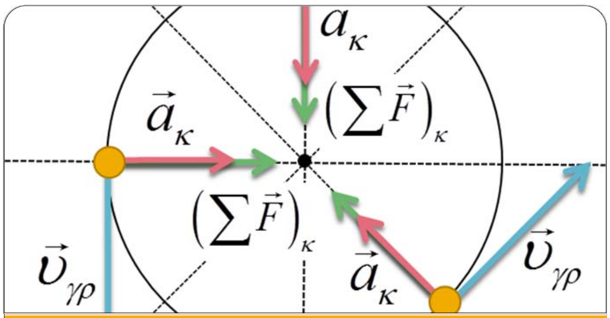
ΓΕΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Κωνσταντίνος Χ. Παύλου
Φυσικός – Ραδιοηλεκτρολόγος (MSc)
Καστοριά, Σεπτέμβριος 14

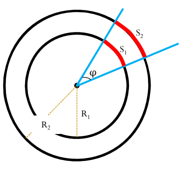


Η Φυσική της Α' Λυκείου σε... 8.100 sec

3. Κυκλικές Κινήσεις

2 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Η έννοια της γωνίας



- Το μέτρο μιας (επίκεντρης) γωνίας φ ισούται με το πηλίκο του αντίστοιχου τόξου (S) προς την ακτίνα (R):

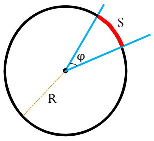
$$\varphi = \frac{S}{R}$$

- Όπως φαίνεται: $\varphi = \frac{S_1}{R_1} = \frac{S_2}{R_2} = \ldots$
- Από τον ορισμό, για τις μονάδες της γωνίας θα έχουμε: $[\varphi] = \frac{[S]}{[R]} = \frac{[L]}{[L]} = \frac{[\mu\acute{\eta}\kappa o\varsigma]}{[\mu\acute{\eta}\kappa o\varsigma]} = 1$
  - Άρα η γωνία είναι ένα αδιάστατο μέγεθος.
  - Συνήθως, για καλύτερη κατανόηση μετά την αριθμητική τιμή προσθέτουμε και το σύμβολο "rad" (radian-ακτίνιο).
- Το μήκος της περιφέρειας ενός κύκλου ακτίνας R είναι 2πR.
  - Άρα σ' έναν ολόκληρο κύκλο αντιστοιχεί γωνία 2π rad: $\varphi = \frac{S}{R} \xrightarrow{S=2\pi R} \varphi = \frac{2\pi R}{R} = 2\pi\, rad$

3 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

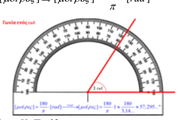
Η έννοια της γωνίας

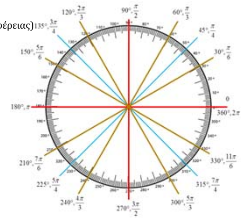
- Αν το τόξο είναι S = R, τότε προκύπτει $\varphi = \frac{S}{R} \xrightarrow{S=R} \varphi = \frac{R}{R} = 1 rad$
- Άρα: γωνία 1 rad είναι η (επίπεδη) γωνία μεταξύ δυο ακτινών ενός κύκλου, οι οποίες “κόβουν” (ορίζουν) στην περιφέρεια ένα τόξο ίσο με την ακτίνα του κύκλου.



- Πολλές φορές ως μονάδα μέτρησης της γωνίας χρησιμοποιούμε τη μοίρα (°).
  - Γωνία μιας μοίρας (1°) αντιστοιχεί σε τόξο ίσο με το 1/360 (της περιφέρειας) του κύκλου.
- Μεταξύ ακτινίων και μοιρών ισχύει:

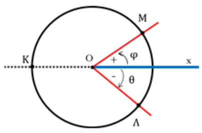
$$[rad] = \frac{\pi}{180} \cdot [\mu o \acute{\iota} \rho \varepsilon \varsigma] \Rightarrow [\mu o \acute{\iota} \rho \varepsilon \varsigma] = \frac{180}{\pi} \cdot [rad]$$





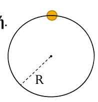
Σύστημα μέτρησης γωνιών

- Στη φυσική, για τη μέτρηση των γωνιών χρησιμοποιούμε έναν (σταθερό) ημιάξονα Οx.
  - Με άλλα λόγια ο ημιάξονας παίζει το ρόλο της μιας πλευράς της γωνίας.
- Το σημείο Ο αποτελεί το κέντρο του κύκλου τυχαίας ακτίνας που χρησιμοποιούμε για να καταστήσουμε τη γωνία επίκεντρη.
- Όταν τη γωνία τη μετράμε **αντιωρολογιακά**, την εκλαμβάνουμε ως θετική
  - (πχ η γωνία φ: φ = +20°).
- Όταν τη γωνία τη μετράμε **ωρολογιακά**, την εκλαμβάνουμε ως αρνητική
  - (πχ η γωνία θ: θ = -23°).



