2. ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

2.1 ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ - ΑΚΡΟΤΑΤΑ - ΣΥΜΜΕΤΡΙΕΣ

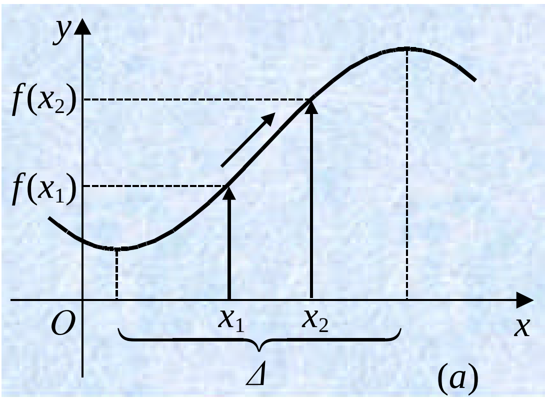
ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ

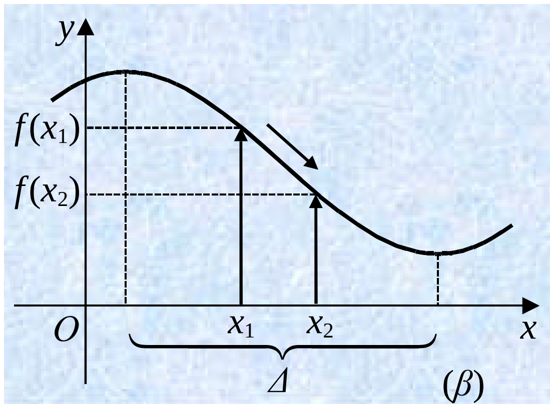
Μια συνάρτηση f λέγεται:

α) ***γνησίως αύξουσα*** σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της (Σχ.α), όταν για οποιαδήποτε $\chi_1,\chi_2 \in \Delta$ με $\chi_1<\chi_2$ **ισχύει** $f(\chi_1)<f(\chi_2)$.

β) ***γνησίως φθίνουσα*** σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της (Σχ.β), όταν για οποιαδήποτε $\chi_1,\chi_2 \in \Delta$ με $\chi_1<\chi_2$ **ισχύει** $f(\chi_1)>f(\chi_2)$.

Μια συνάρτηση που είναι ***γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα*** λέγεται **γνησίως μονότονη.**





Για να δηλώσουμε ότι η f είναι γνησίως αύξουσα (αντιστοίχως γνησίως φθίνουσα) σε ένα διάστημα *Δ*, γράφουμε $f \uparrow \boldsymbol{\Delta}$ (αντιστοίχως $f \downarrow \boldsymbol{\Delta}$).

Παράδειγμα

i) Η συνάρτηση $f(x)=x^2$ με π.ο. το Α=R.

Στο διάστημα [0,+∞) είναι γνησίως αύξουσα

γιατί για κάθε $\chi_1,\chi_2 \in [0,+\infty)$ με $\chi_1<\chi_2$ ισχύει

$\chi_1^2<\chi_2^2$ άρα $f(\chi_1)<f(\chi_2)$ ενώ

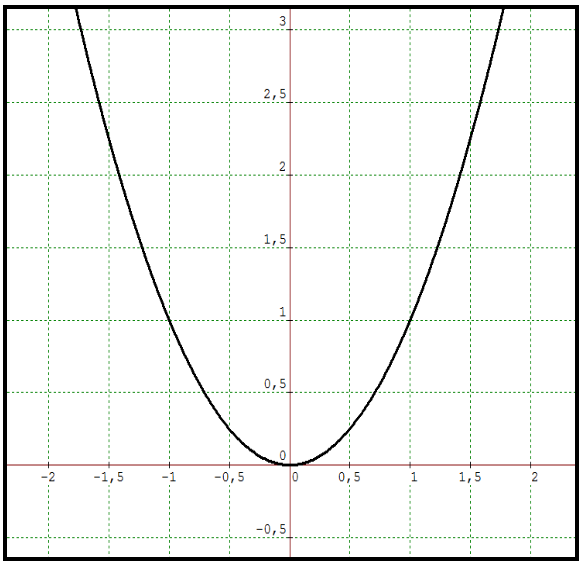
στο διάστημα (-∞, 0] είναι γνησίως φθίνουσα

γιατί για κάθε $\chi_1,\chi_2 \in (-\infty,0]$ με $\chi_1<\chi_2\le 0$

ισχύει $-\chi_1>-\chi_2 \ge 0$ οπότε

$$(-\chi_1)^2>(-\chi_2)^2 \Leftrightarrow \chi_1^2>\chi_2^2$$

$$\Leftrightarrow f(\chi_1)>f(\chi_2) .$$



ΑΚΡΟΤΑΤΑ

Μια συνάρτηση f με π.ο. το Α παρουσιάζει:

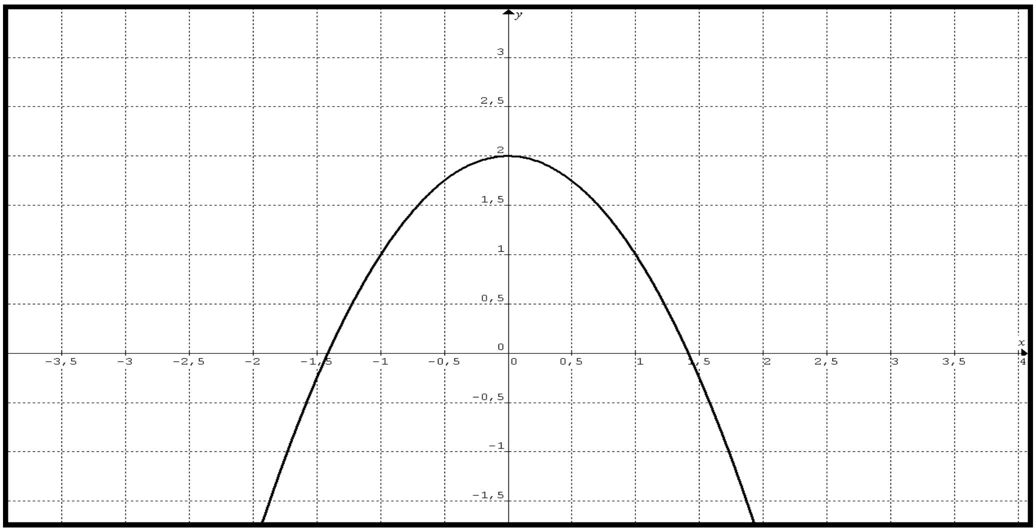
α) ***μέγιστο*** στο $\chi_0 \in A$ όταν $f(\chi) \leq f(\chi_0)$,για κάθε $\chi \in A$. **($f(\chi_0)$: μέγιστο της f)**

β) ***ελάχιστο*** στο $\chi_0 \in A$ όταν $f(\chi) \geq f(\chi_0)$,για κάθε $\chi \in A$. **($f(\chi_0)$: ελάχιστο της f)**

