

ΓΕΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Κωνσταντίνος Χ. Παύλου
 Φυσικός - Ραδιοηλεκτρολόγος (MSc)
 Καστοριά, Νοέμβριος 14

Σύνθεση ταλαντώσεων

2 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου
20-Νοε-14

Αρχή της επαλληλίας

Αν ένα σώμα εκτελεί περισσότερες από μια κινήσεις **ταυτόχρονα**, τότε:

$$\vec{x}(t) = \vec{x}_1(t) + \vec{x}_2(t) + \vec{x}_3(t) \dots \rightarrow \begin{cases} \vec{v}(t) = \vec{v}_1(t) + \vec{v}_2(t) + \vec{v}_3(t) + \dots \\ \vec{a}(t) = \vec{a}_1(t) + \vec{a}_2(t) + \vec{a}_3(t) + \dots \end{cases}$$

Αν εκτελεί δύο ταλαντώσεις (με την ίδια θ.λ. και στην ίδια διεύθυνση), θα έχουμε:

$$x_1(t) = A_1 \eta \mu(\omega_1 t + \varphi_{01}) \quad x_2(t) = A_2 \eta \mu(\omega_2 t + \varphi_{02})$$

Θα μελετήσουμε δυο περιπτώσεις:

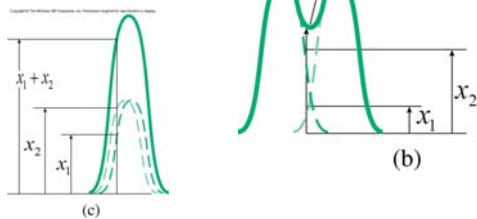
1. οι ταλαντώσεις έχουν την ίδια συχνότητα: $\omega_1 = \omega_2$
2. οι ταλαντώσεις έχουν (ελαφρώς) διαφορετικές συχνότητες και ίδια πλάτη: $\begin{cases} A_1 = A_2 \\ \omega_1 \neq \omega_2 \end{cases}$

3 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου
20-Νοε-14

Αρχή της επαλληλίας

$$x_1(t) = A_1 \eta\mu(\omega_1 t + \varphi_{01})$$

$$x_2(t) = A_2 \eta\mu(\omega_2 t + \varphi_{02})$$



4 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 20-Νοε-14

Διαφορά φάσης

Διαφορά φάσης ονομάζεται η... διαφορά φάσης (!)

Έστω οι δυο ταλαντώσεις: $x_1(t) = A_1 \eta\mu(\omega_1 t + \varphi_{01})$ και $x_2(t) = A_2 \eta\mu(\omega_2 t + \varphi_{02})$

Η διαφορά φάσης των δυο αυτών ταλαντώσεων είναι

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 \xrightarrow[\varphi_2 = \omega_2 t + \varphi_{02}]{\varphi_1 = \omega_1 t + \varphi_{01}} \Delta\varphi = (\omega_1 t + \varphi_{01}) - (\omega_2 t + \varphi_{02})$$

$$\rightarrow \Delta\varphi = (\omega_1 - \omega_2)t - (\varphi_{02} - \varphi_{01})$$

$$\xrightarrow[\Delta\varphi_0 = \varphi_{02} - \varphi_{01}]{\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2} \Delta\varphi = \Delta\omega \cdot t - \Delta\varphi_0$$

Συνήθως μας ενδιαφέρει η διαφορά φάσης κατ' απόλυτη τιμή.

Αν $\omega_2 = \omega_1 \rightarrow \Delta\omega = 0 \rightarrow \Delta\varphi = -\Delta\varphi_0 \rightarrow |\Delta\varphi| = |\Delta\varphi_0|$

5 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 20-Νοε-14

Ταλαντώσεις με ίδιες συχνότητες

Θα ξεκινήσουμε με την εξής περίπτωση: $\begin{cases} x_1(t) = A_1 \eta\mu(\omega t) \\ x_2(t) = A_2 \eta\mu(\omega t + \varphi_{02}) \end{cases}$

Αποδεικνύεται πως στην περίπτωση αυτή το σώμα εκτελεί αατ με την ίδια συχνότητα:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \xrightarrow[\text{απόδειξη}]{\text{συνθήκη}} x(t) = A \eta\mu(\omega t + \theta_0)$$