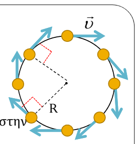
Περίοδος & Συχνότητα

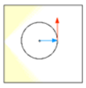
- Όταν η τροχιά μιας κίνησης είναι κύκλος, τότε η κίνηση ονομάζεται **κυκλική**.
- Η ακτίνα (R) του κύκλου αποτελεί χαρακτηριστικό της κίνησης.



- Αν το μέτρο της ταχύτητας παραμένει σταθερό, η κίνηση ονομάζεται **ομαλή κυκλική**.
  - Από εδώ και πέρα όλες οι κινήσεις θα θεωρούνται ομαλές (κυκλικές), εκτός κι αν ρητά αναφέρεται το αντίθετο.
- Σε κάθε κύκλο, το σώμα διαγράφει τόξο ίσο με την περιφέρεια του κύκλου: $S = 2\pi R$
- Αφού το μέτρο της ταχύτητας παραμένει σταθερό (υ = σταθ) καταλαβαίνουμε πως ο χρόνος που χρειάζεται για να διανυθεί ένας πλήρης κύκλος είναι σταθερός σ’ όλη τη διάρκεια της κίνησης.
- Ο χρόνος αυτός ονομάζεται περίοδος (Τ) της κίνησης.
- Η συχνότητα ορίζεται ως ο αριθμός των επαναλήψεων που εκτελεί το σώμα, σε χρόνο 1sec.
- Συνδέεται με την περίοδο μέσω της σχέσης: $f = \frac{1}{T}$

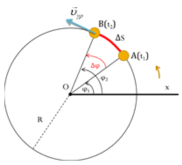
Γραμμική ταχύτητα



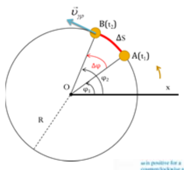


- Το διάνυσμα της ταχύτητας είναι εφαπτόμενο στην τροχιά του σώματος.
- Η εφαπτομένη στον κύκλο είναι κάθετη στην ακτίνα.
- Άρα σε κάθε σημείο της τροχιάς το διάνυσμα της ταχύτητας είναι κάθετο στην ακτίνα, σ' αυτό το σημείο.
- Προσέξτε λοιπόν πως διαρκώς το διάνυσμα της ταχύτητας αλλάζει κατά κατεύθυνση.
- Άρα, μια κυκλική κίνηση είναι πάντα επιταχυνόμενη.
- Αν η κίνηση δεν είναι ομαλή τότε θα αλλάζει και το μέτρο της ταχύτητας.
- Όταν ένα σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση, την ταχύτητά του την ονομάζουμε **γραμμική ταχύτητα**.
- Εξ' ορισμού: $\upsilon_{\gamma\rho} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$
- Σε χρόνο μιας περιόδου (T) το σώμα διανύει τόξο ίσο με την περιφέρεια του κύκλου (2πR). Άρα:

$$\upsilon_{\gamma\rho} = \frac{\Delta S}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta S = 2\pi R]{\Delta t = T} \upsilon_{\gamma\rho} = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R f$$



Γωνιακή ταχύτητα

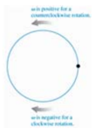


- Ένα ακόμη μέγεθος που χρησιμοποιούμε για την περιγραφή της κυκλικής κίνησης είναι η γωνιακή ταχύτητα (ω):

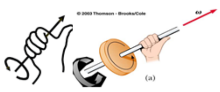
$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

- Μονάδες: $[\omega] = \frac{[\Delta\varphi]}{[\Delta t]} = \cancel{\frac{1}{sec}} = \frac{rad}{sec}$
- Αν το σώμα κινείται αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού η γωνιακή του ταχύτητα είναι θετική:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{\Delta t} > 0$$



- Η γωνιακή ταχύτητα είναι μέγεθος διανυσματικό.
- Είναι κάθετη στο επίπεδο κίνησης, βρίσκεται στον άξονα που διέρχεται από το κέντρο της κυκλικής τροχιάς.
- Η κατεύθυνσή της βρίσκεται με τον κανόνα του δεξιού χεριού.



