

Η δύναμη

Δύναμη	Προκαλεί	Τι είναι?	Ποια τα είδη?
	Αλλαγή της κινητικής κατάστασης Παραμόρφωση	Kίνηση Ακινησία	Μεταφορική Περιστροφική Σύνθετη

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Πώς εμφανίζονται οι δυνάμεις?

Από επαφή			Από απόσταση		
Τάση νήματος	Δύναμη ελαστηρίου	Τριβή	Κάθετη δύναμη στηρίξεων	Άνωση	Αντίσταση αέρα κλπ
					Βαρυτική (βάρος)
					Ηλεκτρομαγνητική
					Ηλεκτρική
					Μαγνητική

Είδη δυνάμεων

Ισχυρή Πυρηνική (μεταξύ νουκλεονίων)	Ασθενής Πυρηνική (μεταξύ λεπτονίων)	Ηλεκτρομαγνητικές (μεταξύ φορτίων)	Βαρυτικές (μεταξύ μαζών)
--------------------------------------	-------------------------------------	------------------------------------	--------------------------

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Η δύναμη

Για να ασκηθεί δύναμη σ' ένα σώμα είναι απαραίτητη η ύπαρξη ενός δεύτερου σώματος. Δηλ. η δύναμη είναι αποτέλεσμα αλληλεπίδρασης. Αποτελεί μια ποσοτική έκφραση της αλληλεπίδρασης των σωμάτων.

Τα δύο σώματα μπορεί να είναι:

- Σε επαφή (δύναμες εξ επαφής)
- Σε απόσταση (δύναμες εξ απόστασεως)

Προσοχή: ένα σώμα δεν έχει δύναμη. Ασκεί (σε κάποιο άλλο) ή δέχεται (από κάποιο άλλο) δύναμη.

Είναι μέγεθος διανυσματικό:

- **μέτρο:** πόσο "δυνατά";
- **κατεύθυνση:** προς τα πού;
- **σημείο εφαρμογής:** που;
- **Μονάδα μέτρησης:** 1 Newton ή 1N

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Σύνθεση δυνάμεων

Η διαδικασία εύρεσης μιας μόνο δύναμης που να μπορεί να αντικαταστήσει όλες τις άλλες ανομάλες σύνθεση δυνάμεων.

Οι αρχικές δυνάμεις λέγονται συνιστώσες.
Η τελική λέγεται συνισταμένη.

Για εμάς, η αντικατάσταση γίνεται μόνο σ' ό,τι αφορά στα μεταφορικά αποτελέσματα.

Αφού η δύναμη είναι μέγεθος διανυσματικό, η σύνθεση θα ακολουθεί τους κανόνες του διανυσματικού λογισμού.

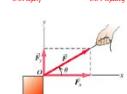
Εφόσον ψέχουμε να βρούμε ένα διάνυσμα (τη συνισταμένη των παραπάνω δυνάμεων - ΣF), πρέπει να βρούμε και το μέτρο και την κατεύθυνση αυτής.

Με τον όρο ανάλυση δύναμης εννοούμε το να "σπάσουμε" μια δύναμη σε δύο κομμάτια - συνιστώσες (συνήθως κάθετα μεταξύ τους), η συνισταμένη των οποίων ισούται με την αρχική δύναμη.

Για να γίνει αυτό θα πρέπει να επιλέξουμε κάποιο σύστημα αξόνων.

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 \dots$$



Component vectors \vec{F}_x and \vec{F}_y
Components: $F_x = F \cos \theta$ and $F_y = F \sin \theta$

Component vectors \vec{F}_x and \vec{F}_y together
have the same effect as original force \vec{F} .

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$

15-Σεπ-14

Οι τρεις νόμοι της κίνησης

Ολόκληρη η μηχανική στηρίζεται σε τρεις νόμους γενικής ισχύος.

Αναφέρονται είτε ως **νόμοι της κίνησης** είτε ως **νόμοι του Newton**.

Άδράνεια ονομάζεται η ιδιότητα της ύλης να αντιστέκεται σε μεταβολές της κινητικής κατάστασής της.

