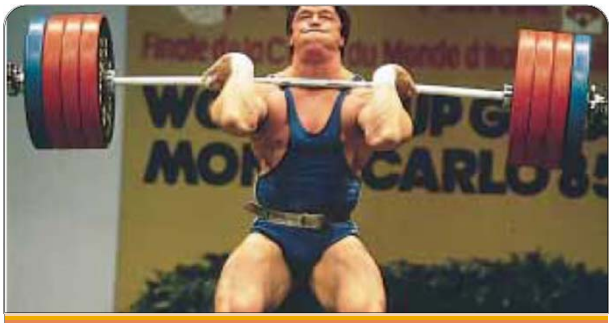
ΓΕΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ

Κωνσταντίνος Χ. Παύλου
Φυσικός – Ραδιοηλεκτρολόγος (MSc)
Καστοριά, Σεπτέμβριος 14



Η Φυσική της Α' Λυκείου σε... 8.100 sec

4. Ενέργεια & Έργο

Ενέργεια

- **Ενέργεια**: μια από τις βασικότερες έννοιες της φυσικής.
- **Δεν υπάρχει ορισμός** που να καλύπτει όλα τα φαινόμενα και όλες τις κλίμακες.
- Σχετίζεται άμεσα με τη δυνατότητα του συστήματος να αλληλεπιδρά με άλλα συστήματα.
- Αποτελεί χαρακτηριστικό μέγεθος ενός συστήματος.

Ενέργεια

- Είναι ένα μέγεθος χαρακτηριστικό του συστήματος, …
  - … που σχετίζεται άμεσα με τη δυνατότητα του συστήματος να μπορεί
    1. να παράγει έργο ή
    2. να αλλάζει
       - την κατάστασή του ή
       - την κατάσταση του περιβάλλοντός του.

4 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Η φύση της ενέργειας

- Τι είναι λοιπόν η ενέργεια;
  - Ως ενέργεια θα μπορούσε να οριστεί η ικανότητα παραγωγής έργου.
  - Αν ένα αντικείμενο ή κάποιος οργανισμός παράγει έργο τότε χρησιμοποιεί ενέργεια.
  - Μια δύναμη παράγει έργο όταν μετακινεί το σημείο εφαρμογής της.

5 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Η φύση της ενέργειας

- Η ενέργεια είναι παντού γύρω μας:
  1. Την ακούμε ως ήχο,
  2. τη βλέπουμε ως φως,
  3. την αισθανόμαστε ως αέρα…

6 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Η φύση της ενέργειας

- Χρησιμοποιούμε την ενέργεια όταν
  1. Χτυπάμε τη μπάλα,
  2. σηκώνουμε τη τσάντα μας,
  3. συμπιέζουμε ένα ελατήριο …

7 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Βασικές μορφές ενέργειας

Μηχανική ενέργεια

- Κάθε μορφή ενέργειας μπορεί να είναι υπό μορφή:
  1. κινητικής ενέργειας,
  2. δυναμικής ενέργειας.
- Το άθροισμα αυτών των δυο ονομάζεται μηχανική ενέργεια.
- Είναι η ενέργεια που απαιτείται όταν εκτελείται έργο πάνω σ' ένα σώμα.

8 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Μετατροπή ενέργειας

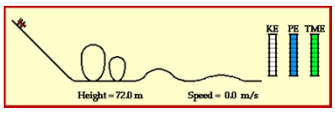
- Η ενέργεια μπορεί να μετατραπεί από μια μορφή σε κάποια άλλη.
  - Την ενέργεια του ήλιου μπορούμε να τη μετατρέψουμε σε ηλεκτρική με τις ηλιακές κυψέλες.
  - Τα φυτά μετατρέπουν την ενέργεια του ήλιου σε άμυλο και σάκχαρα (χημική ενέργεια).
  - Στα αυτοκίνητα, τα καύσιμα καίγονται (χημική σε θερμική), και στη συνέχεια η θερμική ενέργεια μετατρέπεται σε κίνηση.

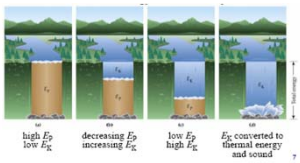
9 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

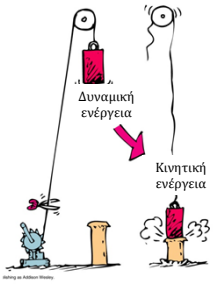
Κινητική & δυναμική ενέργεια

- Η κινητική ενέργεια είναι η ενέργεια της κίνησης.
- Η δυναμική ενέργεια είναι η αποθηκευμένη ενέργεια:
  - "χημικά" στα καύσιμα ή στα φαγητά,
  - ή αποθηκευμένη λόγω του έργου:
    - κούρδισμα ενός ρολογιού,
    - τεντώνοντας το τόξο,
    - σηκώνοντας ένα αντικείμενο ψηλά...

Κινητική & δυναμική ενέργεια







Ενέργεια

- Ως γενική και αφηρημένη έννοια δεν μπορεί να υπάρξει χωρίς τις απαραίτητες σχέσεις της με άλλες μεταβλητές που έχουν κάποια φυσική ερμηνεία και μπορούν να μετρηθούν.
- **Παραδείγματα**

1. Κινητική ενέργεια: $K = \frac{1}{2}mv^2$
2. Δυναμική ενέργεια (Βαρύτητας): $U_\beta = mgh$

Ενέργεια

- Από όλα τα μέχρι στιγμής πειράματα έχει προκύψει η **Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας (ΑΔΕ)**:

"Η συνολική ενέργεια ενός απομονωμένου συστήματος παραμένει σταθερή, ανεξάρτητα από οποιαδήποτε μεταβολή του συστήματος.
Έτσι, η ενέργεια ούτε δημιουργείται ούτε καταστρέφεται.
Απλώς αλλάζει μορφή κι ενδεχομένως φορέα."

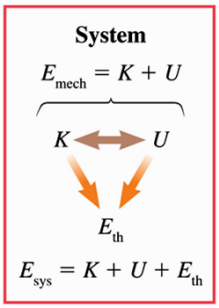
Το βασικό μοντέλο ενέργειας…

Θερμική ενέργεια (E_θ): Η θερμική ενέργεια ενός συστήματος σχετίζεται με τη θερμοκρασία του συστήματος και με τις δονήσεις των ατόμων – μορίων του.
Η τριβή μετατρέπει τη μηχανική ενέργεια σε θερμική.