Γωνιακή ταχύτητα

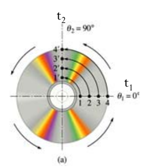
- Προφανώς, σε χρόνο μιας περιόδου (Τ), το σώμα θα διαγράψει έναν πλήρη κύκλο, άρα θα διαγράψει γωνία 2π.
- Συνεπώς, θα έχουμε: $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta\varphi = 2\pi]{\Delta t = T} \omega = \frac{2\pi}{T}$
- Αν χρησιμοποιήσουμε και τη συχνότητα, έχουμε: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\frac{1}{T} \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} \omega = 2\pi f$
- Από τη σχέση της γραμμικής ταχύτητας και της περιόδου έχουμε:

$$\upsilon_{\gamma\rho} = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi}{T}R \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \upsilon_{\gamma\rho} = \omega R$$

- Για το χρονικό διάστημα $\Delta t = t_2 - t_1$:

Γραμμική ταχύτητα $\Delta S_1 < \Delta S_2 < \ldots \Rightarrow \frac{\Delta S_1}{\Delta t} < \frac{\Delta S_2}{\Delta t} < \ldots \Rightarrow \upsilon_{\gamma\rho,1} < \upsilon_{\gamma\rho,2} \ldots$

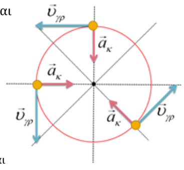
Γωνιακή ταχύτητα $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2 = \ldots \Rightarrow \frac{\Delta\varphi_1}{\Delta t} = \frac{\Delta\varphi_2}{\Delta t} = \ldots \Rightarrow \omega_1 = \omega_2 = \ldots$



$$\upsilon_{\gamma\rho} = \omega R \Rightarrow \upsilon_{\gamma\rho,j} = \omega R_j$$

Κεντρομόλος επιτάχυνση

- Κατά τη διάρκεια της κυκλικής κίνησης το διάνυσμα της ταχύτητας διαρκώς αλλάζει κατεύθυνση (υποθέτουμε πως το μέτρο της παραμένει σταθερό).
- Άρα διαρκώς το σώμα θα δέχεται επιτάχυνση, η οποία ονομάζεται **κεντρομόλος επιτάχυνση**.
- Τα χαρακτηριστικά της κεντρομόλου επιτάχυνσης είναι:
  - Σημείο εφαρμογής: το σώμα που κινείται.
  - Μέτρο: $a_\kappa = \dfrac{\upsilon_{\gamma\rho}^2}{R}$
  - Κατεύθυνση: ακτινική, προς το κέντρο της κυκλικής τροχιάς. Άρα είναι διαρκώς κάθετη στη γραμμική ταχύτητα.
- Σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Newton η κεντρομόλος επιτάχυνση θα πρέπει να συνοδεύεται από μια (συνισταμένη) δύναμη η οποία ονομάζεται κεντρομόλος δύναμη.



$$\left(\sum \vec{F}\right)_\kappa = m\vec{a}_\kappa$$

10 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Κεντρομόλος δύναμη

- Σύμφωνα με τον 2ο νόμο του Newton η κεντρομόλος επιτάχυνση θα πρέπει να συνοδεύεται από μια (συνισταμένη) δύναμη η οποία ονομάζεται κεντρομόλος δύναμη.

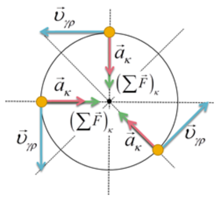
$$\left(\sum \vec{F}\right)_\kappa = m\vec{a}_\kappa$$

- Επειδή η μάζα είναι θετικός αριθμός, η κεντρομόλος δύναμη θα είναι ομόρροπη με την κεντρομόλο επιτάχυνση:
  - Άρα η κατεύθυνση της κεντρομόλου δύναμης είναι ακτινική.

$$\left(\sum \vec{F}\right)_\kappa = m\vec{a}_\kappa \xrightarrow{m>0} \left(\sum \vec{F}\right)_\kappa \uparrow\uparrow \vec{a}_\kappa$$

- Το μέτρο της θα είναι:

$$\left(\sum \vec{F}\right)_\kappa = m\vec{a}_\kappa \xrightarrow[\left(\sum \vec{F}\right)_\kappa \uparrow\uparrow \vec{a}_\kappa]{a_\kappa = \frac{\upsilon_{\gamma\rho}^2}{R}} \left(\sum F\right)_\kappa = m\frac{\upsilon_{\gamma\rho}^2}{R}$$