Το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \text{συν}\varphi_{02}}$$

Η αρχική φάση της συνισταμένης ταλάντωσης υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\varepsilon\varphi\theta_0 = \frac{A_2 \eta\mu\varphi_{02}}{A_1 + A_2 \text{συν}\varphi_{02}}$$

βλ. επόμενη

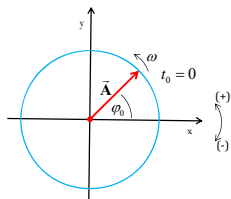
6 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 20-Νοε-14

Στρεφόμενο διάνυσμα

Η μελέτη της σύνθεσης των ταλαντώσεων διευκολύνεται με τη χρήση των **στρεφόμενων διανυσμάτων**.

$$x(t) = A\eta\mu(\omega t + \varphi_0)$$

Τι σημαίνει περιστροφή με σταθερή γωνιακή ταχύτητα $\omega = \pi/3 \text{ rad/sec}$;
Απάντηση: σε κάθε sec το διάνυσμα στρέφεται κατά $\pi/3 \text{ rad}$ ή αλλιώς κατά 60° .



Τα διανύσματα τοποθετούνται με βάση την αρχική τους φάση. Τις γωνίες τις μετράμε από τον θετικό x ημιάξονα. Θετικές προς τον y. Αρνητικές προς τον y'.

7

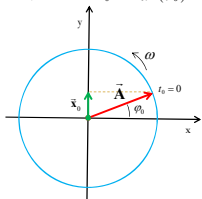
(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Nov-14

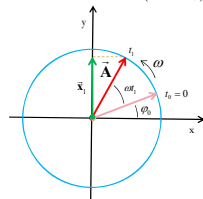
Στρεφόμενο διάνυσμα

Η προβολή του περιστρεφόμενου διανύσματος \vec{A} στον άξονα y' αποτελεί την αλγεβρική τιμή της απομάκρυνσης του σώματος που ταλαντώνεται.

Για $t_0 = 0$ είναι: $x_0 = A\eta\mu(\varphi_0)$



Για t_1 είναι: $x_1 = A\eta\mu(\omega t_1 + \varphi_0)$



8

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Nov-14

Ταλαντώσεις με ίδιες συχνότητες

Αν η αρχική φάση και της δεύτερης ταλάντωσης είναι μηδέν, δηλ αν $\varphi_{02} = 0 \rightarrow \Delta\varphi = -\Delta\varphi_0 = 0$

Το πλάτος της νέας ταλάντωσης θα είναι:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\text{συ}\nu\varphi_{02}} \xrightarrow[\text{συ}\nu\varphi_{02}=1]{\varphi_{02}=0} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2}$$

$$\rightarrow A = \sqrt{(A_1 + A_2)^2} \xrightarrow{A>0} A = A_1 + A_2$$

Επίσης, αρχική φάση της νέας ταλάντωσης θα είναι:

$$\varepsilon\varphi\theta_0 = \frac{A_2\eta\mu\varphi_{02}}{A_1 + A_2\text{συ}\nu\varphi_{02}} \xrightarrow[\eta\mu\varphi_{02}=0]{\varphi_{02}=0} \varepsilon\varphi\theta_0 = 0 \rightarrow \theta_0 = 0$$

9

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Nov-14

Ταλαντώσεις με ίδιες συχνότητες

Αν η αρχική φάση και της δεύτερης ταλάντωσης είναι μηδέν, δηλ αν $\varphi_{02} = 0 \rightarrow \Delta\varphi = -\Delta\varphi_0 = 0$

$A = A_1 + A_2 \quad \theta_0 = 0$

10 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 20-Νοε-14

Ταλαντώσεις με ίδιες συχνότητες

Αν η αρχική φάση της δεύτερης ταλάντωσης είναι: $\varphi_{02} = \frac{\pi}{2} \rightarrow |\Delta\varphi| = \frac{\pi}{2}$

Το πλάτος της νέας ταλάντωσης θα είναι:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \sin\varphi_{02}} \xrightarrow[\sin\varphi_{02}=0]{\varphi_{02}=\frac{\pi}{2}} A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$$

