κίνησης που συζητάμε είναι ότι γίνεται με **τυχαίο τρόπο**.
- Αυτή τη τυχαία και άτακτη κίνηση των μορίων της ύλης θα την ονομάζουμε **θερμική κίνηση**.



125

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Στατιστική Φυσική

- Η **στατιστική φυσική** μελετάει τις φυσικές ιδιότητες συστημάτων που αποτελούνται από πολύ μεγάλο αριθμό ατόμων ή μορίων (10^{23} !).
- Ακόμη κι αν είναι γνωστός ο νόμος αλληλεπίδρασης μεταξύ των σωματιδίων, ο αριθμός τους **δεν** επιτρέπει την αντιμετώπιση ενός τέτοιου συστήματος όπως θα αντιμετωπίζαμε ένα απλό σύστημα...

126

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Στατιστική Φυσική

- Οι νόμοι των **μακροσκοπικών σωμάτων** δεν κάνουν πλήρη **μικροσκοπική περιγραφή** ενός συστήματος (δηλ. δεν δίνουν τη θέση **κάθε μορίου** ενός αερίου σε **κάθε χρονική στιγμή**).
- Παρέχουν ορισμένα μετρήσιμα μακροσκοπικά μεγέθη, όπως η πίεση, η θερμοκρασία, κλπ, που αποτελούν **μέσους όρους** μικροσκοπικών ιδιοτήτων.

127

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Στατιστική Φυσική

- Οι μακροσκοπικοί νόμοι είναι λοιπόν στατιστικής φύσης.
- Λόγω του τεράστιου αριθμού σωματιδίων οι διακυμάνσεις είναι εξαιρετικά μικρές.
- Έτσι οι στατιστικοί νόμοι οδηγούν σε αποτελέσματα απόλυτης βεβαιότητας!**

128

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Κινητική θεωρία των αερίων

- Το αποτέλεσμα της εφαρμογής της στατιστικής μηχανικής στα αέρια αποτελεί το αντικείμενο της **κινητικής θεωρίας των αερίων**.
- Οι μέθοδοι που χρησιμοποιεί η κινητική θεωρία είναι οι γενικές μέθοδοι της στατιστικής φυσικής που συνδύζει τους νόμους της **κλασικής μηχανικής** με τους νόμους της **θεωρίας των πιθανοτήτων**.

129

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Το ιδανικό αέριο

- Από μακροσκοπικής άποψης το ιδανικό αέριο είναι αυτό που υπακούει στην (καταστατική) εξίσωση

$$pV = nRT$$

- p: πίεση,
- V: όγκος,
- R: σταθερά,
- n: αριθμός mol (μάζα),
- T: (απόλυτη) θερμοκρασία.

130

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Το ιδανικό αέριο

Μικροσκοπικά, οι παραδοχές της κινητικής θεωρίας για το μοντέλο του ιδανικού αερίου είναι:

1. Το πλήθος των μορίων είναι πολύ μεγάλο.
2. Τα μόρια του είναι σφαιρικές σημειακές μάζες χωρίς εσωτερική δομή.
3. Κατά την κίνηση και κατά την κρούση των μορίων ισχύουν οι νόμοι της ικλαστικής μηχανικής.
4. Όλες οι κρούσεις μεταξύ των μορίων αλλά και αυτές μεταξύ των μορίων και των τοιχωμάτων του δοχείου θεωρούνται απολύτως ελαστικές.
5. Η διάρκεια κάθε κρούσης είναι αμελητέα.
6. Δυνάμεις στα μόρια ασκούνται μόνο στη διάρκεια των κρούσεων. Άρα, μεταξύ των κρούσεων η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή.
7. Τα μόρια του αερίου βρίσκονται σε διαρκή κίνηση και όλες οι κατεύθυνσεις είναι ισοπθίλανες.
8. Ο όγκος κάθε μορίου χωριστά είναι αμελητέος σε σχέση με τον όγκο του καταλαμβάνει το αέριο.
9. Η κινητική ενέργεια κατανέμεται το ίδιο σε όλες τις δυνατές κίνησεις (βαθμούς ελευθερίας) του μορίου.