Ενέργεια Συστήματος ($E_{συστ}$): Το άθροισμα της μηχανικής ενέργειας όλων των σωμάτων του συστήματος και της θερμικής τους ενέργειας.

$$E_{συστ} = E_{μηχ} + E_\theta = K + U + E_\theta$$

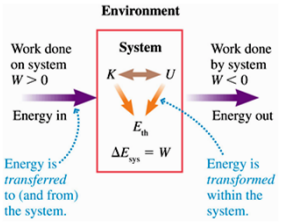
Μετασχηματισμοί ενέργειας: Η κινητική και η δυναμική ενέργεια μπορεί πολύ εύκολα να μετατραπεί σε θερμική, όμως είναι δύσκολη η αντίστροφη διαδικασία (θερμικές μηχανές)



Το βασικό μοντέλο ενέργειας…

Ένα σύστημα περιβάλλεται από το περιβάλλον του με το οποίο μπορεί να ανταλλάσει ενέργεια. Μια ανταλλαγή ενέργειας μέσα στο σύστημα ονομάζεται **μετασχηματισμός ενέργειας**. Μια ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ του συστήματος και του περιβάλλοντος ονομάζεται **μεταφορά ενέργειας**.

Η μηχανική μεταφορά ενέργειας από το (ή στο) σύστημα ονομάζεται **έργο** (W).
Η θερμική μεταφορά ονομάζεται **θερμότητα**.



Το πρόσημο του έργου:
$W > 0$ το περιβάλλον εκτελεί έργο στο σύστημα και η ενέργεια του συστήματος αυξάνεται.
$W < 0$ το σύστημα εκτελεί έργο στο περιβάλλον και η ενέργεια του συστήματος μειώνεται.

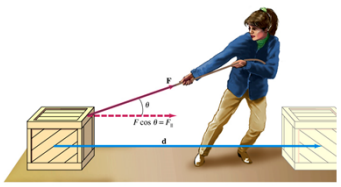
Μεταφορά ενέργειας

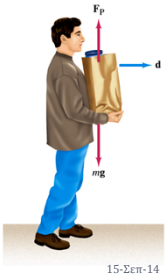
- Η ενέργεια μπορεί να μεταφερθεί από ένα σύστημα σ' ένα άλλο με τρεις διαφορετικούς τρόπους:
  1. έργο δύναμης,
  2. θερμότητα, και
  3. ακτινοβολία
- Εμείς τώρα θα ασχοληθούμε με το έργο μιας δύναμης.

16 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Έργο δύναμης

- Μια δύναμη **παράγει** ή **καταναλώνει** έργο όταν μετακινεί το σημείο εφαρμογής της κατά τη διεύθυνσή της.





17 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

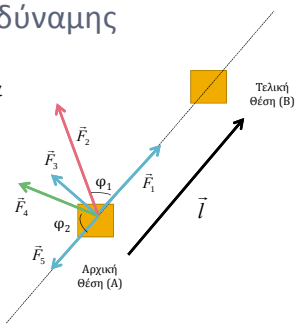
Έργο δύναμης

- Όταν το έργο μιας δύναμης είναι **θετικό** λέμε ότι η δύναμη παράγει έργο μετατοπίζοντας το σώμα. Έτσι, ενέργεια από το περιβάλλον που ασκεί τη δύναμη, μεταφέρεται στο σώμα μέσω του έργου και έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της κινητικής ενέργειάς του.
- Όταν το έργο μιας δύναμης είναι **αρνητικό** η δύναμη δεν παράγει έργο αλλά αντιτίθεται στην κίνηση του σώματος που γίνεται με δαπάνη ενέργειας (μέσω του έργου) για την υπερνίκηση της δύναμης.

18 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Έργο σταθερής δύναμης

- Το σώμα του σχήματος κινείται σε ευθεία τροχιά υπό την επίδραση των σταθερών (κατά μέτρο και κατεύθυνση) δυνάμεων.
- Η μετατόπισή του συμπίπτει με τη τροχιά του.

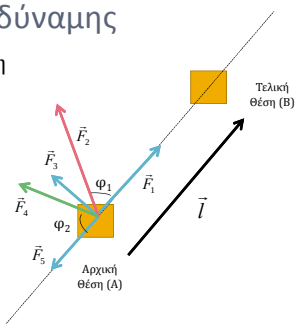


19 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Έργο σταθερής δύναμης

- Η $\vec{F}_1$ είναι ομόρροπη με τη μετατόπιση.
- "Βοηθά" το σώμα στην κίνησή του.
- Το έργο της είναι θετικό, δλδ προσφέρεται ενέργεια στο σώμα.

$$\vec{F}_1 \uparrow\uparrow \vec{l} \Rightarrow W_{F_1} = F_1 \cdot l$$

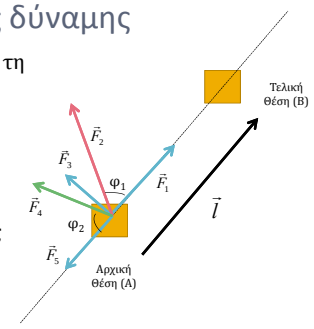


20 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Έργο σταθερής δύναμης

- Η $\vec{F}_5$ είναι αντίρροπη με τη μετατόπιση.
- "Αντιστέκεται" στην κίνηση του σώματος.
- Το έργο της είναι αρνητικό, δλδ ενέργεια από το σώμα μέσω της δύναμης περνάει στο περιβάλλον..

$$\vec{F}_5 \uparrow\downarrow \vec{l} \Rightarrow W_{F_5} = -F_5 \cdot l$$

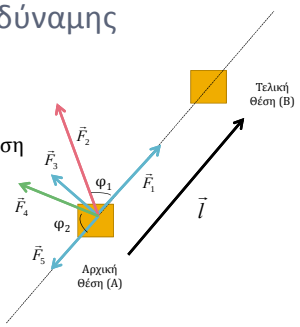


21 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Έργο σταθερής δύναμης

- Η $\vec{F}_3$ είναι κάθετη στη μετατόπιση.
- Ούτε "βοηθάει" ούτε "αντιστέκεται" στην κίνηση του σώματος.
- Το έργο της είναι μηδέν.