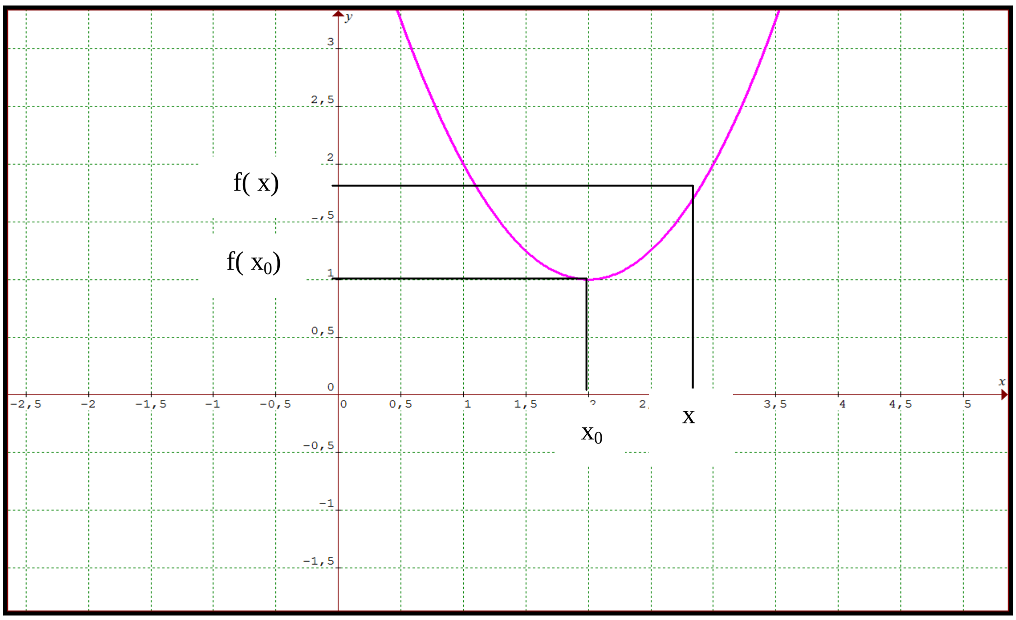
Το μέγιστο και το ελάχιστο μιας συνάρτησης ,αν υπάρχουν λέγονται **ακρότατα της f.**

Παραδείγματα

i) Η συνάρτηση $f(\chi)= -\chi^2+2$ με π.ο. το A=R ***παρουσιάζει μέγιστο στο*** $\chi_0=0$ το $f(0)=2$ αφού για κάθε $\chi \in A$ ισχύει ότι $-\chi^2+2 \leq 2$ δηλαδή $f(\chi) \leq f(0)$.



ii) Η συνάρτηση $f(\chi)= (x-2)^2+1$ με π.ο. το A=R ***παρουσιάζει ελάχιστο στο*** $\chi_0=2$ το $f(2)=1$ αφού για κάθε $\chi \in A$ ισχύει ότι $(x-2)^2+1 \geq 1$ δηλαδή $f(\chi) \geq f(0)$.



ΑΡΤΙΑ – ΠΕΡΙΤΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το Α λέγεται :

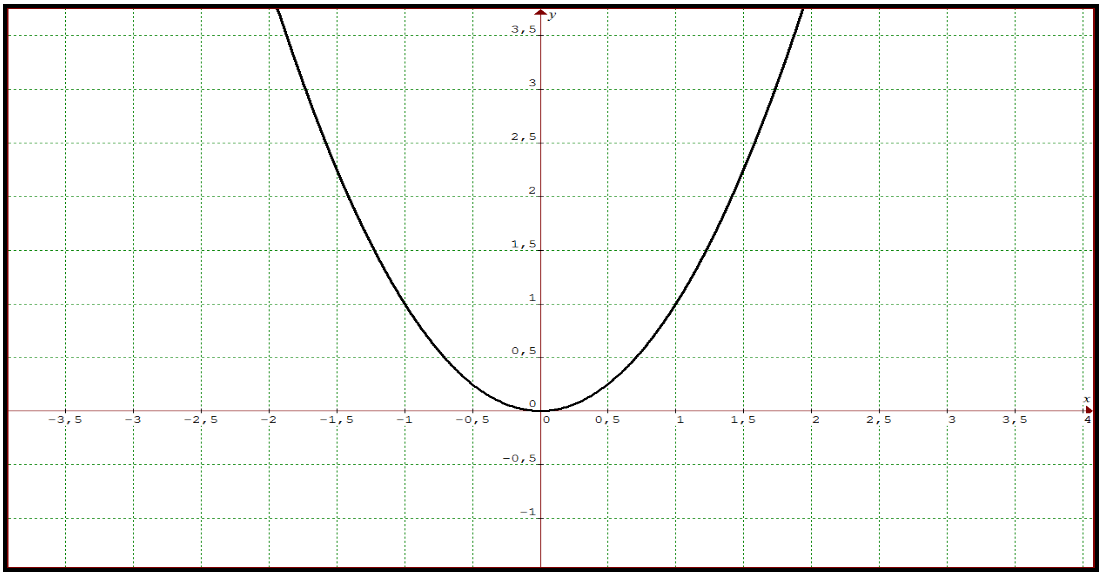
- ***Άρτια*** , αν για κάθε $\chi \in A$ ισχύει: **$-\chi \in A$** και **$f(-\chi)=f(\chi)$**
- ***Περιττή***, ,αν για κάθε $\chi \in A$ ισχύει: **$-\chi \in A$** και **$f(-\chi)=-f(\chi)$.**

Η γραφική παράσταση κάθε **άρτιας** συνάρτησης έχει ***άξονα συμμετρίας τον y΄y***, ενώ κάθε **περιττής** έχει ***κέντρο συμμετρίας την αρχή των αξόνων Ο.***

Παραδείγματα

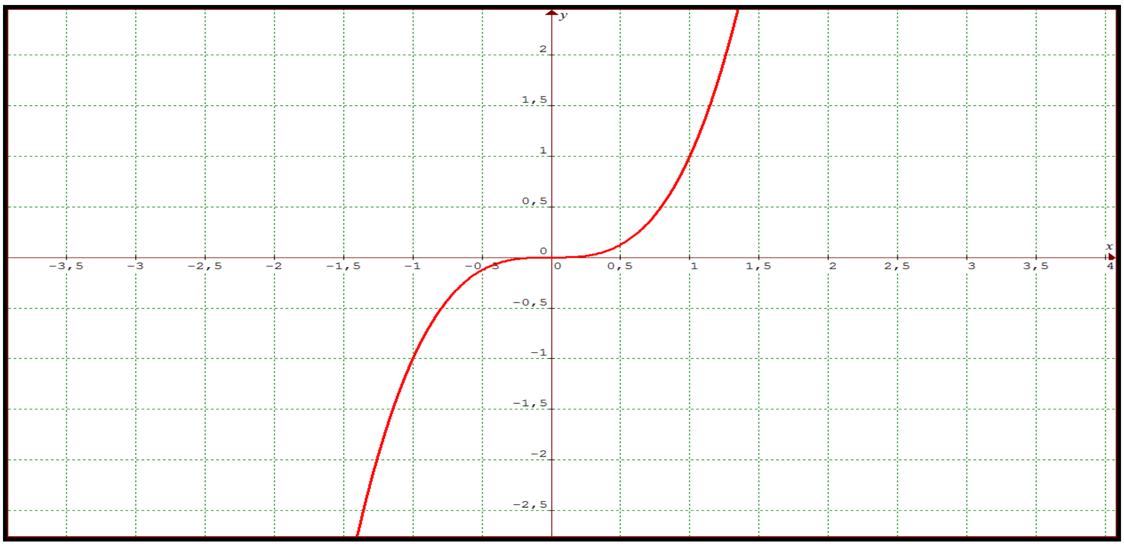
α) Η συνάρτηση $f(\chi)=\chi^2$ έχει πεδίο ορισμού το Α=R

Για κάθε $\chi \in A=R$ ισχύει ότι $-\chi \in A$ και $\mathbf{f(-x)}=(-x)^2=x^2=\mathbf{f(x)}$. Άρα η f είναι **άρτια**.



β) Η συνάρτηση $f(\chi)=\chi^3$ έχει π.ο. το Α=R

Για κάθε $\chi \in A=R$ ισχύει ότι $-\chi \in A$ και $\mathbf{f(-x)}=(-x)^3= -x^3= \mathbf{-f(x)}$**.** Άρα η f είναι **περιττή.**



ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Να μελετήσετε ως προς την μονοτονία τους τις συναρτήσεις

α) f(x)= 2x-3 β) f(x)=-3x+2 γ) f(x)= $\sqrt{x-2}$

δ) f(x)=3- $\sqrt{3-x}$ ε) f(x)= $2x^2$+3.

----

2) Να βρείτε τα ακρότατα των συναρτήσεων αν υπάρχουν

α) f(x)= $3(x-1)^2+2$ β) f(x)= $-2|x-1|-3$ γ) f(x)=3+ $\sqrt{x-2}$ δ) f(x)= x^3

----

3) Να βρείτε ποιες από τις συναρτήσεις είναι άρτιες και ποιες είναι περιττές.