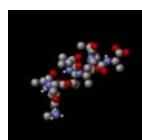
131

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Πραγματικά αέρια

- Ένα πραγματικό αέριο αποτελείται από μόρια που:
 - Έχουν εσωτερική δομή
 - Δεν είναι σφαιρικά
 - Καταλαμβάνουν όγκο
 - Αλληλεπιδρούν μεταξύ τους



132

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Πραγματικά αέρια

- Ένα πραγματικό αέριο συμπεριφέρεται ιδανικά όταν βρίσκεται μακριά από τις συνθήκες υγροποίησής του:
 - Χαμηλή πίεση
 - Μικρή πυκνότητα
 - Σχετικά υψηλή θερμοκρασία

133

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Πραγματικά αέρια

- Ο J. Van der Waals πρότεινε τον 19^ο αιώνα μια καταστατική εξίσωση για τα πραγματικά αέρια:

$$\left(p + \frac{n^2 a}{V^2} \right) (V - nb) = nRT$$

- a, b : χαρακτηριστικές σταθερές του κάθε αερίου
- $n^2 a / V^2$: **ενδοπίεση** – λόγω αλληλεπίδρασης των μορίων.
- nb : **σύνογκος** – λόγω του όγκου των μορίων.

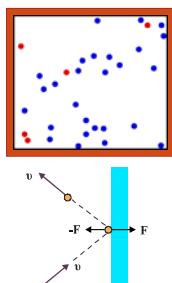
134

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Πίεση ιδανικού αερίου

- Σύμφωνα με την κινητική θεωρία, η πίεση ενός αερίου οφείλεται στις συγκρούσεις των μορίων του αερίου (λόγω της τυχαίας / άτακτης κίνησής τους) πάνω στα τοιχώματα του δοχείου που περιέχει το αέριο.



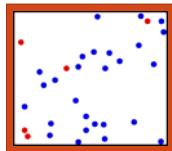
20-Noe-14

135

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

Πίεση ιδανικού αερίου

- Αν:
 - V = όγκος δοχείου
 - N = αριθμός μορίων
 - m_0 = μάζα ενός μορίου.
- Αποδεικνύεται ότι $P = \frac{1}{3} \frac{Nm_0}{V} \bar{v^2}$
- Όπου $\bar{v^2}$ η μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων των μορίων



136

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παπάλου

20-Noε-14

Πίεση ιδανικού αερίου

- Η μάζα (m) του αερίου είναι $m = Nm_0$
- Άρα η πίεση γίνεται: $P = \frac{1}{3} \frac{Nm_0}{V} \bar{v^2} = \frac{1}{3} \frac{m}{V} \bar{v^2}$
- Και συνεπώς: $P = \frac{1}{3} \frac{m}{V} \bar{v^2} = \frac{1}{3} \rho \bar{v^2}$

137

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παπάλου

20-Noε-14

Η μέση κινητική ενέργεια

- Για N μόρια, από τον ορισμό της μέσης τιμής, θα έχουμε για τη (μέση) κινητική ενέργεια:

$$\bar{K} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{K}_j = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} m_0 \bar{v_j^2} = \frac{1}{2} m_0 \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \bar{v_j^2} = \frac{1}{2} m_0 \bar{v^2}$$

$$\bar{K} = \frac{1}{N} (K_1 + K_2 + \dots + K_N) = \frac{1}{N} \left(\frac{1}{2} m_0 v_1^2 + \frac{1}{2} m_0 v_2^2 + \dots + \frac{1}{2} m_0 v_N^2 \right)$$

$$= \frac{1}{2} m_0 \frac{1}{N} (v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_N^2) = \frac{1}{2} m_0 \bar{v^2}$$

138

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παπάλου

20-Noε-14

Η μέση κινητική ενέργεια

- Από τη σχέση $p = \frac{1}{3} \frac{Nm_0}{V} \overline{v^2}$ έχουμε:

$$pV = \frac{1}{3} Nm_0 \overline{v^2} = 2 \frac{1}{2} \frac{1}{3} Nm_0 \overline{v^2} = \\ = 2 \frac{1}{3} N \frac{1}{2} m_0 \overline{v^2} = \frac{2}{3} N \overline{K}$$

139

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Η μέση κινητική ενέργεια

- Χρησιμοποιώντας και την καταστατική εξίσωση έχουμε:

$$\begin{aligned} pV &= nRT \\ pV &= \frac{2}{3} N \overline{K} \end{aligned} \quad \left. \Rightarrow \frac{2}{3} N \overline{K} = nRT \Rightarrow \right.$$

$$\frac{2}{3} \cancel{N} \overline{K} = \frac{\cancel{N}}{N_A} RT \Rightarrow \overline{K} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{3}{2} kT$$

140

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Η μέση κινητική ενέργεια

- Τελικά λοιπόν:

$$\overline{K} = \frac{3}{2} kT \Rightarrow \overline{K} = 3 \cdot \left(\frac{1}{2} kT \right)$$

- Δηλαδή η μέση κινητική ενέργεια εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία και όχι από τη μάζα των μορίων.