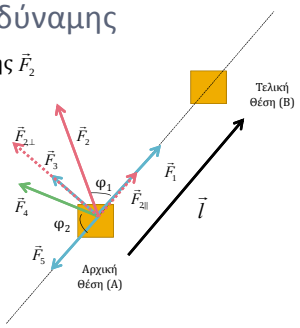
$$\vec{F}_3 \perp \vec{l} \Rightarrow W_{F_3} = 0$$



Έργο σταθερής δύναμης

- Για να βρούμε το έργο της $\vec{F}_2$ την αναλύουμε σε δυο συνιστώσες: μια παράλληλη με τη μετατόπιση και μια κάθετη.

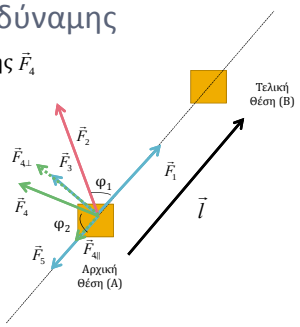
$$W_{F_2} = W_{F_{2,\parallel}} + W_{F_{2,\perp}} \xrightarrow{\vec{F}_{2,\perp} \perp \vec{l}}$$
$$= W_{F_{2,\parallel}} + 0 \xrightarrow{\vec{F}_{2,\parallel} \uparrow\uparrow \vec{l}}$$
$$= F_{2,\parallel} \cdot l \xrightarrow{F_{2,\parallel} = F_2 \sigma\upsilon\nu\varphi_1}$$
$$= F_2 l \sigma\upsilon\nu\varphi_1$$



Έργο σταθερής δύναμης

- Για να βρούμε το έργο της $\vec{F}_4$ την αναλύουμε σε δυο συνιστώσες: μια παράλληλη με τη μετατόπιση και μια κάθετη.

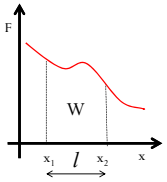
$$W_{F_4} = W_{F_{4,\parallel}} + W_{F_{4,\perp}} \xrightarrow{\vec{F}_{4,\perp} \perp \vec{l}}$$
$$= W_{F_{4,\parallel}} + 0 \xrightarrow{\vec{F}_{4,\parallel} \uparrow\downarrow \vec{l}}$$
$$= -F_{4,\parallel} \cdot l \xrightarrow{F_{4,\parallel} = F_4 \sigma\upsilon\nu\varphi_2}$$
$$= -F_4 l \sigma\upsilon\nu\varphi_2$$



Έργο μη – σταθερής δύναμης

- Το έργο μιας δύναμης μπορεί να υπολογιστεί από το εμβαδό της γραφικής παράστασης της δύναμης σε συνάρτηση με την απόσταση.

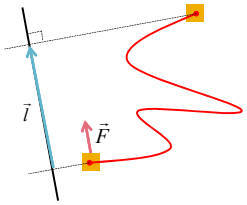
Προσοχή στην έννοια του **προσημασμένου εμβαδού** (δλδ στο εμβαδό με πρόσημο)



Έργο σε καμπύλη τροχιά

- Αν η τροχιά που ακολουθεί το σώμα είναι καμπύλη και όχι ευθεία τότε για τον υπολογισμό του έργου μιας δύναμης χρησιμοποιούμε την προβολή της τροχιάς πάνω στη διεύθυνση της δύναμης:

$$W = F \cdot l$$

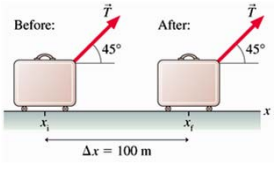


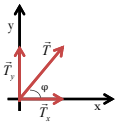
Παράδειγμα #1

Αν η τάση έχει μέτρο T = 20 N να βρεθεί το έργο της.

$$W_T = +T_x \cdot \Delta x =$$
$$= +T \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi =$$
$$= (20N) \cdot (100m) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} =$$
$$= 1000\sqrt{2}J \approx 1410J$$

Παρατηρήστε πως το ίδιο έργο παράγει μια οριζόντια δύναμη μέτρου μόλις 14,1 N.





Παράδειγμα #2

Αν ο κουβάς μετατοπίζεται προς τα δεξιά κατά 3 m να βρεθούν τα έργα **όλων** των δυνάμεων.

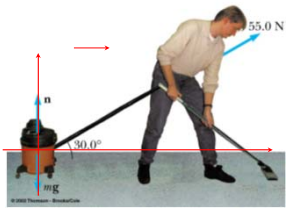
$\vec{w} \perp \Delta\vec{x} \Rightarrow W_w = 0$

$\vec{N} \perp \Delta\vec{x} \Rightarrow W_N = 0$

$W_F = F \cdot \Delta x \cdot \sigma\upsilon\nu 30° =$

$= (55N) \cdot (3m) \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx$

$\approx 247,5J$



Παράδειγμα #3

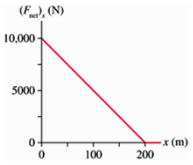
Ένα αυτοκίνητο επιταχύνεται με μια δύναμη η οποία μεταβάλλεται με την απόσταση όπως δείχνει το διάγραμμα. Πόσο είναι το έργο της δύναμης;

$W_F = \{\varepsilon\mu\beta\alpha\delta\acute{o}\} =$

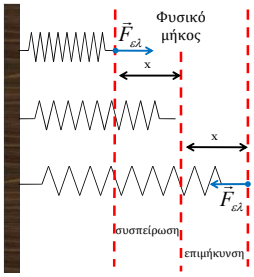
$= \frac{1}{2}\{\beta\acute{\alpha}\sigma\eta\}\{\acute{\upsilon}\psi o\varsigma\} =$

$= \frac{1}{2}(200m - 0)(10.000N - 0) =$

$= 1.000.000J$



Δύναμη ελατηρίου



- **Ιδανικό ελατήριο**:
  - m = 0
  - Ο **νόμος του Hooke** ισχύει άσχετα με το μέγεθος της παραμόρφωσης.
- **Η δύναμη του ελατηρίου**:
  - έχει κατεύθυνση προς το φυσικό μήκος του ελατηρίου
  - έχει μέτρο: $F_{\varepsilon\lambda} = kx$

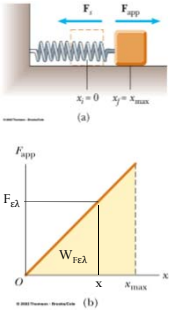
k = σταθερά του ελατηρίου. Είναι μέτρο της σκληρότητας του ελατηρίου. [k] = N/m.