Μέτρο της αδράνειας αποτελεί η **μάζα** του σώματος (βλδ ένα σώμα με μεγάλη μάζα παρουσιάζει μεγάλη αδράνεια)

1ος νόμος:

Αν η συνισταμένη των δυνάμεων που δρουν σ' ένα σώμα είναι ίση με μηδέν, τότε το σώμα ισορροπεί.

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Leftrightarrow \text{Ισορροπία} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{ακινησία } (\ddot{v} = \vec{0}) \\ \text{ή} \\ \text{ευθομαλή κίνηση } (\ddot{v} = \sigma \tau \theta) \end{cases}$$

Με πιο απλά λόγια, αν σ' ένα σώμα η συνισταμένη δύναμη είναι μηδέν, τότε:

- αν το σώμα ηρεμούσε, θα συνεχίσει να ηρεμεί,
- αν το σώμα βρισκόταν σε κίνηση, θα συνεχίσει να κινείται με την ίδια ταχύτητα: $\ddot{v} = \sigma \tau \theta$

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14

Οι τρεις νόμοι της κίνησης

2ος νόμος:

Ο 2ος νόμος της κίνησης αναφέρεται και ως **Θεμελιώδης νόμος της μηχανικής**:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m}$$

Συνδέει τη δύναμη που δέχεται ένα σώμα, με την επιτάχυνση που αυτό αποκτά. Σέρση αυτού – αποτέλεσματος;

Αφού η μάζα είναι θετικός αριθμός, η επιτάχυνση θα έχει πάντα την $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ κατεύθυνση της συνισταμένης δύναμης.

Αν η συνισταμένη δύναμη είναι ομόρροπη με την ταχύτητα του σώματος η κίνηση του σώματος είναι επιταχυνόμενη, αλλιώς είναι επιβραδυνόμενη.

Για ένα σώμα σταθερής μάζας ($m = \sigma \tau \theta$) η επιτάχυνση είναι σταθερή αν η συνισταμένη δύναμη είναι σταθερή.

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}}{m} \quad \sum \vec{F} = \sigma \tau \theta \rightarrow \vec{a} = \sigma \tau \theta$$

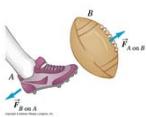
(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14

Οι τρεις νόμοι της κίνησης

3^{ος} ν κίνησης:

Όταν δύο σώματα αλληλεπιδρούν και το πρώτο ασκεί δύναμη \vec{F}_{AB} στο δεύτερο, τότε και το δεύτερο ασκεί αντίθετη δύναμη $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB}$ στο πρώτο.



- Οι δυνάμεις ασκούνται σε διαφορετικά σώματα.
- Οι δυνάμεις στη φύση εμφαίνονται κατά ζευγή, τα οποία συνηθίζεται να αποκαλούνται ως ζεύγη δράσης - αντίδρασης.

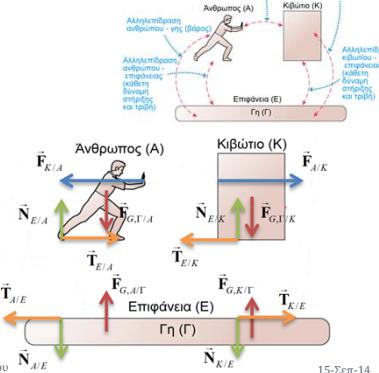
- Προσοχή στη διανυσματική εξίσωση: $\vec{F}_{BA} = -\vec{F}_{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} F_{AB} = F_{BA} \\ \vec{F}_{BA} \uparrow \vec{F}_{AB} \end{cases}$ και

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14

3^{ος} ν κίνησης – Mini quiz...

Ένας άνθρωπος σπρώχνει ένα κιβώτιο πέντα σε μια τρεχαλή επιφάνεια (διδυτικό γρήγορο). Να βρεθούν όλες οι δυνάμεις - σε όλα τα σώματα - και να σχεδιαστούν



(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14

Βαρυτική (βάρος) & ΗΜ

Βάρος ενός σώματος ονομάζουμε τη δύναμη με την οποία έλκει η γη:

$$\vec{B} = m\vec{g}$$

Η κατεύθυνση του βάρους είναι η διεύθυνση της κατακόρυφου (δηλ. προς το κέντρο της γης).