Επίσης, αρχική φάση της νέας ταλάντωσης θα είναι:

$$\varepsilon\varphi\theta_0 = \frac{A_2 \eta\mu\varphi_{02}}{A_1 + A_2 \sigma\upsilon\nu\varphi_{02}} \xrightarrow[\eta\mu\varphi_{02}=1, \sigma\upsilon\nu\varphi_{02}=0]{\varphi_{02}=\frac{\pi}{2}} \varepsilon\varphi\theta_0 = \frac{A_2}{A_1}$$

11 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 20-Νοε-14

Ταλαντώσεις με ίδιες συχνότητες

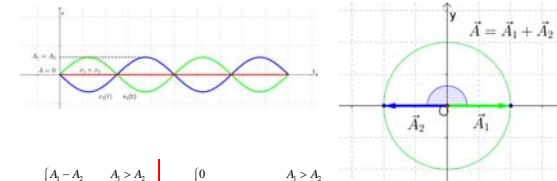
Αν η αρχική φάση της δεύτερης ταλάντωσης είναι: $\varphi_{02} = \frac{\pi}{2} \rightarrow |\Delta\varphi| = \frac{\pi}{2}$

$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \quad \varepsilon\varphi\theta_0 = \frac{A_2}{A_1}$

12 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 20-Νοε-14

Ταλαντώσεις με ίδιες συχνότητες

Αν η αρχική φάση της δεύτερης ταλάντωσης είναι: $\varphi_{02} = \pi \rightarrow |\Delta\varphi| = \pi$

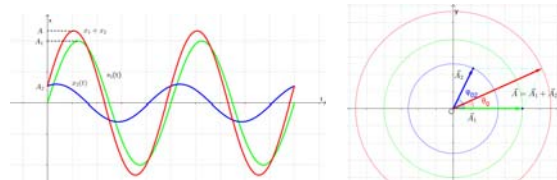


$A = \begin{cases} A_1 - A_2 & A_1 > A_2 \\ 0 & A_1 = A_2 \\ A_2 - A_1 & A_1 < A_2 \end{cases}$	$A_1 > A_2$	$\varphi_0 = \begin{cases} 0 & A_1 > A_2 \\ \text{δεν ορίζεται} & A_1 = A_2 \\ \pi & A_1 < A_2 \end{cases}$	$A_1 > A_2$
	$A_1 = A_2$		$A_1 = A_2$
	$A_1 < A_2$		$A_1 < A_2$

16 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 20-Νοε-14

Ταλαντώσεις με ίδιες συχνότητες

Αν η αρχική φάση της δεύτερης ταλάντωσης είναι τυχαία: $\varphi_{02} \rightarrow |\Delta\varphi| = \varphi_{02}$



$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\varphi_{02}}$$

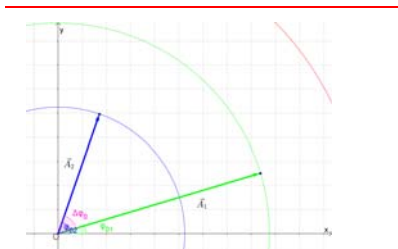
$$\varepsilon\varphi\varphi_0 = \frac{A_2\eta\mu\varphi_{02}}{A_1 + A_2\sigma\upsilon\nu\varphi_{02}}$$

17 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 20-Νοε-14

Ταλαντώσεις με ίδιες συχνότητες

Αν η αρχική φάση της πρώτης ταλάντωσης είναι **και** αυτή διάφορη του μηδενός έχουμε:

$\Delta\varphi = -(\varphi_{02} - \varphi_{01}) \rightarrow \Delta\varphi = -\Delta\varphi_0 \rightarrow |\Delta\varphi| = |\Delta\varphi_0|$



$$x_1(t) = A_1\eta\mu(\omega_1 t + \varphi_{01})$$

$$x_2(t) = A_2\eta\mu(\omega_2 t + \varphi_{02})$$

18 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 20-Νοε-14

Ταλαντώσεις με ίδιες συχνότητες

Αν η αρχική φάση της πρώτης ταλάντωσης είναι και αυτή διάφορη του μηδενός έχουμε:

$$\Delta\phi = -(\phi_{02} - \phi_{01}) \rightarrow \Delta\phi = -\Delta\phi_0 \rightarrow |\Delta\phi| = |\Delta\phi_0|$$

$$x_1(t) = A_1 \eta\mu(\omega t + \phi_{01})$$

$$x_2(t) = A_2 \eta\mu(\omega t + \phi_{02})$$

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \sigma\upsilon\nu\Delta\phi_0}$$

$$\epsilon\phi\alpha = \frac{A_2 \eta\mu\Delta\phi_0}{A_1 + A_2 \sigma\upsilon\nu\Delta\phi_0}$$

$$\theta_0 = \phi_{01} + \alpha$$

19 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 20-Nov-14

Two sound waves with slightly different frequencies

(a) Displacement vs Time (0, 0.25 s, 0.50 s, 0.75 s, 1.00 s)