Έργο δύναμης ελατηρίου

Επειδή η δύναμ του ελατηρίου είναι μεταβαλλόμενη, το έργο της το υπολογίζουμε από τη γραφική παράσταση.

$$W_{F_{\epsilon\lambda}} = \{\text{εμβαδό}\} = \frac{1}{2}\{\text{βάση}\}\{\text{ύψος}\} =$$

$$= \frac{1}{2}F_{\epsilon\lambda}x = \frac{1}{2}(kx)x = \frac{1}{2}kx^2$$



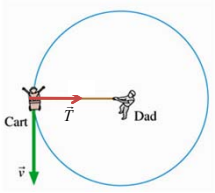
Παρατηρήσεις:

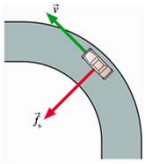
1. Το πρόσημο καθορίζεται ανάλογα με τη φορά κίνησης και την κατεύθυνση της δύναμης.
2. Αν η κίνηση είναι τέτοια που το σώμα να διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου "σπάμε" την κίνηση σε δυο κομμάτια.

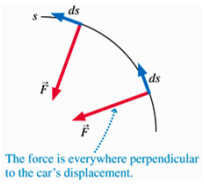
Παράδειγμα #4

Πόσο είναι το έργο της τάσης?

Η τάση είναι διαρκώς κάθετη στη τροχιά (κάθετη στην εφαπτομένη).
Άρα το έργο της είναι μηδέν !







Θεώρημα έργου – ενέργειας

Από τις εξισώσεις κίνησης έχουμε:

$$\begin{cases} \upsilon = \upsilon_0 + at \\ x = \upsilon_0 t + \frac{1}{2}at^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \dfrac{\upsilon - \upsilon_0}{a} \\ x = \upsilon_0\left(\dfrac{\upsilon - \upsilon_0}{a}\right) + \dfrac{1}{2}a\left(\dfrac{\upsilon - \upsilon_0}{a}\right)^2 \end{cases} \Rightarrow \upsilon^2 = \upsilon_0^2 + 2ax \Rightarrow ax = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2}$$

Άρα: $W = (\sum F)x = (ma)x = m\dfrac{(\upsilon^2 - \upsilon_0^2)}{2} = \dfrac{1}{2}m\upsilon^2 - \dfrac{1}{2}m\upsilon_0^2$

Θεώρημα έργου – ενέργειας

Η ποσότητα $\frac{1}{2}mv^2$ ονομάζεται **κινητική ενέργεια**.

Γι' αυτό και το **θεώρημα έργου – ενέργειας** ονομάζεται (και) **θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας** (ΘΜΚΕ), και γενικεύεται ως εξής:

$$K_{τελ} = K_{αρχ} + \sum W \Rightarrow K_{τελ} - K_{αρχ} = \sum W \Rightarrow \Delta K = \sum W$$

Όπου με $\sum W$ παριστάνουμε το (αλγεβρικό) άθροισμα των έργων όλων των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα:

$$\sum W = W_{F_1} + W_{F_2} + \ldots + W_{F_N} = W_{\sum F}$$

ΘΜΚΕ: Αν οι δυνάμεις που ασκούνται σ' ένα σώμα επιδρούν μόνο στην ταχύτητα του σώματος, τότε το (συνολικό) έργο τους ισούται με τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας του σώματος. Αν το έργο είναι θετικό η ταχύτητα αυξάνεται, αν είναι αρνητικό η ταχύτητα μειώνεται.

34 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

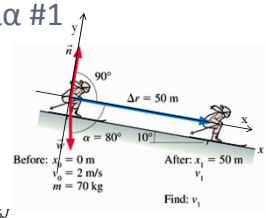
Η κινητική ενέργεια

- Την κινητική ενέργεια ενός σώματος μπορούμε να τη "δούμε" ως το έργο που θα παραχθεί από το σώμα καθώς αυτό θα έλθει σε κατάσταση ηρεμίας.
  - Το κινούμενο σφυρί έχει κινητική ενέργεια κι έτσι μπορεί να αποδώσει έργο πάνω στο καρφί.

35 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

ΘΜΚΕ – παράδειγμα #1

Η μάζα του σκιέρ είναι 70 kg και η κλίση είναι 10°. Αν δεν υπάρχουν τριβές να βρείτε την τελική του ταχύτητα (g = 10 m/s²).



Θα χρησιμοποιήσουμε το ΘΜΚΕ

$$\vec{n} \perp \Delta\vec{r} \Rightarrow W_n = 0$$

$$W_w = w \cdot \Delta r \cdot \eta\mu 10° \approx (700N) \cdot (50m) \cdot 0,173 \approx 6055J$$

Άρα:

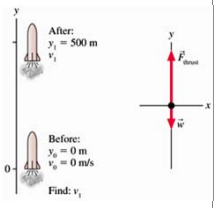
$$\Delta K = \sum W \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_n + W_w \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = W_n + W_w + \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_1^2 = \frac{2}{m}\left(W_n + W_w + \frac{1}{2}mv_0^2\right) \Rightarrow$$

$$v_1^2 = \frac{2}{70} \cdot \left(0 + 6055 + \frac{1}{2} \cdot 70 \cdot 2^2\right) = 177 \Rightarrow v_1 = \sqrt{177} \approx 13,3m/s$$

36 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

ΘΜΚΕ – παράδειγμα #2

Πύραυλος μάζας 150.000 kg ανυψώνεται υπό την επίδραση σταθερής δύναμης 4.000.000 N. Να βρείτε την ταχύτητά του σε ύψος 500 m. Αγνοήστε τριβές και μείωση μάζας. g = 10 m/s².



$$w = mg = (150.000kg)(10m/s^2) = 1.500.000N$$

$$W_w = -w \cdot \Delta y = -(1.500.000N)(500m) = -750.000.000J = -750MJ$$

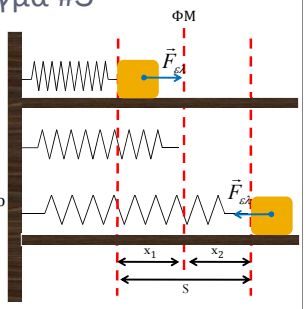
$$W_F = +F \cdot \Delta y = (4.000.000N)(500m) = 2.000.000.000J = 200GJ$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + \sum W \xrightarrow{v_0=0} \frac{1}{2}mv_1^2 = W_F + W_w \Rightarrow v_1 = \sqrt{\frac{2}{m}(W_F + W_w)} \Rightarrow$$