141

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Η μέση κινητική ενέργεια

- Παρατηρήσεις: $\bar{K} = \frac{3}{2}kT$
- Για $T = 0 \Rightarrow \bar{K} = 0$ δηλαδή στο απόλυτο μηδέν τα μόρια ηρεμούν?
- Αν τοποθετήσουμε ένα δοχείο με ιδανικό αέριο σ' ένα κινούμενο όχημα, η θερμοκρασία του αερίου θα αυξηθεί?

142

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Η ενεργός ταχύτητα

- Από τη σχέση $\bar{K} = \frac{3}{2}kT$ έχουμε:
$$\frac{1}{2}m_0\bar{v^2} = \frac{3}{2}kT \Rightarrow \bar{v^2} = 3\frac{kT}{m_0}$$
- Εξ' ορισμού: $v_{ev} = \sqrt{\bar{v^2}} \Rightarrow v_{ev} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$

143

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Η ενεργός ταχύτητα

- Η σχέση $v_{ev} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$ παίρνει μια πιο χρήσιμη μορφή:
$$v_{ev} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3\frac{R}{N_A}T}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{N_A m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$
- Όπου M = γραμμομοριακή μάζα.

144

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Test: Πέμπτη, 20 Νοεμβρίου 2014

1. Να δείξετε ότι η πίεση δίνεται από τη σχέση: $p = \frac{1}{3} \rho v^2$

2. Η μέση κινητική ενέργεια δίνεται από την: $\bar{K} = \frac{1}{2} m_0 \bar{v}^2$

3. Η ενεργός ταχύτητα είναι: $v_{ev} = \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$

Στάρκεια: 15 min. Καλή επιτυχία.

145

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Ασκήσεις: 20/11/2014

1. Μέσα σε δοχείο όγκου 20 L περιέχονται 1,0·10²³ μόρια ιδανικού αερίου. Αν η ασκούμενη πίεση είναι 1,0·10⁵ Pa, να βρεθεί η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του αερίου.
2. Μια ποσότητα αερίου που έχει όγκο V₁ = 5 L θερμαίνεται υπό σταθερή πίεση. Αν η ενεργός ταχύτητα των μορίων του διπλασιάστηκε, να βρείτε τον τελικό όγκο του αερίου.

146

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Ασκήσεις: 20/11/2014

3. Σε δοχείο όγκου 2 L περιέχεται ήλιον (He) υπό θερμοκρασία 300 K και πίεση 10⁻¹ N/m².
- Πόσα μόρια περιέχονται στο δοχείο;
 - Πότη είναι η ενεργός ταχύτητας;
 - Συμπιέζουμε το αέριο ώστε ο όγκος του να γίνει 1 L. Πόση θα είναι η νέα ενεργός ταχύτητα, αν η συμπίεση γίνει:
 - Με σταθερή πίεση,
 - Με σταθερή θερμοκρασία.

$$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ μόρια/mol}, R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}, MB_{He} = 4$$

147

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noe-14

Βαθμοί ελευθερίας

- Στη **μηχανική** βαθμοί ελευθερίας είναι ο ελάχιστος αριθμός των ανεξάρτητων μεταβλητών που καθορίζουν τη θέση ενός σώματος.
- Στη **θερμοδυναμική** είναι ο ελάχιστος αριθμός των ανεξάρτητων μεταβλητών που καθορίζουν την ενέργεια ενός σωματίδιου (μορίου).

148

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Βαθμοί ελευθερίας

- Για την απόδειξη της σχέσης $p = \frac{1}{3} \frac{Nm_0}{V} v^2$ δεχθήκαμε τρεις δυνατές κινήσεις των μορίων (x, y, z) και μάλιστα ισοπίθανες:

$$\begin{aligned}\bar{K} &= \frac{1}{2} m_0 \bar{v^2} = \frac{1}{2} m_0 \bar{v_x^2} + \frac{1}{2} m_0 \bar{v_y^2} + \frac{1}{2} m_0 \bar{v_z^2} = \\ &= \frac{1}{2} kT + \frac{1}{2} kT + \frac{1}{2} kT = \\ &= 3\left(\frac{1}{2} kT\right)\end{aligned}$$

149

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Ισοκατανομή της ενέργειας

- Σύμφωνα με το **θεώρημα ισοκατανομής της ενέργειας**, σε κάθε έναν από τους f βαθμούς ελευθερίας, αποδίδεται (μέση) ενέργεια $kT/2$.
- Αρα:

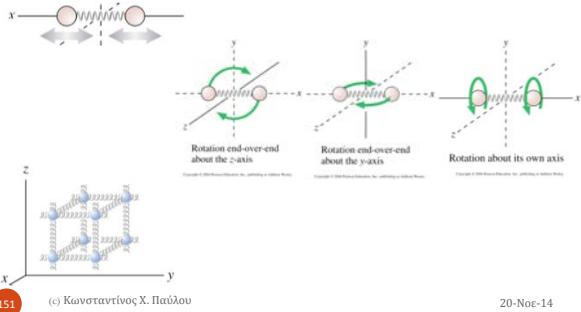
$$\bar{K} = \underbrace{\frac{1}{2} kT + \frac{1}{2} kT + \dots + \frac{1}{2} kT}_{f \text{ προσθετέοι}} = f \cdot \left(\frac{1}{2} kT \right)$$

150

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Ισοκατανομή της ενέργειας



“Είδη” αερίων

- Τα άτομα θεωρούνται σημειακά.
- Μονοατομικά αέρια:
 - Εκτελούν μόνο μεταφορική κίνηση.
 - Άρα: $f = 3$



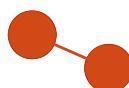
152

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Nov-14

“Είδη” αερίων

- Διατομικά αέρια:
 - Με σταθερή σύνδεση ατόμων:
 - Μεταφορική κίνηση: $f_{\text{met}} = 3$
 - Περιστροφική κίνηση: $f_{\text{per}} = 2$ (ως προς τον άξονα που διέρχεται από τα άτομα η ροπή αδράνειας είναι μηδέν).
- Άρα: $f = 3 + 2 = 5$



20-Nov-14

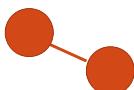
153

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

“Είδη” αερίων

- Διατομικά αέρια:

- Με χαλαρή σύνδεση ατόμων:
 - Δυναμική ενέργεια ταλάντωσης: $f_{\delta\theta\psi} = 1$
 - Κινητική ενέργεια ταλάντωσης: $f_{\kappa\tau\psi} = 1$
- Άρα: $f = 5 + 1 + 1 = 7$



154

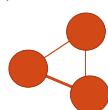
(c) Κωνσταντίνος Χ. Παπάλου

20-Νοε-14

“Είδη” αερίων

- Τριατομικά αέρια:

- Συνήθως θεωρούμε: $f = 3 + 3 = 6$
 - Μεταφορική κίνηση: $f_{μετ} = 3$
 - Περιστροφική κίνηση: $f_{περ} = 3$



155

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παπάλου

20-Νοε-14

Ιδανικό vs πραγματικό αέριο

- Η ατομικότητα και το είδος των δεσμών επιδρούν όπως θα δούμε αργότερα στο λόγο των γραμμομοριακών ειδικών θερμοτήτων (γ).

- Για ιδανικό αέριο: $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{5}{3}$

- Για πραγματικό αέριο: $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{f+2}{f}$

156

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παπάλου

20-Νοε-14

Κατανομή Maxwell – Boltzmann

157

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Κατανομή Maxwell – Boltzmann

- Επειδή δεν υπάρχει τρόπος καθορισμού των ταχυτήτων των μορίων, δεχόμαστε ότι αυτές καλύπτουν μια περιοχή από το μηδέν μέχρι το άπειρο.
- Με τη στατιστική μηχανική μπορούμε να υπολογίσουμε το **ποσοστό** των μορίων που έχουν ταχύτητες μέσα σε μια **ορισμένη περιοχή** τιμών.

158

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Κατανομή Maxwell – Boltzmann

- Σύμφωνα με την κατανομή Maxwell – Boltzmann ο αριθμός των μορίων (dN) που έχουν ταχύτητες μεταξύ u και $u+du$ είναι:

$$dN = f(v)dv$$

- Όπου

$$f(v) = 4\pi N \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{kT}}$$

159

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Κατανομή Maxwell – Boltzmann

- Το ποσοστό των μορίων με ταχύτητες στο διάστημα v και $v+dv$ είναι dN/N .
- Είναι φανερό πως ο λόγος dN/N μας δίνει την πιθανότητα να βρούμε ένα μόριο με ταχύτητα διάστημα v και $v+dv$

160

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Κατανομή Maxwell – Boltzmann

- Από τι εξαρτάται η κατανομή των ταχυτήτων?