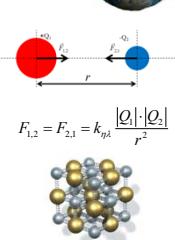
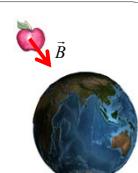
Ηλεκτροστατική δύναμη (Coulomb): Οφείλεται στα φορτία και μπορεί να είναι είτε έλεκτρική είτε απωτική.

Στην ικανική μηχανική η ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις εμφανίζονται υπό διάφορες μορφές:

1. ΗΜ δυνάμεις σε επιφάνειες που "εφάπτονται", δημος η γρήγορη και η κάθετη δύναμη στήριξης.
2. ΗΜ δυνάμεις που δημιουργούνται από τη στρέψη ή/και τη συμπίεση της γης, δημος η τάση του νήματος και η δύναμη του ελαστηρίου.
3. ΗΜ δυνάμεις που δημιουργούνται από συγκρούσεις, δημος η αντίσταση του αέρα.

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14



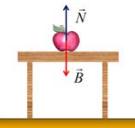
Κάθετη δύναμη στήριξης

Υπό την επίδραση μόνο του βάρους το μήλο θα έπρεπε να κινείται προς τα κάτω:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} - \sum \vec{f}_{\text{ext}} \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{B}}{m}$$

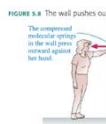
Αφού όμως ισορροπεί θα πρέπει να υπάρχει ακόμη μια δύναμη:

$$\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{B} + \vec{N} = \vec{0} \Rightarrow \vec{N} = -\vec{B}$$



Παρατηρήσεις:

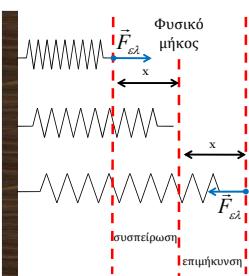
- Δεν ισχεί πάντα $\vec{N} = -\vec{B}$.
- Δεν υπάρχει τύπος υπολογισμού της κάθετης δύναμης. Κάθε φορά υπολογίζεται από το πρόβλημα.
- Η κάθετη δύναμη στήριξης είναι κάθετη στην επιφάνεια επαρής.
- Η κάθετη δύναμη στήριξης προέρχεται από την έπωση των ατόμων που "έρχονται σε επαφή".



15-Σεπ-14

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

Δύναμη ελατηρίου



• Ιδανικό ελατήριο:

- $m = 0$
- Ο νόμος του Hooke ισχύει άσχετα με το μέγεθος της παραμόρφωσης.

• Η δύναμη του ελατηρίου:

- έχει κατεύθυνση προς το φυσικό μήκος του ελατηρίου
- έχει μέτρο: $F_{\text{el}} = kx$

k = σταθερά του ελατηρίου. Είναι μέτρο της σκληρότητας του ελατηρίου. $[k] = \text{N/m}$.

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

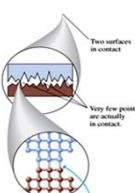
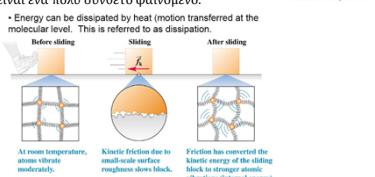
15-Σεπ-14

Η τριβή

Η τριβή είναι μια δύναμη που αντιστέκεται στη σχετική κίνηση δυο σωμάτων που εφαπτόνται.

Οφείλεται στις "μικροοκοπικές" αλληλεπιδράσεις μεταξύ των ατόμων των δύο επιφανειών που εφαπτόνται:

1. Σε μικροσκοπικό επίπεδο, η τριβή είναι οι κρούσεις των "κορυφών" της μιας επιφάνειας με τις "κορυφές" της άλλης.
2. Σε μοριακό επίπεδο, η τριβή είναι η διαρκής δημιουργία και το διαρκές σπάσιμο δεσμών ανάμεσα στα μόρια των δύο υλικών.
3. Το φαινόμενο της τριβής είναι ένα πολύ σύνθετο φαινόμενο.