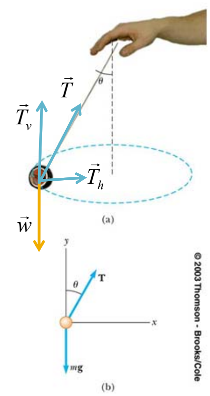


11 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Κεντρομόλος δύναμη

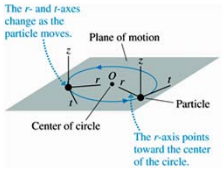
- **Προσοχή!!!**
- Η κεντρομόλος δύναμη δεν είναι μια υπαρκτή δύναμη.
- Η συνισταμένη των δυνάμεων (κατά την ακτινική διεύθυνση) που δρουν πάνω στο σώμα, αναγκάζουν το σώμα να αλλάξει κατεύθυνση κίνησης.
- Αυτή τη συνισταμένη των (υπαρκτών) δυνάμεων, ονομάζουμε κεντρομόλο δύναμη.
- Κάθε φορά δλδ, θα πρέπει να "ψάχνουμε" ποια ή ποιες δυνάμεις παίζουν το ρόλο της κεντρομόλου.
- Η κατακόρυφη συνιστώσα της τάσης (T_v) εξουδετερώνει το βάρος, έτσι δεν υπάρχει κίνηση στο κατακόρυφο επίπεδο.
- Η οριζόντια συνιστώσα της τάσης (T_h) παίζει το ρόλο της κεντρομόλου:

$$T_h = \left(\sum F\right)_\kappa \xrightarrow[\left(\sum F\right)_\kappa = m\frac{\upsilon_{\gamma\rho}^2}{R}]{T_h = T\eta\mu\theta} T\eta\mu\theta = m\frac{\upsilon_{\gamma\rho}^2}{R}$$



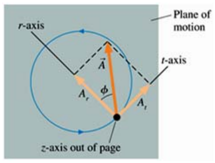
12 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Ακτινικές & εφαπτομενικές συνιστώσες

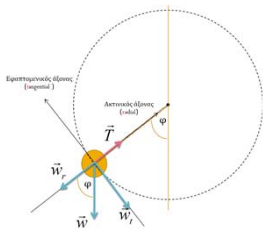


The r axis (radial) points from the particle to the center of rotation;
The t axis (tangential) points from the particle tangent to the circle in the counterclockwise (ccw) direction;
The z axis (axial) points up from the particle perpendicular to the plane of rotation;

The vector $\vec{A}$ can be decomposed into r and t components:
$A_r = A\cos\phi$; $A_t = A\sin\phi$;



Μη – Ομαλή ΚΚ



Το σώμα εκτελεί κυκλική κίνηση σε κατακόρυφο επίπεδο, υπό την επίδραση της τάσης του νήματος και του βάρους του.
Προσοχή: Το σύστημα συντεταγμένων ακολουθεί το σώμα στην κίνησή του

- Στην ακτινική διεύθυνση δρουν οι δυνάμεις:
  1. Τάση του νήματος
  2. Ακτινική συνιστώσα του βάρους
- Συνεπώς, η συνισταμένη τους θα παίζει το ρόλο της κεντρομόλου:

$$T - w_r = \left(\sum F\right)_\kappa \xrightarrow[w=mg]{w_r = w\sigma\upsilon\nu\varphi}$$

$$T - mg\sigma\upsilon\nu\varphi = \left(\sum F\right)_\kappa \xrightarrow{\left(\sum F\right)_\kappa = m\frac{\upsilon_{\gamma\rho}^2}{R}}$$

$$T - mg\sigma\upsilon\nu\varphi = m\frac{\upsilon_{\gamma\rho}^2}{R} \to \alpha_\kappa = \frac{1}{m}\left(T - mg\sigma\upsilon\nu\varphi\right)$$

Η εφαπτομενική συνιστώσα του βάρους (w_r) δημιουργεί μια εφαπτομενική επιτάχυνση.
Η επιτάχυνση αυτή ονομάζεται επιτρόχια επιτάχυνση και επηρεάζει το μέτρο της ταχύτητας:

$$\left(\sum F\right)_\varepsilon = m\alpha_\varepsilon \Rightarrow \alpha_\varepsilon = \frac{1}{m}w_t \Rightarrow$$

$$\alpha_\varepsilon = \frac{1}{\cancel{m}}\cancel{m}g\eta\mu\varphi \Rightarrow \alpha_\varepsilon = g\eta\mu\varphi$$

Μη – Ομαλή ΚΚ

- Εδώ, επειδή $\vec{\upsilon}_{\gamma\rho} \uparrow\downarrow \vec{a}_\varepsilon$, η κίνηση είναι επιβραδυνόμενη.
- Κατά την κάθοδο η κίνηση γίνεται επιταχυνόμενη.
- Προφανώς, η συνολική επιτάχυνση θα είναι: $\vec{a} = \vec{a}_\varepsilon + \vec{a}_\kappa$
- Με μέτρο $a = \sqrt{a_\varepsilon^2 + a_\kappa^2}$