(b) Displacement vs Time

Διακρότημα

20 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 20-Nov-14

Διακροτήματα

Θα θεωρήσουμε τώρα πως οι δυο ταλαντώσεις έχουν το ίδιο πλάτος, μηδενικές αρχικές φάσεις και διαφορετικές συχνότητες:

$$x_1(t) = A \eta\mu(\omega_1 t) \quad x_2(t) = A \eta\mu(\omega_2 t)$$

Η συνισταμένη κίνηση θα είναι: $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$

$$\eta\mu a + \eta\mu b = 2 \sigma\upsilon\nu\left(\frac{a+b}{2}\right) \eta\mu\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

$a \leftarrow \omega_1 t \quad b \leftarrow \omega_2 t$

$$\rightarrow x(t) = A \eta\mu(\omega_1 t) + A \eta\mu(\omega_2 t) = A [\eta\mu(\omega_1 t) + \eta\mu(\omega_2 t)]$$

$$\rightarrow x(t) = A \left[2 \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_1 t - \omega_2 t}{2}\right) \eta\mu\left(\frac{\omega_1 t + \omega_2 t}{2}\right) \right]$$

$$\rightarrow x(t) = 2A \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \eta\mu\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$$

Παρατήρηση

$\sigma\upsilon\nu(-\phi) = -\sigma\upsilon\nu(\phi)$

$\delta\omega = |\omega_1 - \omega_2|$

21 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 20-Nov-14

Διακροτήματα

Θα μελετήσουμε την περίπτωση που οι δυο συχνότητες διαφέρουν πολύ λίγο μεταξύ τους. Δλδ θα ισχύει: $\delta\omega = |\omega_1 - \omega_2| \rightarrow$ μικρή

Η συνισταμένη κίνηση γράφεται:

$$x(t) = 2A \underbrace{\sin\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)}_{A'(t)} \eta\mu\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right) \rightarrow x(t) = A'(t) \eta\mu\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right)$$

Όπου: $A'(t) = 2A \sin\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)$

22

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Διακροτήματα

Αν $\bar{\omega}$ είναι η μέση τιμή των συχνότητων, θα έχουμε:

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \xrightarrow{\delta\omega \rightarrow \text{μικρή}} \bar{\omega} \approx \omega_1 \approx \omega_2$$

Και η εξίσωση της ταλάντωσης μπορεί να γραφεί ως: $x(t) = A'(t) \eta\mu(\bar{\omega}t)$

Ο παράγοντας $A'(t)$ μεταβάλλεται **πολύ πιο αργά** από τον όρο με το ημίτονο (γιατί ?) και μπορούμε να τον θεωρήσουμε ως το αργά μεταβαλλόμενο πλάτος μιας "ιδίομορφης" (μη-αρμονικής) ταλάντωσης.

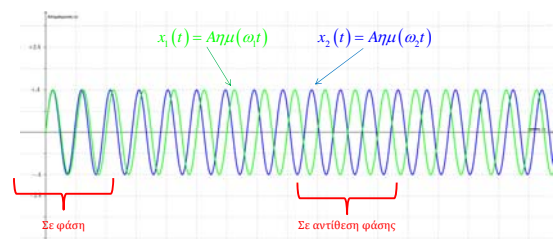
$$A'(t) = 2A \sin\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right)$$