15-Σεπ-14

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

Η τριβή

Η τριβή εμφανίζεται υπό δύο μορφές (για την ώρα...):

Στατική τριβή: όταν τα σώματα τείνουν (προσπαθούν) να κινηθούν αλλά δεν υπάρχει σχετική κίνηση μεταξύ τους.

Τριβή ολίσθησης: όταν τα σώματα κινούνται το ένα ως προς το άλλο.

Η στατική τριβή πάρει οποιαδήποτε τιμή μεταξύ: $0 \leq T_{\sigma} \leq T_{\sigma,\max}$

Η μέγιστη τιμή της στατικής τριβής είναι: $T_{\sigma,\max} = \mu_{\sigma} N$

Όπου μ_{σ} είναι ο συντελεστής στατικής τριβής. Η στατική τριβή υπολογίζεται από το πρόβλημα.

Η τριβή ολίσθησης είναι: $T = \mu N$

Όπου μ είναι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης.

Οι συντελεστές τριβής:

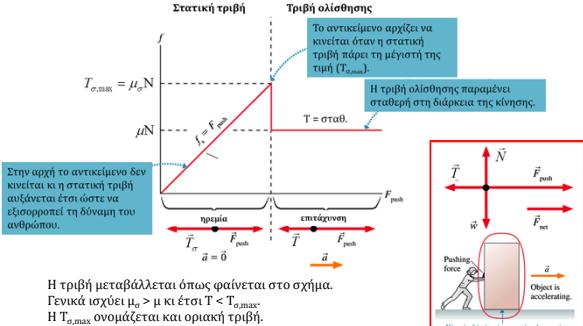
εξαρτώνται: από το είδος των επιφανειών που είναι σε επαφή,

από τη σχετική ταχύτητα των επιφανειών (εντός ορίου).

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14

Η τριβή



(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14

Τάση νήματος

Τάση νήματος ονομάζουμε τη δύναμη που ασκεί ένα τεντωμένο νήμα (σχοινί) στο σώμα στο οποίο είναι δέμενο.

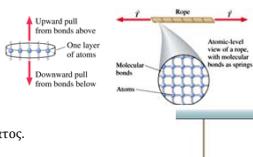
Η τάση του νήματος έχει πάντα τη διεύθυνση του νήματος.

Αν το νήμα είναι μη-εκτατό και χωρίς μάζα, τότε η στατική τάση παρατητεί στο ένα άκρο του, ασκείται και στο άλλο.

Δεν υπάρχει τύπος που να μας δίνει την τάση του νήματος, κάθε φορά υπολογίζεται από το πρόβλημα

Σε περίπτωση που λαμβάνουμε υπόψη τη μάζα του νήματος, τα πράγματα αλλάζουν.

Πχ για τη στατική περίπτωση: $T_1 = T_2 + w$

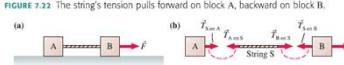


(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14

Τάση νήματος

Σε περίπτωση που λαμβάνουμε υπόψη τη μάζα του νήματος, τα πράγματα αλλάζουν.



$$\text{Για το νήμα είναι: } (\sum F)_{\text{στη νήματος}} = m_{\text{νήματος}} \cdot a_{\text{νήματος}} \Rightarrow T_B \text{ στη } S - T_A \text{ στη } S = m_{\text{νήματος}} \cdot a_{\text{νήματος}}$$

$$\text{δλδη τάση "μπροστά" είναι μεγαλύτερη από την τάση "πίσω": } T_B \text{ στη } S = T_A \text{ στη } S + m \cdot a$$

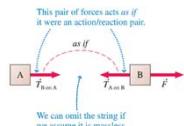
Οριακά, δλδ για $m_{\text{νήματος}} \rightarrow 0$, θα είναι $T_B \text{ στη } S = T_A \text{ στη } S$

$$\text{Έτσι, σύμφωνα και με το σχήμα: } \vec{T}_S \text{ στη } B = -\vec{T}_S \text{ στη } A$$

δλδ οι δυνάμεις αυτές δρουν **απαντήσας** στην τάση **πίσω**: $T_B \text{ στη } S = T_A \text{ στη } S + m \cdot a$

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

FIGURE 7.23 The massless string approximation allows objects A and B to act as if they are directly interacting.