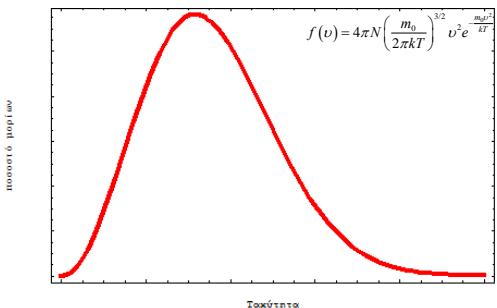
$$f(v) = 4\pi N \left(\frac{m_0}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 e^{-\frac{m_0 v^2}{kT}}$$

161

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Noε-14

Κατανομή Maxwell – Boltzmann



162

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

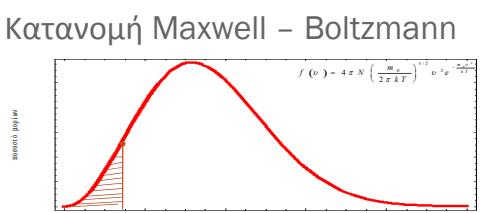
20-Noε-14

Κατανομή Maxwell – Boltzmann

- Η καμπύλη τείνει ασυμπτωτικά προς τον άξονα των ταχυτήτων για μεγάλες ταχύτητες αφού δεν υπάρχει ανώτερο όριο ταχύτητας.
 - Αυτός είναι και ο λόγος της ασυμμετρίας της καμπύλης.

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Nov-14



- Το εμβαδό που περικλείεται από την καμπύλη και τον άξονα των ταχυτήτων ισούται με τον συνολικό αριθμό των μορίων.
 - Το γραμμοστικασμένο εμβαδό αντιστοιχεί στο ποσοστό των μορίων που έχουν ταχύτητες μικρότερες ή ίσες με ν.₀.

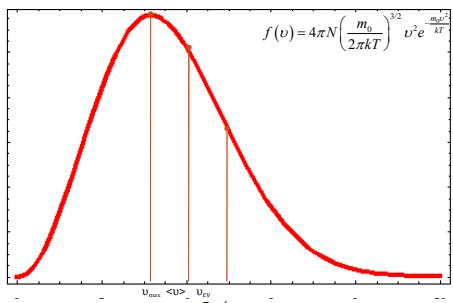
(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Nog-14

Κατανομή Maxwell – Boltzmann

- Με τον γνωστό τρόπο αναζήτησης ακρότατων τιμών βρίσκουμε πως η **πιθανότερη ταχύτητα** είναι:
 - Επίσης, η **ενεργός ταχύτητα**: $v_{\varepsilon v} = \sqrt{\frac{3}{2}} v_{\max}$
 - Και η **μέση ταχύτητα**: $\bar{v} = < v > = \frac{2}{\sqrt{\pi}} v_i$

Κατανομή Maxwell – Boltzmann



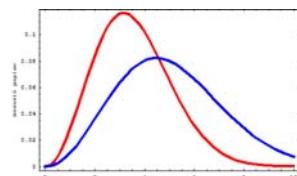
166

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Κατανομή Maxwell – Boltzmann

- Η αντίθετη στην πρώτη εικόνα καμπύλη μετατοπίζεται δεξιά.
- Άρα ο αριθμός των μορίων που έχουν ταχύτητες μεγαλύτερες από μια συγκεκριμένη τιμή αυξάνεται.



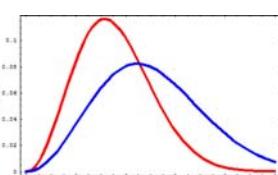
167

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Κατανομή Maxwell – Boltzmann

- Η πιθανότερη ταχύτητα αυξάνεται, όμως μειώνεται το ποσοστό των μορίων που έχουν αυτή τη ταχύτητα.



$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}}$$

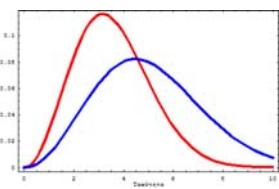
168

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Κατανομή Maxwell – Boltzmann

- Ο αριθμός των μορίων που έχουν ταχύτητες μεγαλύτερες από κάποια συγκεκριμένη τιμή είναι μεγαλύτερος στο αέριο με το μικρότερο MB.



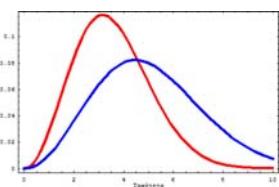
169

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Nov-14

Κατανομή Maxwell – Boltzmann

- Η πιθανότερη ταχύτητα μειώνεται με αύξηση του MB, αυξάνεται όμως το ποσοστό των μορίων που έχουν αυτή την ταχύτητα.



170

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Nov-14