α) f(x)= $5x^4-2x^6$ β) f(x)= $-x^3-x$ γ) f(x)= $-3|x|-5$

δ) f(x)= $2|x-3|+1$ ε) f(x)= $\sqrt{x+1}$.

----

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

2.2 ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ – ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΚΑΜΠΥΛΗΣ

Κατακόρυφη μετατόπιση

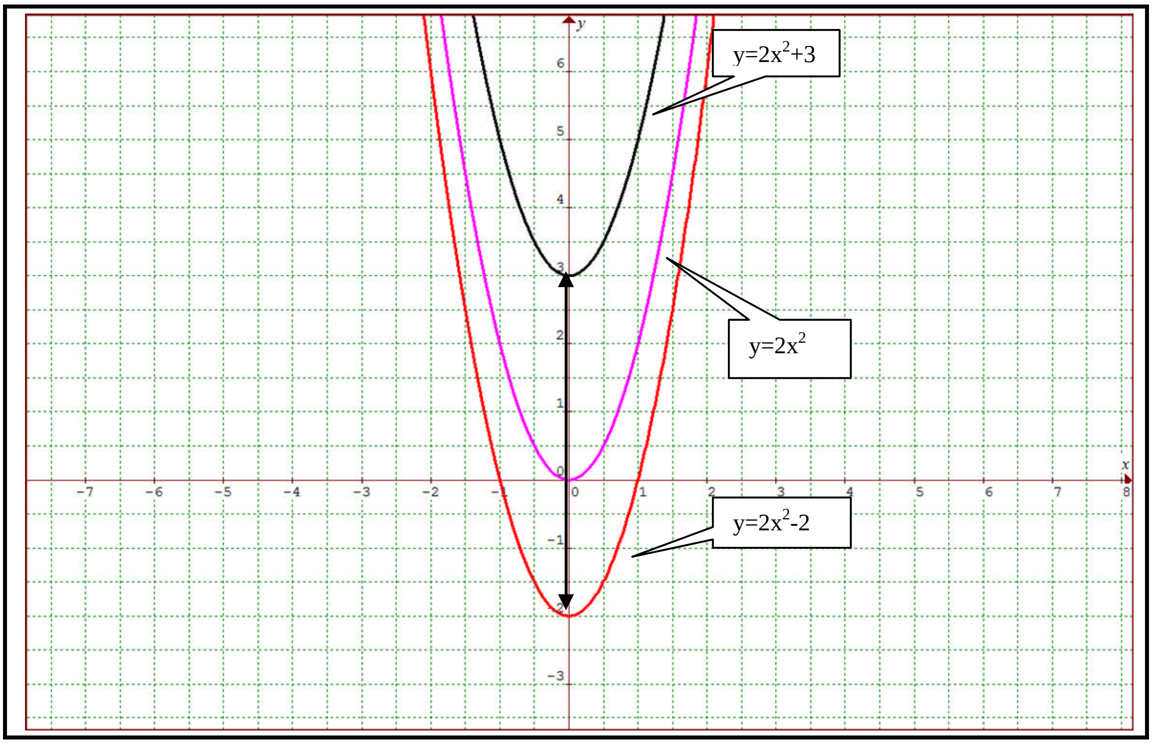
Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f, με:

$$f(x) = \varphi(x) + c, \text{ όπου } c \in \mathbb{R},$$

προκύπτει από μια κατακόρυφη μετατόπιση της γραφικής παράστασης της φ κατά c μονάδες. (Προς τα ***πάνω αν c>0*** και προς τα ***κάτω αν c<0***).

Παράδειγμα:

- Για να γίνει η γραφ. παράσταση της $y=2x^2+3$, κάνω πρώτα την γραφ. παράσταση της $y=2x^2$ και στην συνέχεια την μετατοπίζω παράλληλα στον y΄y κατά ***3 μονάδες προς τα πάνω***.
- Για να γίνει η γραφ. παράσταση της $y=2x^2-2$, κάνω πρώτα την γραφ. παράσταση της $y=2x^2$ και στην συνέχεια την μετατοπίζω παράλληλα στον y΄y κατά ***2 μονάδες προς τα κάτω.***



Οριζόντια μετατόπιση

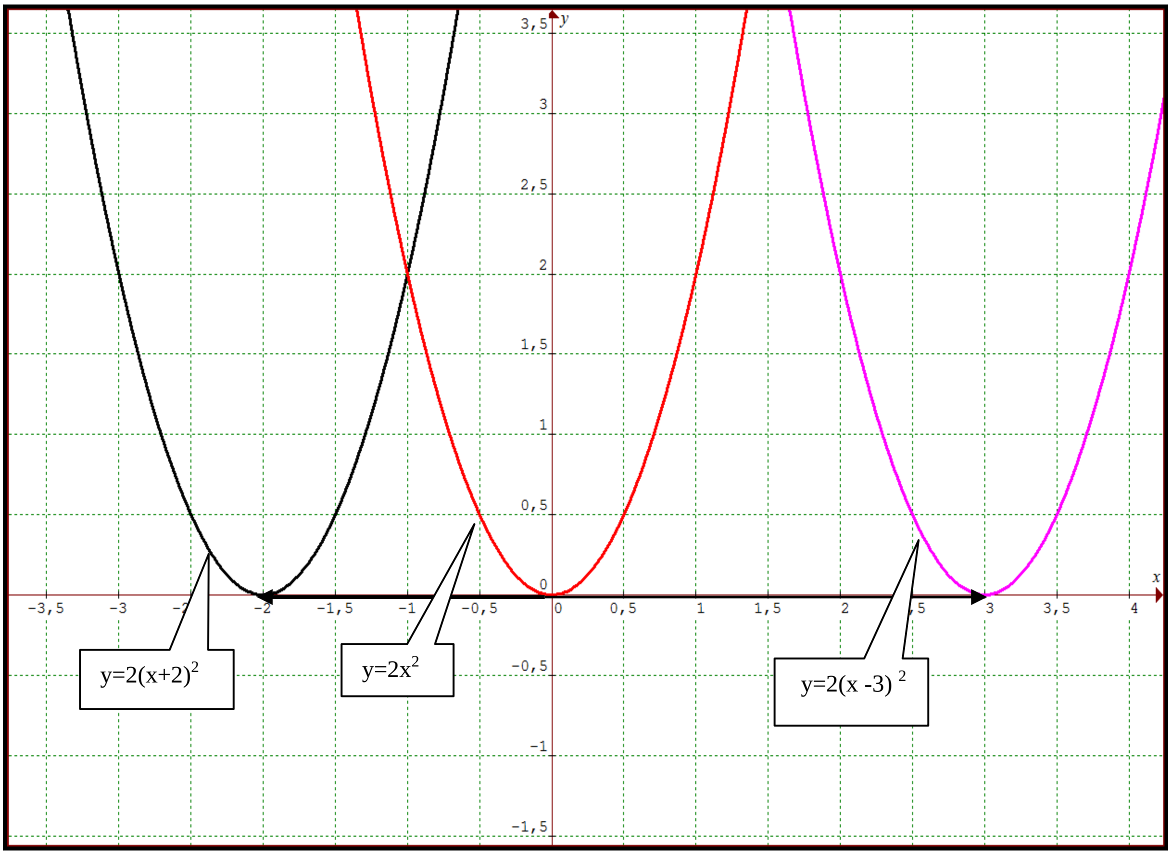
Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f, με:

$$f(x) = \varphi(x-c),\ \text{όπου}\ \ c \in \mathbb{R}\ ,$$

προκύπτει από μια οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της φ κατά c μονάδες. (Προς τα ***δεξιά αν c>0*** και προς τα ***αριστερά αν c<0***).