15-Σεπ-14

19

Τριβή από ρευστό (πχ αέρας)

Η τριβή από κάποιο ρευστό εξαρτάται από την ταχύτητα του σώματος:



$$\bullet \text{ για μικρές ταχύτητες: } R = bv$$

$$\bullet \text{ για μεγάλες ταχύτητες: } R = bv^2$$

$$\text{πάντα: } \vec{R} \uparrow \vec{v}$$

Η σταθερά δραστηριότητα από το είδος του ρευστού, το σχήμα του σώματος, κ.α.

Με την πάροδο του χρόνου, η ταχύτητα αυξάνεται.

$$\bar{R} = -bv^2 \left(\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} \right) \Rightarrow R = bv^2$$

$$\vec{w} = mg \Rightarrow w = mg$$

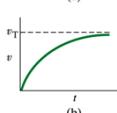
$$\mathbf{F}_D = -bv$$

(a)

$$\text{Άρα αυξάνεται και η } R \text{ αφού: } \sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow a = \frac{w - R}{m} = \frac{mg - bv^2}{m}$$

$$\text{Κάποια στιγμή γίνεται } w = R \Rightarrow \sum F = 0 \Rightarrow a = 0$$

Το σώμα έχει αποκτήσει τη μέγιστη ταχύτητα (οριακή)



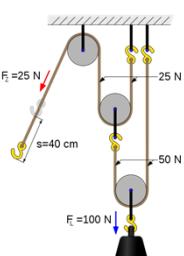
20

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14

Τροχαλίες

Πολλές φορές τα νήματα περνάνε πάνω από τροχαλίες.



Καθώς το νήμα κινείται, η στατική τριβή ανάμεσα στο νήμα και στην τροχαλία αναγκάζει την τροχαλία να περιστραφεί.

Υπό την προϋπόθεση πως

- η μάζα του νήματος είναι μηδέν
- η μάζα της τροχαλίας είναι μηδέν
- δεν υπάρχει τριβή ανάμεσα στη τροχαλία και τον άξονα περιστροφής της

δεν απαιτείται κάποια δύναμη για να επιταχύνει το νήμα ή να περιστρέψει την τροχαλία.

Έτσι, η τάση του νήματος παραμένει σταθερή κατά μήκος του νήματος,

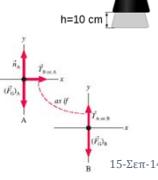
Σύμφωνα με τα προηγούμενα θα είναι:

$$T_A \text{ στη } S = T_B \text{ στη } S$$

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

21

15-Σεπ-14



(b)

(c)

15-Σεπ-14

Εφαρμόζοντας τους νόμους του Newton

- Αναγνωρίζουμε το σύστημα και το περιβάλλον.
 - Σύστημα ονομάζουμε το αντικείμενο του οποίου την κίνηση θέλουμε να μελετήσουμε.
 - Περιβάλλον είναι στοίχημα άλλο.
- Κάνουμε ένα σχήμα. Σχεδιάζουμε το αντικείμενο (σύστημα) και ουδήποτε άλλο αγγίζει το σύστημα.
 - Νήματα, ελατήρια, επιφάνειες αποτελούν μέρος του περιβάλλοντος.
- Περικλείουμε το σύστημα με μια κλειστή καμπύλη.
 - Μόνο το αντικείμενο βρίσκεται μέσα στην καμπύλη. Όλα τα άλλα είναι απ' έξω.
- Εντοπίζουμε κάθε σημείο στο οποίο το περιβάλλον ακουμπά το σύστημα.
 - Αυτά είναι τα σημεία στα οποία το περιβάλλον ασκεί δυνάμεις επαφής στο σύστημα.
- Αναγνωρίζουμε και αποδίδουμε κάποιο σύμβολο σε κάθε μια από τις δυνάμεις εξ αποτέλεσμας που ασκούνται στο σύστημα.
 - Για την άριστη, η μοναδική τέτοια δύναμη είναι το βάρος.