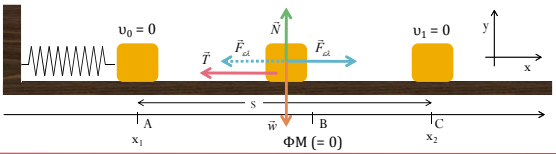
$$v_1 = \sqrt{\frac{2}{150.000kg}(2.000.000.000J - 750.000.000J)} = 100\sqrt{\frac{5}{3}} \approx 129,1m/s$$

ΘΜΚΕ – παράδειγμα #3

- Ελατήριο σταθεράς k = 200 N/m είναι τοποθετημένο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο με το ένα άκρο του στερεωμένο σε ανένδοτο τοίχωμα.
- Στο ελεύθερο άκρο του στερεώνουμε σώμα μάζας m = 5 kg και συμπιέζουμε μ' αυτό το ελατήριο κατά x_1 = 60 cm. Όταν το σώμα αφήνεται ελεύθερο, μετακινείται στο οριζόντιο επίπεδο κατά S = 1 m μέχρι να μηδενιστεί η ταχύτητά του.
- Να υπολογιστεί ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου.
- Δίνεται: g = 10 m/s².



ΘΜΚΕ – παράδειγμα #3



$$\left.\begin{aligned} W_{F_{el}} &= W_{F_{el}}(A \to B) + W_{F_{el}}(B \to C) \\ W_{F_{el}}(A \to B) &= +\frac{1}{2}kx_1^2 = +36J \\ W_{F_{el}}(B \to C) &= -\frac{1}{2}kx_2^2 = -16J \end{aligned}\right\} \Rightarrow W_{F_{el}} = +20J$$

$$K_C = K_A + \sum W \Rightarrow 0 = 0 + W_{F_{el}} + W_T \Rightarrow 0 = W_{F_{el}} + W_T \Rightarrow$$
$$W_T = -W_{F_{el}} \Rightarrow W_T = -20J$$

$$W_T = -TS \Rightarrow T = -\frac{W_T}{S} = -\frac{-20}{1} \Rightarrow T = 20N$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - w = 0 \Rightarrow N = mg \Rightarrow N = 50N$$

$$T = \mu N \Rightarrow \mu = \frac{T}{N} \Rightarrow \mu = 0,4$$

Δυναμική ενέργεια βαρύτητας

- Υπό την προϋπόθεση ομογενούς βαρυτικού πεδίου (δλδ για τοπικές κινήσεις σε σχετικά μικρά ύψη) η βαρυτική δυναμική ενέργεια ορίζεται ως

$$U = mgh$$

Σύμπτωση?

Έργο του βάρους για τη μετακίνηση **από το Α στο Β**:

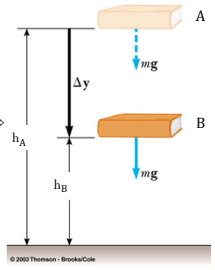
$$W_w(A \to B) = +w \cdot \Delta y = +w(h_A - h_B) \Rightarrow W_w(A \to B) = mgh_A - mgh_B \Rightarrow$$
$$W_w(A \to B) = U_A - U_B \Rightarrow W_w(A \to B) = U_{αρχ} - U_{τελ}$$

Έργο του βάρους για τη μετακίνηση **από το Β στο Α**:

$$W_w(B \to A) = -w \cdot \Delta y = -w(h_A - h_B) \Rightarrow W_w(B \to A) = -mgh_A + mgh_B \Rightarrow$$
$$W_w(B \to A) = U_B - U_A \Rightarrow W_w(B \to A) = U_{αρχ} - U_{τελ}$$

Γενικά λοιπόν:

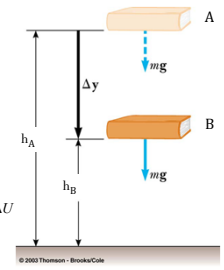
$$W(αρχ \to τελ) = U_{αρχ} - U_{τελ} = -(U_{τελ} - U_{αρχ}) = -\Delta U$$



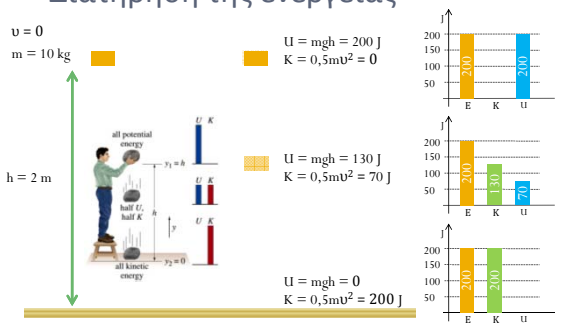
Σύμπτωση?

- Το βιβλίο αλληλεπιδρά με τη γη μέσω της βαρυτικής δύναμης (βάρος).
- Για να περιγράψουμε αυτήν την αλληλεπίδραση ορίσαμε τη (βαρυτική) δυναμική ενέργεια.
- Το έργο της αλληλεπίδρασης (δλδ της δύναμης) σχετίζεται με τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας, ανάμεσα στην αρχική και την τελική θέση:

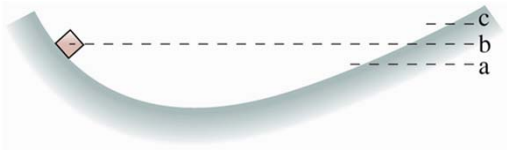
$$W(αρχ \to τελ) = U_{αρχ} - U_{τελ} = -(U_{τελ} - U_{αρχ}) = -\Delta U$$



Διατήρηση της ενέργειας



Παράδειγμα…

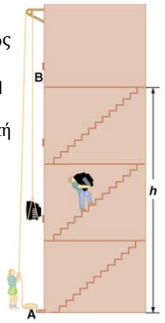


A box slides along a frictionless surface, as shown in the figure. It is released from rest at the position shown. What is the highest point **h** that the box reaches on the other side?

a) h<a b) h=a c) h=b d) h=c e) h>c

Διατηρητικές δυνάμεις

- Μια δύναμη είναι **διατηρητική** (ή **συντηρητική**) όταν το έργο της, καθώς μετακινεί ένα σώμα ανάμεσα σε δυο σημεία, δεν εξαρτάται από τη διαδρομή που ακολουθεί το σώμα.
  1. Το έργο εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική θέση του σώματος.
  2. Κάθε συντηρητική δύναμη έχει μια "δυναμική ενέργεια"
  3. Το έργο μιας συντηρητικής δύναμης κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής είναι μηδέν.
- Πχ: Βαρυτική, ηλεκτρική, ελατηρίου