23

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

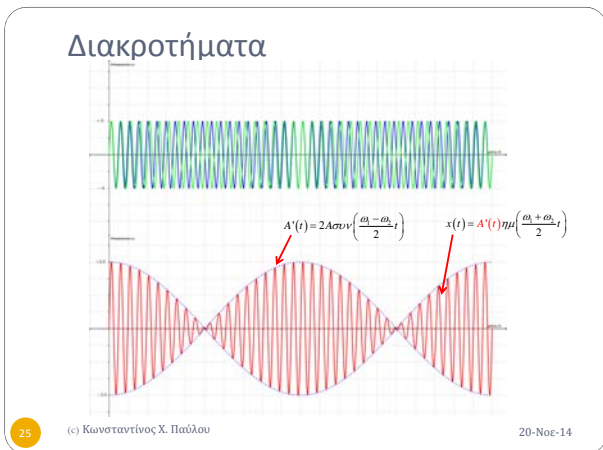
Διακροτήματα

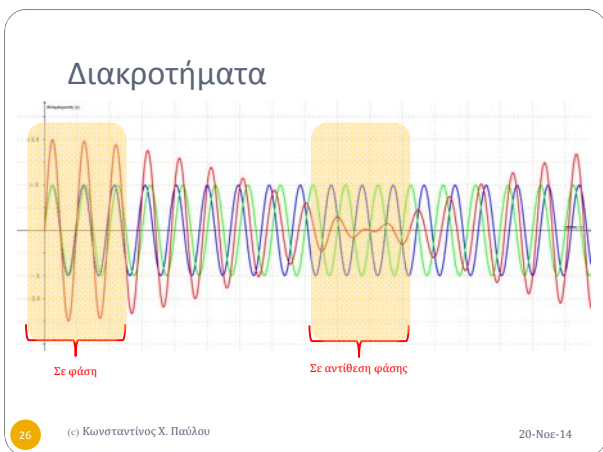


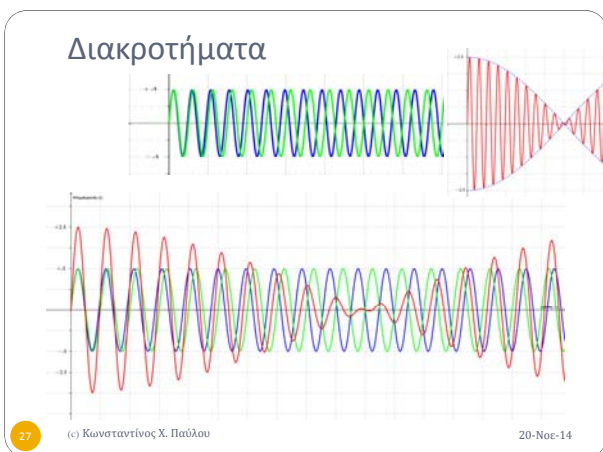
24

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14







Διακροτήματα

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 20-Νοε-14

Διακροτήματα

Ο χρόνος ανάμεσα σε δυο **διαδοχικούς μηδενισμούς** (ή ανάμεσα σε δυο **διαδοχικές μεγιστοποιήσεις**) του πλάτους ονομάζεται **περίοδος του διακροτήματος**.

Το πλάτος μηδενίζεται όταν:

$$A'(t) = 0 \rightarrow 2A \sin\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right) = 0 \xrightarrow{A \neq 0} \sin\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t\right) = 0 \rightarrow \frac{|\omega_1 - \omega_2|}{2}t = (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

$$k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Βρίσκουμε δυο **διαδοχικές** λύσεις (για $k = 0$, και για $k = 1$):

$$\frac{|\omega_1 - \omega_2|}{2}t = (2k+1)\frac{\pi}{2} \rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{k=0} \frac{|\omega_1 - \omega_2|}{2}t_A = \frac{\pi}{2} \\ \xrightarrow{k=1} \frac{|\omega_1 - \omega_2|}{2}t_B = \frac{3\pi}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} t_A = \frac{\pi}{|\omega_1 - \omega_2|} \\ t_B = \frac{3\pi}{|\omega_1 - \omega_2|} \end{cases}$$

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 20-Νοε-14

Διακροτήματα

Αρα, η περίοδος του διακροτήματος είναι:

$$T_\delta = t_B - t_A \rightarrow T_\delta = \frac{3\pi}{|\omega_1 - \omega_2|} - \frac{\pi}{|\omega_1 - \omega_2|} \rightarrow T_\delta = \frac{2\pi}{|\omega_1 - \omega_2|}$$

$$T_\delta = \frac{2\pi}{|\omega_1 - \omega_2|} \xrightarrow[\omega_2 = 2\pi f_2]{\omega_1 = 2\pi f_1} T_\delta = \frac{2\pi}{2\pi|f_1 - f_2|} \rightarrow T_\delta = \frac{1}{|f_1 - f_2|}$$