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14

Εφαρμόζοντας τους νόμους του Newton

- Εισάγουμε ένα βολικό σύστημα συντεταγμένων.
 - Ο ορισμός του βολικού συστήματος συντεταγμένων είναι πάρα πολύ απλός: "προσπαθούμε να κάνουμε τη ζωή μας εύκολη".
 - Πρακτικά, ο ένας άξονας (συνήθως ο χ) επιλέγεται στη διεύθυνση της κίνησης. Ο άλλος άξονας (ο γ) είναι κάθετος στον πρώτο.
- Αναλύουμε τις δυνάμεις που χρειάζεται (διδ διεύθυνση) σε συνιστώσες.
 - Στη διεύθυνση της κίνησης εφαρμόζουμε (συνήθως) τον 2ο νόμο.
 - Στην κάθετη διεύθυνση εφαρμόζουμε τον 1ο νόμο.
- Λύνουμε το σύστημα εξισώσεων.
 - Για την επίλυση των συστημάτων χρησιμοποιούμε τη μέθοδο της αντικατάστασης.

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14

Εφαρμόζοντας τους νόμους του Newton

- Αναγνωρίζουμε το σύστημα και το περιβάλλον.
- Κάνουμε ένα σχήμα.
- Περικλείουμε το σύστημα με μια κλειστή καμπύλη.
- Εντοπίζουμε κάθε σημείο στο οποίο το περιβάλλον ακουμπά το σύστημα. Εδώ είναι το νήμα και το έδαφος.
- Αναγνωρίζουμε και αποδίδουμε κάποιο σύμβολο σε κάθε μια από τις δυνάμεις επαφής (ίδητη φήμετος, κίθητη δύναμη στήριξης, τριβή).
- Αναγνωρίζουμε και αποδίδουμε κάποιο σύμβολο σε κάθε μια από τις δυνάμεις εξ αποτέλεσμας (εδώ μόνο το βάρος).

Υποθέσει:

- Τα αντικείμενα συμπεριφέρονται ως (υλικά) σημεία.
- Άρα μπορούμε να αγνοήσουμε πειρατροφές.
- Οι μάζες των ελατηρίων, των νημάτων και των τροχαλιών θεωρούνται αμελητέες ($=0$)
- Μας απασχολούν μόνο οι δυνάμεις που εφαρμόζονται στα αντικείμενά μας.
- Άρα αγνοούμε τις αντιδρασεις.

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14

Εφαρμόζοντας τους νόμους του Newton

Προβλήματα ισορροπίας (1^{ος} νόμος)

Ένα αιώνιτο σώμα ή ένα σώμα που κινείται με σταθερή ταχύτητα (ευθύγραμμη ομαλή κίνηση) λέμε ότι ισορροπεί.

Είναι πιο βασικό να δουνέψουμε με συνιστώσες, σε άξονες.

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = 0 \\ \text{και} \\ \sum \vec{F}_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \text{και} \\ \sum F_y = 0 \end{cases}$$

Προβλήματα που αναφέρονται στον 2^ο νόμο

Εφαρμόζουμε τον δεύτερο νόμο

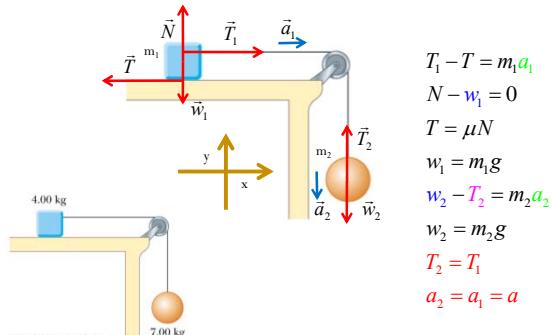
Κάποιο από τα a_x και a_y μπορεί να είναι μηδέν. Καλό είναι να πάρουμε τις ομόρροπες με την επιτάχυνση δυνάμεις με θετικό πρόσημο.