Παράδειγμα:

- Για να γίνει η γραφική παράσταση της $y=2(x-3)^2$, κάνω πρώτα την γραφική παράσταση της $y=2x^2$ και στην συνέχεια την μετατοπίζω παράλληλα στον x΄x κατά ***3 μονάδες προς τα δεξιά***.
- Για να γίνει η γραφική παράσταση της $y=2(x+2)^2$, κάνω πρώτα την γραφική παράσταση της $y=2x^2$ και στην συνέχεια την μετατοπίζω παράλληλα στον x΄x κατά ***2 μονάδες προς τα αριστερά.***

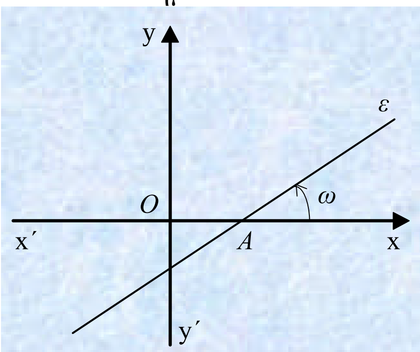


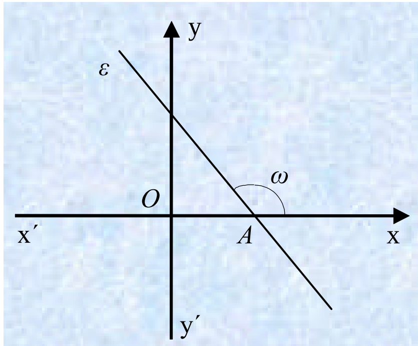
xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

ΜΕΛΕΤΗ ΒΑΣΙΚΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ
ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ f(x)=αx+β

Γωνία που σχηματίζει ευθεία ε με τον άξονα x΄x - Συντελεστής διεύθυνσης

- Έστω Oxy ένα σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο και ε μια ευθεία που τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο A.





Τη γωνία ω που διαγράφει ο άξονας $x'x$ όταν στραφεί γύρω από το Α κατά τη θετική φορά μέχρι να συμπέσει με την ευθεία ε τη λέμε γωνία που σχηματίζει η ε με τον άξονα $x'x$.

- Αν η ευθεία ε είναι παράλληλη προς τον άξονα $x'x$, τότε λέμε ότι σχηματίζει με αυτόν γωνία $\boldsymbol{\omega = 0}$.

Σε κάθε περίπτωση για τη γωνία ω ισχύει $\mathbf{0^0 \le \omega < 180^0}$.

Ως **συντελεστή διεύθυνσης** ή ως **κλίση** μιας ευθείας *ε* ορίζουμε την **εφαπτομένη της γωνίας *ω* που σχηματίζει η *ε* με τον άξονα χ χ**. Ο συντελεστής διεύθυνσης μιας ευθείας *ε* συμβολίζεται συνήθως με λ_ε ή απλά με λ.

Είναι φανερό ότι ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας *ε* είναι:

— **θετικός**, αν η γωνία *ω* είναι **οξεία**,

— **αρνητικός**, αν η γωνία *ω* είναι **αμβλεία** και

— **μηδέν,** αν η γωνία *ω* είναι **μηδέν**.

— Στην περίπτωση που η γωνία ***ω* είναι ίση με 90°**, δηλαδή όταν η ευθεία *ε* είναι κάθετη στον άξονα χ΄χ, **δεν ορίζουμε συντελεστή διεύθυνσης για την *ε*.**

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f(x)=αx+β

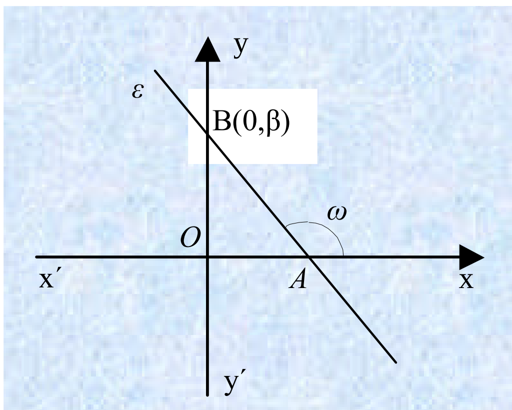
Η γραφική παράσταση της συνάρτησης ***f(x)=αx+β*** είναι μια ***ευθεία γραμμή***, η οποία τέμνει τον άξονα y΄y στο σημείο Β(0,β) και σχηματίζει με τον άξονα x΄x γωνία ω, για την οποία ισχύει: **εφω=α**

Ο αριθμός α επομένως είναι ο **συντελεστής διευθύνσεως** της ευθείας και καθορίζει την διεύθυνσή της.

— Αν **α>0**, τότε $\mathbf{0^o<\omega<90^o}$

— Αν **α<0,** τότε $\mathbf{90^o<\omega<180^o}$

— Αν **α=0**, τότε $\mathbf{\omega= 0^o}$**.**



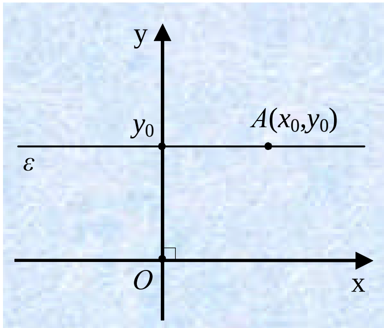
— Δεν ορίζεται ο συντελεστής διευθύνσεως ευθείας που είναι παράλληλη στον άξονα y΄y. Μια τέτοια ευθεία δεν είναι γραφική παράσταση συνάρτησης.

— Δύο ευθείες ε_1 και ε_2 με εξισώσεις $y=\alpha_1x+\beta_1$ και $y=\alpha_2x+\beta_2$ αντίστοιχα είναι :

παράλληλες αν $\alpha_1=\alpha_2$ και ***κάθετες αν*** $\alpha_1\cdot\alpha_2=-1$

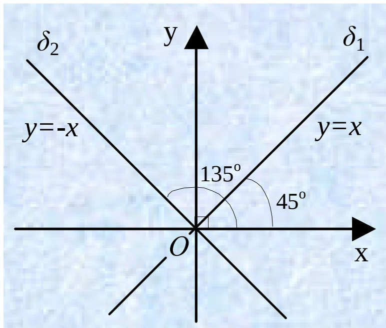
<u>Ειδικές περιπτώσεις</u>

i) Αν $\alpha = 0$, η συνάρτηση παίρνει την μορφή $f(x) = \beta$ και λέγεται **σταθερή συνάρτηση,** διότι η τιμή της είναι η ίδια για κάθε $x \in \mathbb{R}$. Αν έχουμε μία τέτοια ευθεία που να διέρχεται από ένα σημείο $A(x_0,y_0)$ και να είναι παράλληλη στον x΄x έχει εξίσωση $y=y_0$.



ii) Αν **β=0** τότε παίρνει την μορφή **f(x)=αx** και η γραφική της παράσταση είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή O.

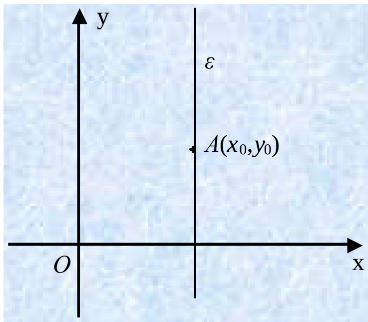
Ειδικότερα για **α=1** και **α=−1** οι ευθείες **y=x** και **y=-x** είναι οι διχοτόμοι των γωνιών των αξόνων.



iii) Οι ευθείες που είναι παράλληλες προς τον άξονα y΄y, δεν είναι γραφικές παραστάσεις συναρτήσεων και δεν εκφράζονται με την μορφή ***f(x)=αx+β***.

Ωστόσο αν έχουμε μία τέτοια ευθεία που να διέρχεται από ένα σημείο $A(x_0,y_0)$ και να είναι παράλληλη στον y΄y έχει εξίσωση $x=x_0$.

(Όλα τα σημεία της έχουν τετμημένη x_0).



xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ***$f(x)=\alpha x^2$, $\alpha\neq0$***

Πεδίο ορισμού: *A=R*

Είναι **άρτια** συνάρτηση και επομένως η γραφ. παράστασή της έχει **άξονα συμμετρίας** τον y΄y.

ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ—ΑΚΡΟΤΑΤΑ

α>0

χ	-∞	0	+∞
f(χ)	↘	f(0)=0:ελάχιστο	↗

α<0

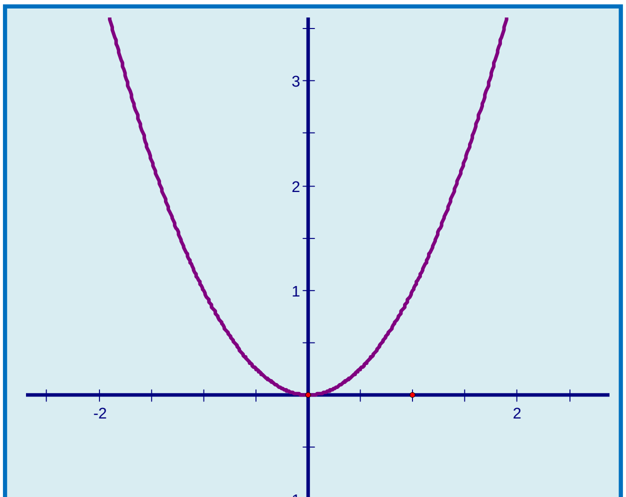
χ	-∞	0	+∞
f(χ)	↗	f(0)=0 μέγιστο	↘

Δηλαδή: αν **α>0** είναι γνησίως φθίνουσα στο (-∞,0] και γνησίως αύξουσα στο [0,+∞) ενώ

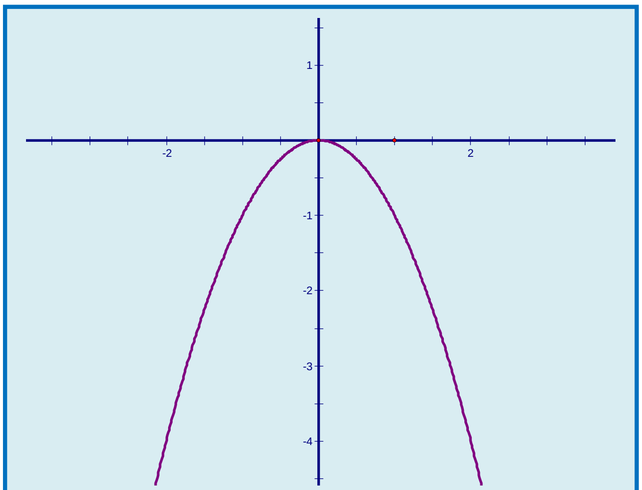
αν α<0 **είναι γνησίως αύξουσα στο (-∞,0] και γνησίως φθίνουσα στο [0,+∞)**

ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ

Η γραφική της παράσταση είναι μία **παραβολή** με άξονα συμμετρίας τον ψ΄ψ και **κορυφή** την αρχή Ο, όπως φαίνεται από τα παρακάτω.



α>0



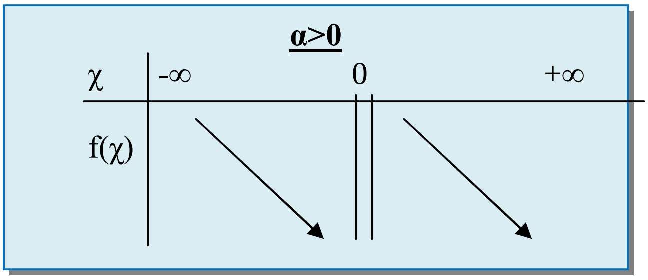
α<0

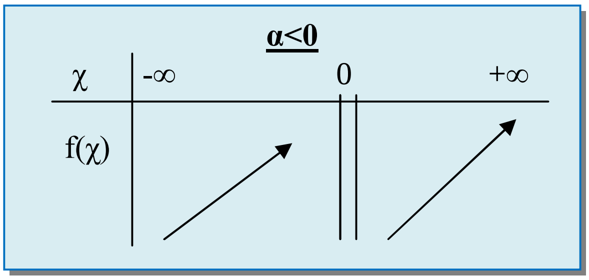
ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $f(x) = \dfrac{\alpha}{\chi}$, $\alpha \neq 0$

Πεδίο ορισμού: $A = R^*$

Είναι **περιττή** συνάρτηση και επομένως η γραφ. παράστασή της έχει **κέντρο συμμετρίας** την αρχή των αξόνων Ο.

ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ - ΑΚΡΟΤΑΤΑ

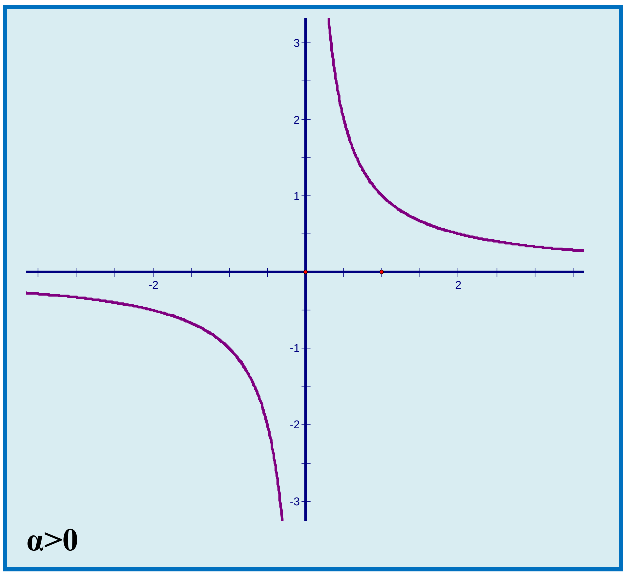


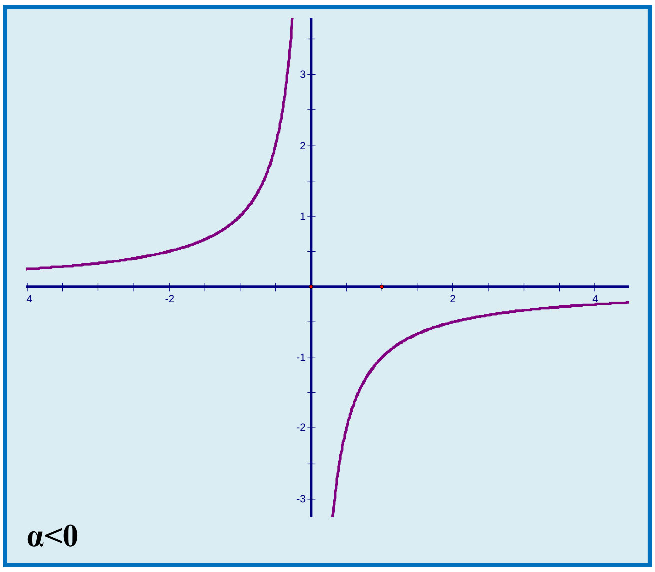


Δηλαδή: αν **α>0** είναι γνησίως φθίνουσα στο (-∞,0) και στο (0,+∞) ενώ
αν **α<0** είναι γνησίως αύξουσα στο (-∞,0) και στο (0,+∞)
Η συνάρτηση αυτή **δεν έχει ακρότατα**.

ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ

Η γραφική της παράσταση είναι μία **υπερβολή** με κέντρο συμμετρίας το Ο και **ασύμπτωτες** τους άξονες χ΄χ και y΄y, όπως φαίνεται από τα παρακάτω.

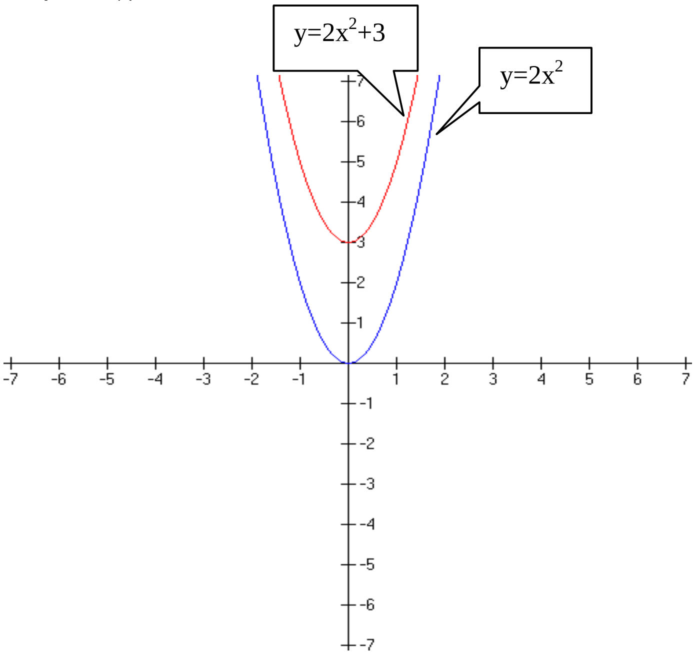




ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ: $f(x)=\alpha x^2+\kappa$, $\alpha\neq 0$.