Διατηρητικές δυνάμεις

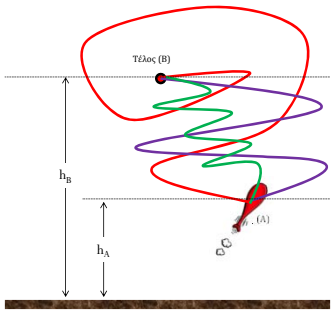
Άσχετα από τη διαδρομή που θα ακολουθήσει το σώμα, το έργο του βάρους του (όχι των άλλων δυνάμεων) είναι πάντα το ίδιο:

$$W_w = U_{αρχ} - U_{τελ} = -(U_B - U_A) =$$
$$= -\Delta U = -mg(h_B - h_A) = -mg\Delta h$$

Άρα, σε μια **κλειστή διαδρομή**, δλδ αν το σώμα επιστρέψει στο σημείο απ' όπου ξεκίνησε, θα είναι:

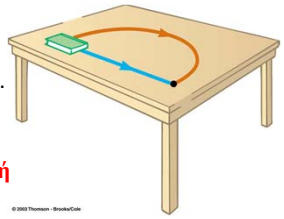
$$W_w = U_{αρχ} - U_{τελ} = -(U_A - U_A) = 0$$

Παρατηρήστε επίσης πως το σημείο Α (και το Β) μπορεί να είναι οποιοδήποτε σημείο στο ίδιο ύψος...



Μη – διατηρητικές δυνάμεις

- Η τριβή μετατρέπει την κινητική ενέργεια ενός σώματος σε "θερμική", πιο σωστά αυξάνει τη θερμοκρασία του σώματος.
- Η τριβή εξαρτάται από τη διαδρομή.
- Είναι μια **μη- συντηρητική** δύναμη



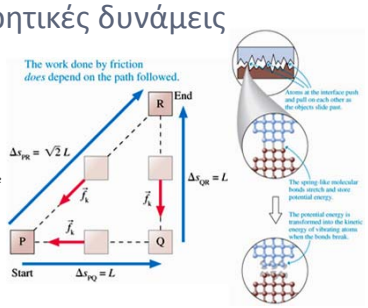
Μη – διατηρητικές δυνάμεις

$$W_{fric} = f_k \Delta s = -\mu_k n \Delta s = -\mu_k mg\Delta s$$

$$W(P,R) = -\mu_k mg\Delta s_{P,R} = -\mu_k mg\sqrt{2}L$$

$$W(P,Q,R) = -\mu_k mg\Delta s_{P,Q} - \mu_k mg\Delta s_{Q,R}$$
$$= -\mu_k mg\, 2L$$

$$W(P,R) \neq W(P,Q,R)$$



Therefore, the work W_{fric} done by a frictional force is *not* independent of the path taken between two locations. Friction is a *nonconservative force*. It dissipates energy as heat, an *irreversible* process.

Η έννοια της διατήρησης, γενικά…

- Για να πούμε πως μια φυσική ποσότητα διατηρείται θα πρέπει η τιμή της να παραμένει σταθερή.
- Στη διατήρηση της ενέργειας παραμένει σταθερή η μηχανική ενέργεια του συστήματος.
- Σ' ένα οποιοδήποτε απομονωμένο σύστημα στο οποίο τα σώματα αλληλεπιδρούν μόνο με διατηρητικές δυνάμεις, η μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή.

Η έννοια της διατήρησης, γενικά…

- Όταν υπάρχουν μη – συντηρητικές δυνάμεις, η μηχανική ενέργεια δεν παραμένει σταθερή.
- Το έργο όλων των μη – συντηρητικών δυνάμεων ισούται με τη μεταβολή της μηχανικής ενέργειας του συστήματος:

$$W_{\text{όλων των μη–συντηρητικών}} = \Delta E = E_{\tau\varepsilon\lambda} - E_{\alpha\rho\chi} = \left(K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda}\right) - \left(K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi}\right) =$$
$$= \left(K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi}\right) + \left(U_{\tau\varepsilon\lambda} - U_{\alpha\rho\chi}\right) = \Delta K + \Delta U$$

- Η ενέργεια μπορεί να διαπεράσει τη διαχωριστική επιφάνεια συστήματος – περιβάλλοντος ή να μετατραπεί σε κάποια άλλη μορφή.
- Παράδειγμα μη – συντηρητικής δύναμης αποτελεί η τριβή.

Επίπεδο αναφοράς

- Όταν ορίσαμε τη δυναμική ενέργεια βαρύτητας, χρησιμοποιήσαμε τη σχέση $U = mgh$, όπου h είναι το ύψος στο οποίο βρίσκεται το σώμα από την επιφάνεια της γης.
- Στην πράξη μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα οποιοδήποτε επίπεδο που ονομάζεται επίπεδο αναφοράς ή επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας.
- Η δυνατότητα αυτή μας δίνεται γιατί στην πράξη δε μας ενδιαφέρει η δυναμική ενέργεια αλλά οι διαφορές της: $W_w = -\Delta U = -(U_{\tau\varepsilon\lambda} - U_{\alpha\rho\chi})$

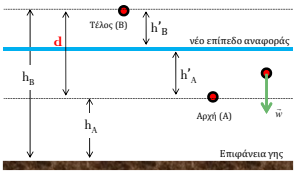
Επίπεδο αναφοράς

Ως προς τη γη: $W_w(A \to B) = U_A - U_B = mgh_A - mgh_B = mg(h_A - h_B) = -mgd$

Ως προς το νέο επίπεδο αναφοράς:

$$W_w(A \to B) = U'_A - U'_B = (-mgh'_A) - (+mgh'_B) = -mg(h'_A + h'_B) = -mgd$$

Η επιλογή επιπέδου αναφοράς είναι δικό μας θέμα.