Όμως: $T_\delta = \frac{1}{f_\delta} = \frac{1}{|f_1 - f_2|} \rightarrow f_\delta = |f_1 - f_2|$


Επίσης είναι προφανές πως: $\omega_\delta = 2\pi f_\delta \rightarrow \omega_\delta = 2\pi|f_1 - f_2| \rightarrow \omega_\delta = |\omega_1 - \omega_2|$

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 20-Νοε-14

πρόχειρα

$$t_n = \frac{(2n+1)\pi}{|\omega_1 - \omega_2|}$$

$$t_{n+1} = \frac{(2n+3)\pi}{|\omega_1 - \omega_2|}$$

$$\Delta t = t_{n+1} - t_n = \frac{2\pi}{|\omega_1 - \omega_2|}$$


31 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 20-Νοε-14

ΓΕΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

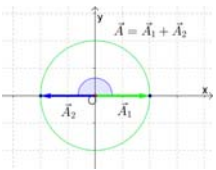
Κωνσταντίνος Χ. Παύλου
Φυσικός - Ραδιοηλεκτρολόγος (MSc)
Καστοριά, Νοέμβριος 14

Άσκηση 1.33/σελ. 37

1.33 Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις, με εξισώσεις $x_1 = 4 \eta\mu 50t$ και $x_2 = 4 \eta\mu(50t - \pi)$ (S.I.), που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο. Ποιο είναι το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος;
[Απ : 0]

Είναι φανερό πως $|\Delta\phi| = \pi$ και $A_1 = A_2 = 4$ m.

$A_1 - A_2$	$A_1 > A_2$	$\theta_0 =$	0	$A_1 > A_2$
$A = 0$	$A_1 = A_2$		δεν ορίζεται	$A_1 = A_2$
$A_2 - A_1$	$A_1 < A_2$		π	$A_1 < A_2$



33 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 20-Νοε-14

Άσκηση 1.34/σελ. 37

1.34 Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις $x_1 = 10 \eta\mu 50t$ και $x_2 = 4 \eta\mu 50t$, που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο. Τα πλάτη των δύο ταλαντώσεων είναι μετρημένα σε cm. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης, που εκτελεί το σώμα.
[Απ: $x = 0,14 \eta\mu 50t$ (S.I.)]

Είναι φανερό πως $|\Delta\phi| = 0$ και $A_1 = A_2 = 4 \text{ m}$.

$A = A_1 + A_2 \rightarrow A = 14 \text{ cm} \quad \theta_0 = 0$

$x(t) = A\eta\mu(\omega t + \theta_0) \rightarrow x(t) = 14\eta\mu(50t)$
 $x / \text{cm}, t / \text{sec}$



34

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Άσκηση 1.35/σελ. 37

1.35 Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις με εξισώσεις $x_1 = 8 \eta\mu 50\pi t$ και $x_2 = 6 \eta\mu(50\pi t - \pi)$, που γίνονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από το ίδιο σημείο. Τα πλάτη των δύο ταλαντώσεων είναι μετρημένα σε cm. Να γράψετε τις σχέσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο και να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης του.
[Απ: $v = 3,14 \text{ συν} 50\pi t$ (m/s), $a = -493 \eta\mu 50\pi t$ (m/s²), $T = 0,04 \text{ s}$]

35

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Άσκηση 1.35/σελ. 37

Είναι φανερό πως $|\Delta\phi| = \pi$.