Κάνουμε την γραφική παράσταση της $\mathbf{y=\alpha x^2}$ και στη συνέχεια μετατόπισή της παράλληλα στον y΄y κατά κ μονάδες (προς τα πάνω αν κ>0 και προς τα κάτω αν κ<0).

Παράδειγμα:

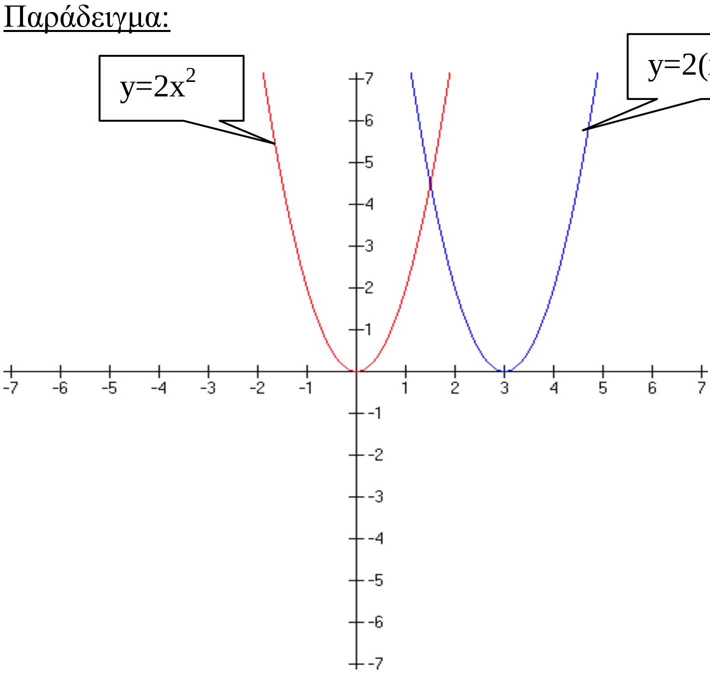


Για να γίνει η γραφ. παράσταση της $y=2x^2+3$, κάνω πρώτα την γραφ. παράσταση της $y=2x^2$ και στην συνέχεια την μετατοπίζω παράλληλα στον y΄y κατά 3 μονάδες προς τα πάνω.

ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ: $f(x)=\alpha(x-\rho)^2$, $\alpha\neq 0$.

Κάνουμε την γραφική παράσταση της $\mathbf{y=\alpha x^2}$ και στη συνέχεια μετατόπισή της παράλληλα στον x΄x κατά ρ μονάδες (προς τα δεξιά αν ρ>0 και προς τα αριστερά αν ρ<0).

Παράδειγμα:

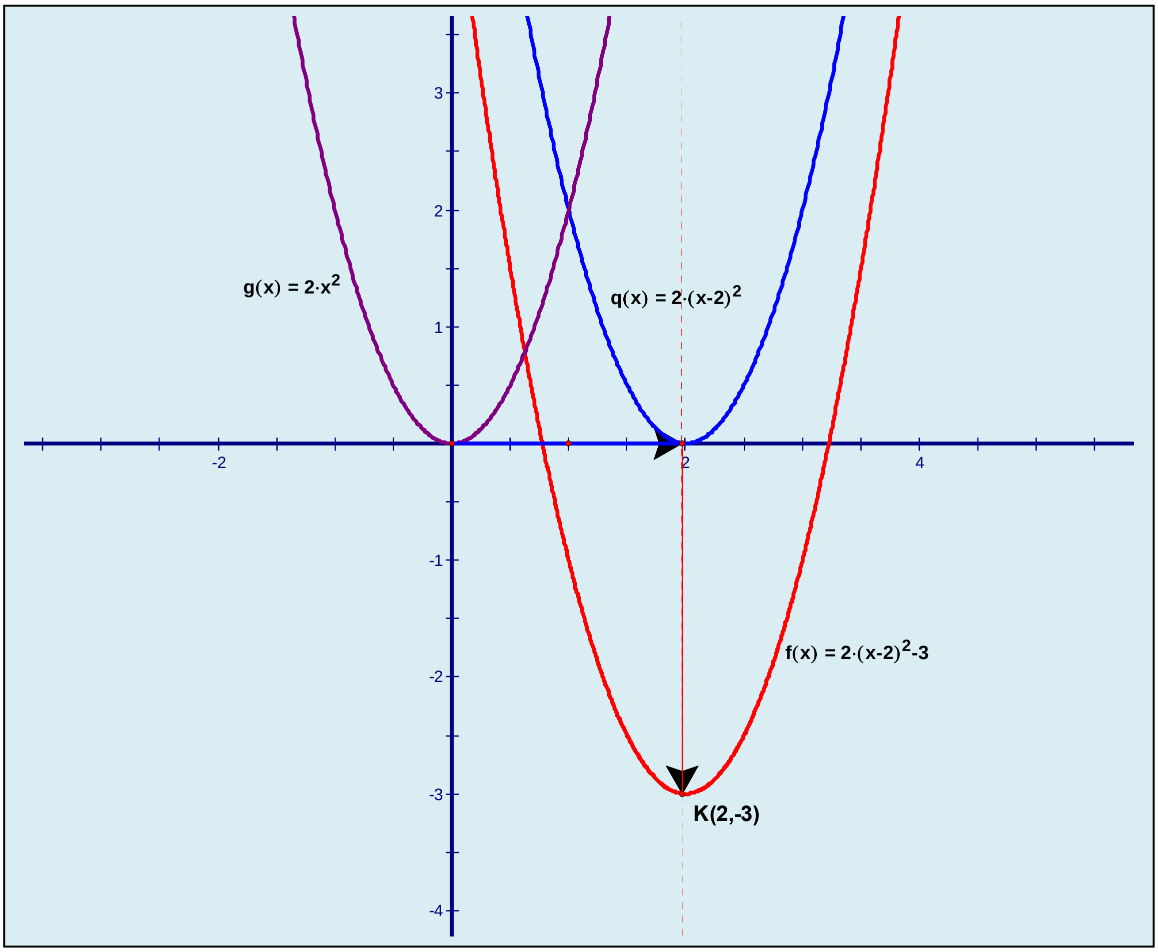


Για να γίνει η γραφ. παράσταση της $y=2(x-3)^2$, κάνω πρώτα την γραφ. παράσταση της $y=2x^2$ και στην συνέχεια την μετατοπίζω παράλληλα στον x΄x κατά 3 μονάδες προς τα δεξιά.

ΜΕΛΕΤΗ ΚΑΙ ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΗΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ:

$f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$, $\alpha \neq 0$.

Η συνάρτηση **$f(x)=2x^2-8x+5$** παίρνει τη μορφή **$f(x)=2(x-2)^2-3$** οπότε η γραφική παράσταση της προκύπτει από τη **$y=2x^2$**, την οποία μετατοπίζουμε αρχικά κατά 2 μονάδες παράλληλα προς τον χ΄χ , ώστε να προκύψει η **$y=2(x-2)^2$** και στη συνέχεια κατά -2 μονάδες παράλληλα στον ψ΄ψ οπότε προκύπτει η παραβολή με κορυφή το σημείο Κ(2,-3) και άξονα συμμετρίας την ευθεία χ=2 όπως φαίνεται στο σχήμα.