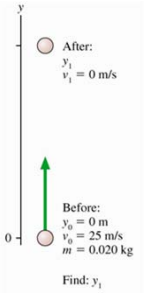


52 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Παράδειγμα #1

Πόσο ψηλά θα φτάσει η μπάλα?

$$E = \sigma\tau\alpha\theta \Rightarrow$$
$$E_0 = E_1 \Rightarrow$$
$$K_0 + U_0 = K_1 + U_1 \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + \cancel{mgy_0} = \frac{1}{2}\cancel{m}v_1^2 + mgy_1 \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 = \cancel{m}gy_1 \Rightarrow$$
$$y_1 = \frac{v_0^2}{2g} = 31,25m$$

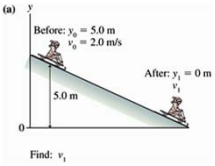


53 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Παράδειγμα #2

Με ποια ταχύτητα θα φτάσει στη βάση? Τριβές δεν υπάρχουν.

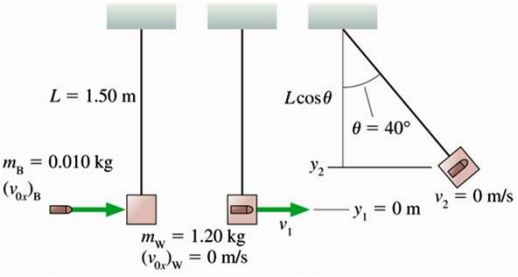
$$E = \sigma\tau\alpha\theta \Rightarrow$$
$$E_0 = E_1 \Rightarrow$$
$$K_0 + U_0 = K_1 + U_1 \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgy_0 = \frac{1}{2}mv_1^2 + \cancel{mgy_1} \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_0^2 + \cancel{m}gy_0 = \frac{1}{2}\cancel{m}v_1^2 \Rightarrow$$
$$v_1^2 = v_0^2 + 2gy_0 \Rightarrow$$
$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2gy_0} \approx 10,2m/s$$



54 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

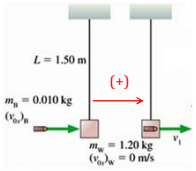
Παράδειγμα #3 (βαλλιστικό εκκρεμές)

Να βρεθεί η αρχική ταχύτητα του βλήματος.



Παράδειγμα #3 (βαλλιστικό εκκρεμές)

Μελέτη της (πλαστικής κρούσης), ΑΔΟ:



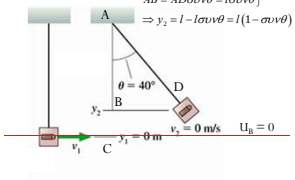
$$\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ} \xrightarrow{(+)}$$

$$m_B \upsilon_{0B} = (m_B + m_W)\upsilon_1$$

ΑΔΜΕ:

$$\left.\begin{array}{l} y_2 = AC - AB = l - AB \\ AB = AD\sigma\upsilon\nu\theta = l\sigma\upsilon\nu\theta \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_2 = l - l\sigma\upsilon\nu\theta = l(1-\sigma\upsilon\nu\theta)$$



$$m = m_B + m_w$$

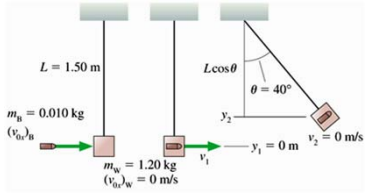
$$\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \cancel{mgy_1} = \cancel{\frac{1}{2}m\upsilon_2^2} + mgy_2 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 = mgy_2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2gy_2}$$

Παράδειγμα #3 (βαλλιστικό εκκρεμές)

Έτσι, με την επίλυση των εξισώσεων έχουμε:

$$y_2 = l(1-\sigma\upsilon\nu\theta) =$$
$$= 1,5(1-\sigma\upsilon\nu 40°) =$$
$$= 1,5(1-0,766) = 0,35m$$



$με\ m = m_B + m_w$:

$$\frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + \cancel{mgy_1} = \cancel{\frac{1}{2}m\upsilon_2^2} + mgy_2 \Rightarrow \upsilon_1 = \sqrt{2gy_2} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,35} = 2,64m/s$$

$$m_B \upsilon_{0B} = (m_B + m_W)\upsilon_1 \Rightarrow \upsilon_{0B} = \frac{m_B + m_W}{m_B}\upsilon_1 = \frac{0,01+1,2}{0,01}2,64 = 320,13m/s$$

A mass (m = 5 kg) is dropped from a height of 0.82 m onto a spring with spring constant k = 100 N/m.

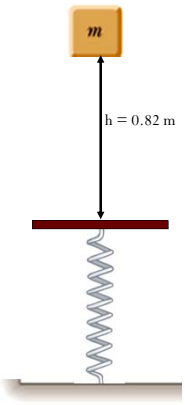
(a) What is the speed of the mass right before it hits the spring.

(b) To what maximum height will the block recoil?

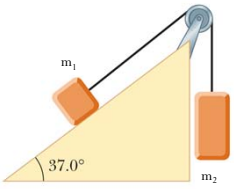
(c) How much will the spring compress?

(d) If the block has an initial downwards speed of v = 10 m/s to what height will the block recoil after it bounces of the spring?

Assume there are no frictional losses.



A m_1 = 50.0 kg block and a m_2 = 100 kg block are connected by a string (see Figure). The pulley is frictionless and of negligible mass. The coefficient of kinetic friction between the 50.0 kg block and incline is 0.250. If they start at rest, what is the speed of the blocks after they have moved 20.0 m?

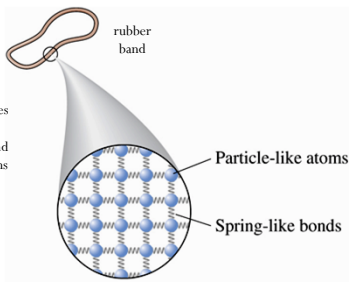


Elastic Solids and Restoring Forces

An "elastic" material is one that exhibits a ***restoring force***, a force that acts so that it restores a system to an equilibrium position. Examples are springs and rubber bands.

An elastic material stores potential energy when it is deformed and restores it when it returns to equilibrium.

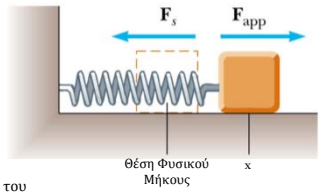
Microscopically, elastic solids depend on the spring-like bonds that bind atoms in a solid.