$A_1 - A_2$	$A_1 > A_2$	0	$A_1 > A_2$
0	$A_1 = A_2$	δεν ορίζεται	$A_1 = A_2$
$A_2 - A_1$	$A_1 < A_2$	π	$A_1 < A_2$

$A = A_1 - A_2 \rightarrow A = 2 \text{ cm} \quad \theta_0 = 0$

$x(t) = A\eta\mu(\omega t + \theta_0) \rightarrow x(t) = 2\eta\mu(50\pi t), x / \text{cm}, t / \text{sec}$

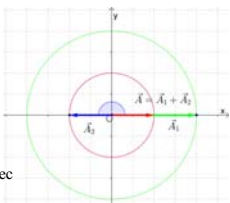
$v_{\max} = \omega A \rightarrow v_{\max} = 100\pi \text{ cm / sec}$

$v(t) = v_{\max} \text{ συν}(\omega t) \rightarrow v(t) = 100\pi \text{ συν}(50\pi t), v / (\text{cm / sec}), t / \text{sec}$

$a_{\max} = \omega^2 A \rightarrow a_{\max} = 5000\pi^2 \text{ cm / sec}^2$

$a(t) = -a_{\max} \eta\mu(\omega t) \rightarrow a(t) = -5000\pi^2 \eta\mu(50\pi t), a / (\text{cm / sec}^2), t / \text{sec}$

$\omega = \frac{2\pi}{T}$
 $\rightarrow T = \frac{1}{25} \text{ sec}$



36

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Νοε-14

Άσκηση 1.36/σελ. 37



1.36 Το διαπασόν παράγει αρμονικό ήχο που εξαναγκάζει το τύμπανο του αφιδιού να κάνει ταλάντωση. Ένας παρατηρητής ακούει τον ήχο από δύο διαπασόν, που λειτουργούν ταυτόχρονα και παράγουν ήχους με συχνότητες $f_1 = 2500$ Hz και $f_2 = 2500,5$ Hz. Ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται έναν ήχο που άλλοτε «σβήνει» (το πλάτος της ταλάντωσης μηδενίζεται) και άλλοτε αποκτά μέγιστη ένταση (το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο). Ποιος είναι ο χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς μηδενισμούς της έντασης του ήχου; [Απ: 2 s]

$$T_s = \frac{1}{|f_1 - f_2|} \rightarrow T_s = \frac{1}{|2.500 - 2.500,5|} \rightarrow T_s = \frac{1}{0,5} \rightarrow T_s = 2 \text{ sec}$$

37

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Nov-14

Άσκηση 1.45/σελ. 40

1.45 Σώμα μάζας $m = 2$ kg εκτελεί ταυτόχρονα δύο αρμονικές ταλαντώσεις της ίδιας διεύθυνσης γύρω από το ίδιο σημείο. Οι εξισώσεις των ταλαντώσεων είναι $x_1 = 10 \eta\mu 50\pi t$ και $x_2 = 5 \eta\mu(50\pi t - \pi)$. Τα πλάτη των δύο ταλαντώσεων είναι μετρημένα σε cm.
 α) Ποια είναι η σταθερά D της αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα;
 β) Ποια είναι η ενέργεια της ταλάντωσης;
 γ) Ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας του σώματος όταν η απομάκρυνσή του είναι $x = 4$ cm;
 Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.
 [Απ: $D = 5 \times 10^4$ N/m, $E = 62,5$ J, $v = 3\sqrt{2,5}$ m/s]

38

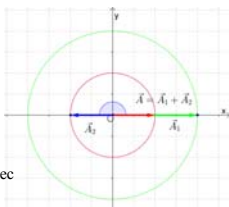
(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Nov-14

Άσκηση 1.45/σελ. 37

Είναι φανερό πως $|\Delta\phi| = \pi$.

$A_1 - A_2$	$A_1 > A_2$	0	$A_1 > A_2$
0	$A_1 = A_2$	δεν ορίζεται	$A_1 = A_2$
$A_2 - A_1$	$A_1 < A_2$	π	$A_1 < A_2$



$$A = A_1 - A_2 \rightarrow A = 5 \text{ cm} \quad \theta_0 = 0$$

$$x(t) = A\eta\mu(\omega t + \theta_0) \rightarrow x(t) = 5\eta\mu(50\pi t), \quad x / \text{cm}, t / \text{sec}$$

$$D = m\omega^2 \rightarrow D = 5 \cdot 10^3 \pi^2 \text{ N / m}$$

$$E = \frac{1}{2} D A^2 \rightarrow E = \frac{25\pi^2}{4} \text{ J}$$

$$v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2} \rightarrow v = \pm 150\pi \text{ cm / sec} \rightarrow |v| = 150\pi \text{ cm / sec}$$

39

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

20-Nov-14