Με ανάλογο τρόπο ο τύπος της συνάρτησης $f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma$, $\alpha\neq 0$ παίρνει τη μορφή $f(x)=a\left(x+\dfrac{\beta}{2\alpha}\right)^2-\dfrac{\Delta}{4\alpha}$, οπότε η συνάρτηση παριστάνεται γραφικά από μια **παραβολή** με **άξονα συμμετρίας** την ευθεία $x=-\dfrac{\beta}{2\alpha}$ και **κορυφή** το σημείο $K\left(-\dfrac{\beta}{2\alpha},-\dfrac{\Delta}{4\alpha}\right)$.

Η παραβολή αυτή τέμνει τον άξονα x΄x στα σημεία του που έχουν τετμημένες τις ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ και τον άξονα y΄y στο σημείο (0,f(0)).

Η μονοτονία καθώς και τα ακρότατά της φαίνονται στους παρακάτω πίνακες και η γραφική της παράσταση γίνεται άμεσα όπως στο παράδειγμα.

$$f(x)=\alpha x^2+\beta x+\gamma\ ,\ \alpha\neq 0.$$

Πεδίο ορισμού: A=R

ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ—ΑΚΡΟΤΑΤΑ

α>0

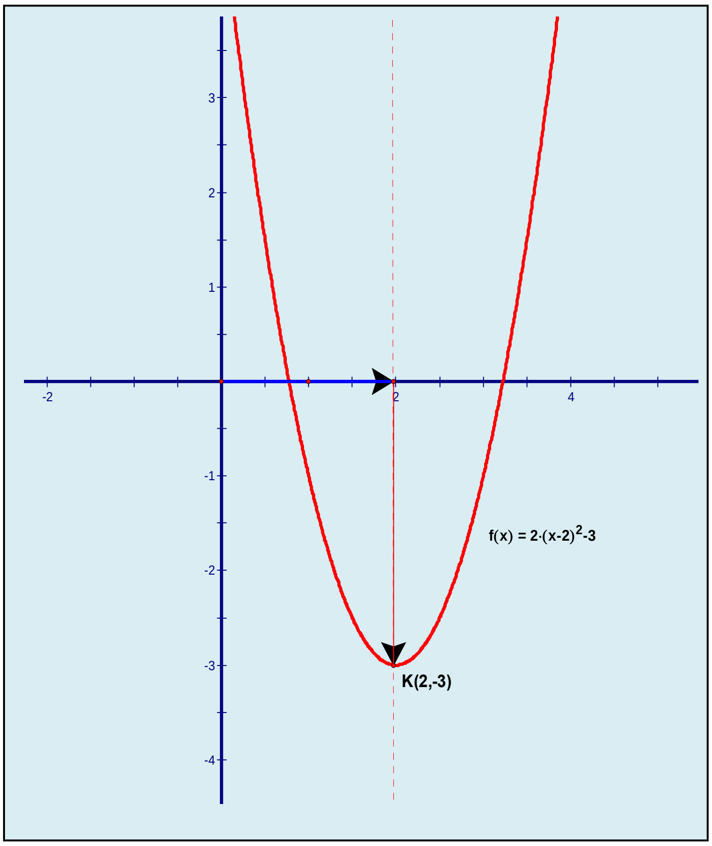
χ	$-\infty$	$-\dfrac{\beta}{2\alpha}$	$+\infty$
f(χ)	↘	$f(\dfrac{-\beta}{2\alpha})=-\dfrac{\Delta}{4\alpha}$ ελάχιστο	↗

α<0

χ	$-\infty$	$-\dfrac{\beta}{2\alpha}$	$+\infty$
f(χ)	↗	$f(\dfrac{-\beta}{2\alpha})=-\dfrac{\Delta}{4\alpha}$ μέγιστο	↘

ΓΡΑΦΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ

Η γραφική της παράσταση είναι μία **παραβολή** με άξονα συμμετρίας την ευθεία x= $-\dfrac{\beta}{2\alpha}$ και **κορυφή** το σημείο $K(-\dfrac{\beta}{2\alpha},-\dfrac{\Delta}{4\alpha})$, όπως φαίνεται από τα παρακάτω. Τέμνει τον άξονα x΄x στα σημεία του που έχουν τετμημένες τις ρίζες της εξίσωσης $\alpha x^2+\beta x+\gamma=0$ και τον άξονα y΄y στο σημείο (0,f(0)).



Παράδειγμα:

Η συνάρτηση $f(x)=2x^2-8x+5$ έχει:
α=2>0
$\dfrac{-\beta}{2\alpha}=2$ και $-\dfrac{\Delta}{4\alpha}=-3$. Επομένως έχουμε τον πίνακα μεταβολών.

α=2>0

χ	$-\infty$	2	$+\infty$
f(χ)	↘	-3 ελάχιστο	↗

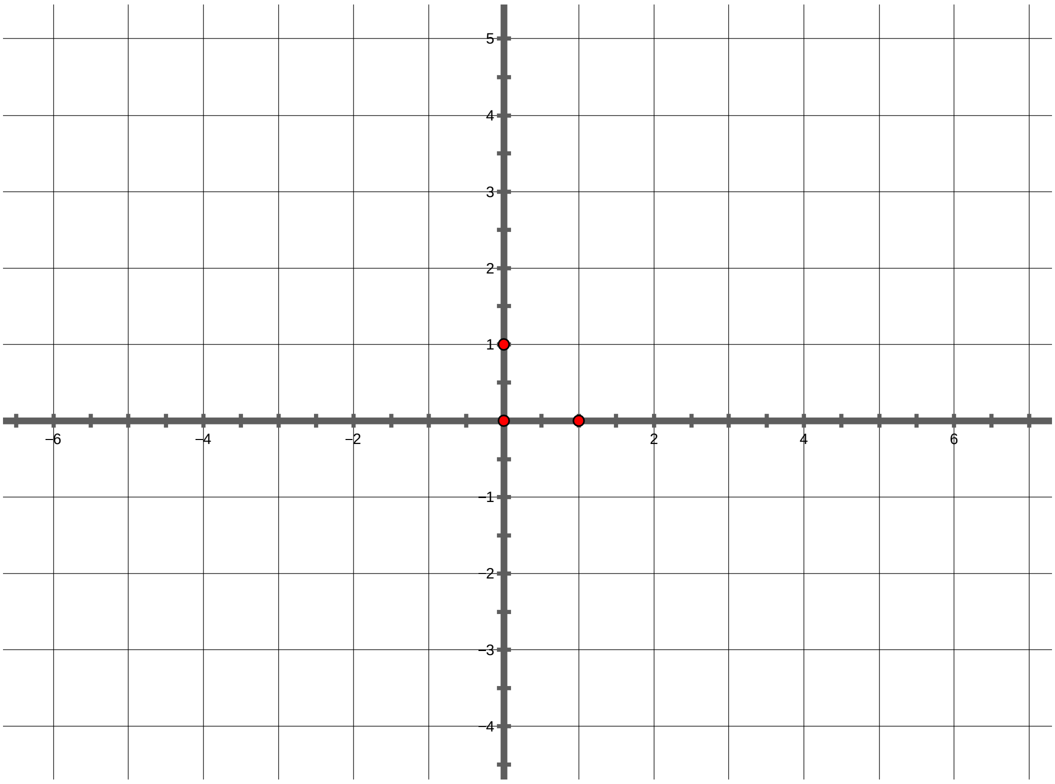
Δηλαδή η συνάρτηση f

- είναι **γνησίως φθίνουσα** στο διάστημα$(-\infty,2]$ και **γνησίως αύξουσα** στο $[2,+\infty)$.
- για x=2 παρουσιάζει **ελάχιστο** το f(2)=-3
- έχει **κορυφή** το σημείο K(2,-3) και **άξονα συμμετρίας** την ευθεία x=2.