Δυναμική ενέργεια ελατηρίου

Η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου δίνεται από τη σχέση:

$$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2}kx^2$$

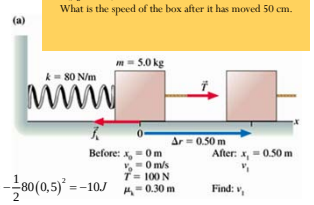


Άρα, για το έργο της δύναμης του ελατηρίου θα έχουμε:

$$W_{F_{\varepsilon\lambda}}(A \to B) = -\Delta U_{\varepsilon\lambda} = -\left(U_{\varepsilon\lambda,B} - U_{\varepsilon\lambda,A}\right) = -\left(\frac{1}{2}kx_B^2 - \frac{1}{2}kx_A^2\right)$$

Παράδειγμα

A 5.0 kg box is attached to one end of a spring with k=80 N/m, and the other spring end is anchored to a wall. A rope pulls the box away from the wall with a tension of 100 N. (μ_k=0.30.)
What is the speed of the box after it has moved 50 cm.



Θα χρησιμοποιήσουμε το ΘΜΚΕ:

$$\Delta K = \sum W \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_n + W_w + W_{F_{\varepsilon\lambda}} + W_{f_k} + W_T$$

Για τα έργα των δυνάμεων έχουμε:

$$\vec{N} \perp \Delta\vec{r} \Rightarrow W_N = 0$$

$$\vec{w} \perp \Delta\vec{r} \Rightarrow W_w = 0$$

$$W_{F_{\varepsilon\lambda}} = -\Delta U_{\varepsilon\lambda} = -\left(\frac{1}{2}kx_1^2 - \frac{1}{2}kx_0^2\right) = -\frac{1}{2}kx_1^2 = -\frac{1}{2}80(0,5)^2 = -10J$$

$$W_{f_k} = -f_k\Delta r \xrightarrow{f_k=\mu N} W_{f_k} = -\mu N\Delta r \xrightarrow{\sum F_y = 0,\ N=mg} W_{f_k} = -\mu mg\Delta r = -7,5J$$

$$W_T = +T\Delta r = 50J$$

Άρα, από το ΘΜΚΕ:

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_n + W_w + W_{F_{\varepsilon\lambda}} + W_{f_k} + W_T \Rightarrow \frac{1}{2}5v_1^2 = 0 + 0 - 10 - 7.5 + 50 \Rightarrow v_1^2 = 13 \Rightarrow v_1 \approx 3,6m/s$$

Δυναμική ενέργεια γενικά…

- Είναι αποθηκευμένη ενέργεια.
- Είναι η ενέργεια που πρέπει να καταναλωθεί ώστε το σύστημα να έρθει στη συγκεκριμένη κατάσταση.
  - Παραδείγματα:
    - Η ενέργεια που ξοδεύουμε για να ανυψώσουμε ένα σώμα,
    - Η ενέργεια που καταναλώνουμε για το τέντωμα της χορδής ενός τόξου.

Ισχύς

- In many cases, the work done by a tool is less important than the the rate with which the work can be done.
- For example, explosive devices get their properties from being able to do a lot of work over a very short period in time. The same amount of work done over a longer period of time might not lead to destruction.

Ισχύς

- Η ισχύς ορίζεται ως:

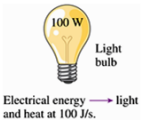
$$P = \frac{\textit{ενέργεια που καταναλώνεται ή παράγεται}}{\textit{αντίστοιχο χρονικό διάστημα}}$$

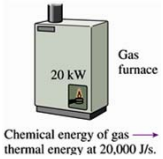
- άρα η ισχύς περιγράφει το ρυθμό κατανάλωσης ή παραγωγής της ενέργειας (ρυθμός μεταβολής).
- Μονάδες: $[P] = \frac{[\textit{ενέργεια}]}{[\textit{χρόνος}]} = \frac{[Joule]}{[\text{sec}]} \Rightarrow 1W(att) = 1J/s$
- Επίσης: 1 HP (1 ίππος) ≈ 745,7 W

Ισχύς

- Ο (πιο) σωστός ορισμός της ισχύος είναι ως "ο ρυθμός μεταβολής της ενέργειας" ή ακόμη καλύτερα το πόσο γρήγορα μεταφέρεται η ενέργεια (συνήθως από ή προς το σύστημα):

$$P = \frac{\Delta E_{\textit{συστήματος}}}{\Delta t}$$

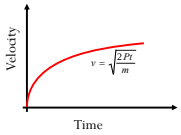




Ισχύς

Ένα αυτοκίνητο παρέχει σταθερή ισχύ. Αν υποθέσουμε πως όλη η ενέργεια μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια, πως αυξάνεται η ταχύτητα του αυτοκινήτου σε συνάρτηση με το χρόνο?
Είναι το ίδιο αν αντί "σταθερή ισχύ" πούμε "σταθερή δύναμη"?

$$P = \frac{K}{t} \Rightarrow K = Pt \xrightarrow{K=\frac{1}{2}m\upsilon^2} \frac{1}{2}m\upsilon^2 = Pt \Rightarrow \upsilon = \sqrt{\frac{2Pt}{m}}$$



Σταθερή δύναμη σημαίνει σταθερή επιτάχυνση. Άρα : $\upsilon = \upsilon_0 + \alpha t$.
Δλδ σ' αυτή τη περίπτωση η αύξηση της ταχύτητας είναι γραμμική.

67 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14

Ισχύς

What power is needed to lift a 2,000 kg generator at a vertical speed of 3.0 m/s?

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T = mg = 2.000 \cdot 10 = 20.000N$$
$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{T\Delta y}{\Delta t} = T\frac{\Delta y}{\Delta t} = T\upsilon = 20.000 \cdot 3 \Rightarrow$$
$$P = 60.000W = 60.000W \cdot \frac{1}{750}\frac{HP}{W} \approx 80HP$$

A factory uses a motor and cable to drag a 300 kg machine into the proper place on the factory floor. (μ_k=0.60.)
What power must be supplied to drag the machine across the floor at a speed of 0.50 m/s?

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F = T \Rightarrow F = \mu N \xrightarrow{\sum F_y = 0 \atop N = mg} F = \mu mg$$
$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F\Delta y}{\Delta t} = F\frac{\Delta y}{\Delta t} = F\upsilon = \mu mg\upsilon \Rightarrow$$
$$P = 900W = 900W \cdot \frac{1}{750}\frac{HP}{W} \approx 1,2HP$$

68 (c) Κωνσταντίνος Χ. Παύλου 15-Σεπ-14