$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = m\vec{a}_x \\ \text{και} \\ \sum \vec{F}_y = m\vec{a}_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sum F_x = ma_x \\ \text{και} \\ \sum F_y = ma_y \end{cases}$$

25 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14

Εφαρμόζοντας τους νόμους του Newton



26 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14

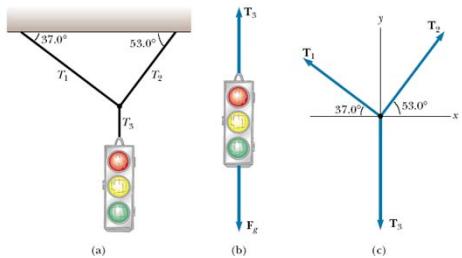
Εφαρμόζοντας τους νόμους του Newton



27 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14

Εφαρμόζοντας τους νόμους του Newton

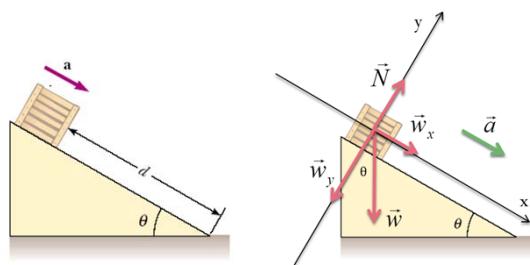


28

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14

Εφαρμόζοντας τους νόμους του Newton



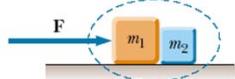
29

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14

Άσκηση #4

- Τα δύο σώματα βρίσκονται σε επαφή μεταξύ τους και βρίσκονται σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο δεν παρουσιάζουν τριβή. Η δύναμη F ασκείται οριζόντια στο σώμα μάζας m_1 . Υπολογίστε:
 - την επιτάχυνση με την οποία θα κινηθεί το σύστημα
 - το μέτρο της μεταξύ τους δύναμης.
- Γνωστά: m_1 , m_2 , F .



30

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14

Άσκηση #4 – λύση

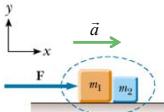
1. Η διακεκομένη γραμμή στο σχήμα υποδεικνύει πως αντιμετωπίζουμε το σύστημα των δύο σωμάτων ως ένα αντικείμενο.

2. Άρα, η μοναδική εσωτερική δύναμη που δρα στο σύστημα κατά τη διεύθυνση κίνησης είναι η F . Τα βάρη και οι κάθετες δυνάμεις στηρίξης εξουδετερώνονται στον άξονα y .

3. Εφαρμίζοντας τον 2^o ν. της κίνησης στον άξονα x έχουμε:

$$(\sum F)_x = m_{\text{άξονα}} \cdot a \Rightarrow F = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

4. Αυτός ο τρόπος αντιμετώπισης δεν μας λέει τίποτα για τις εσωτερικές δυνάμεις.



31

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14

Άσκηση #4 – λύση

1. Θα μπορούσαμε να αντιμετωπίσουμε κάθε σώμα χωριστά. Προφανώς, η επιτάχυνση με την οποία κινούνται είναι η ίδια.

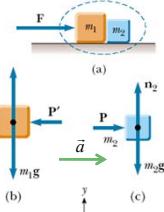
2. Εφαρμίζοντας τον 2^o ν. της κίνησης στον άξονα x έχουμε:

$$(\sum F)_{x,m_1} = m_1 a \Rightarrow F - P' = m_1 a \quad \text{και} \quad (\sum F)_{x,m_2} = m_2 a \Rightarrow P = m_2 a$$

3. Λόγω δράσης – αντίδρασης είναι $P = P'$ και έτσι:

$$F - P' = m_1 a \xrightarrow{P'=P'} F - P = m_1 a \xrightarrow{P=m_2 a} F - m_2 a = m_1 a \Rightarrow a = \frac{F}{m_1 + m_2}$$

4. Οπότε: $P = m_2 a \xrightarrow{a=\frac{F}{m_1+m_2}} P = m_2 \cdot \frac{F}{m_1 + m_2} \Rightarrow P = \frac{m_2}{m_1 + m_2} F$



32

(c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου

15-Σεπ-14