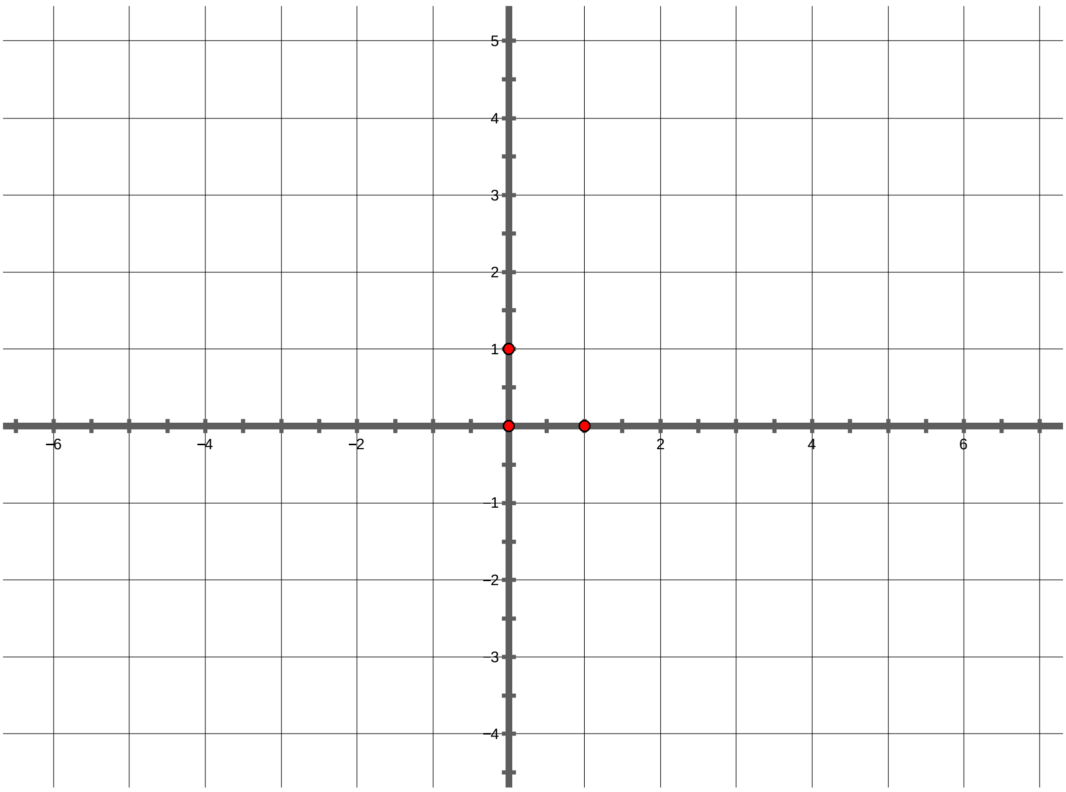
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

α) $y = 3\,x^2$ και $y = -3\,x^2$ στο ίδιο σύστημα αξόνων.

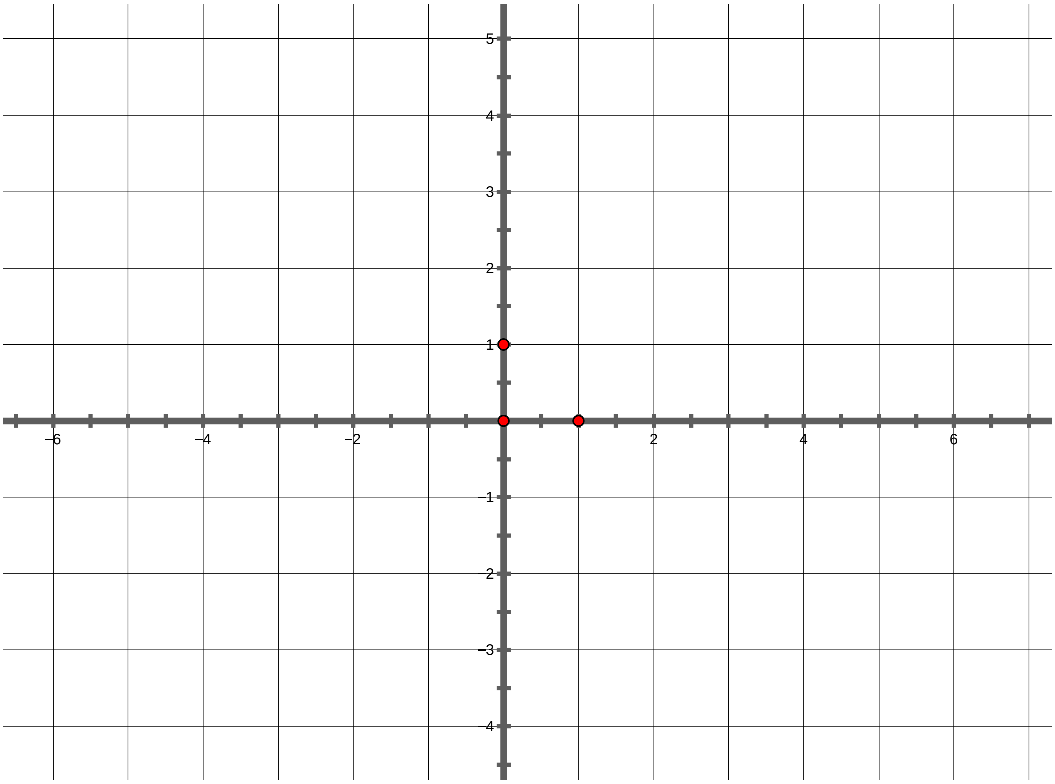


β) $y = 3\,x^2$ και $y = {}^1/_3\,x^2$ στο ίδιο σύστημα αξόνων.

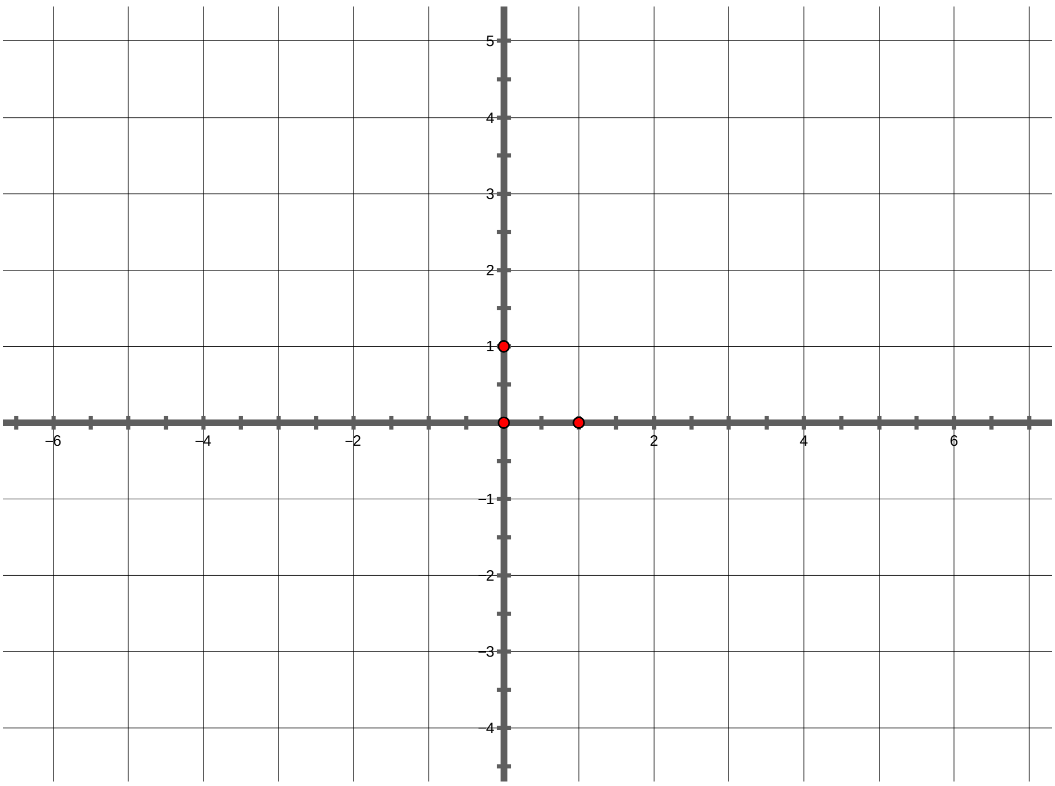


2) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

α) $y = 3x^2-2$ και $y= 3(x-2)^2$ στο ίδιο σύστημα αξόνων.



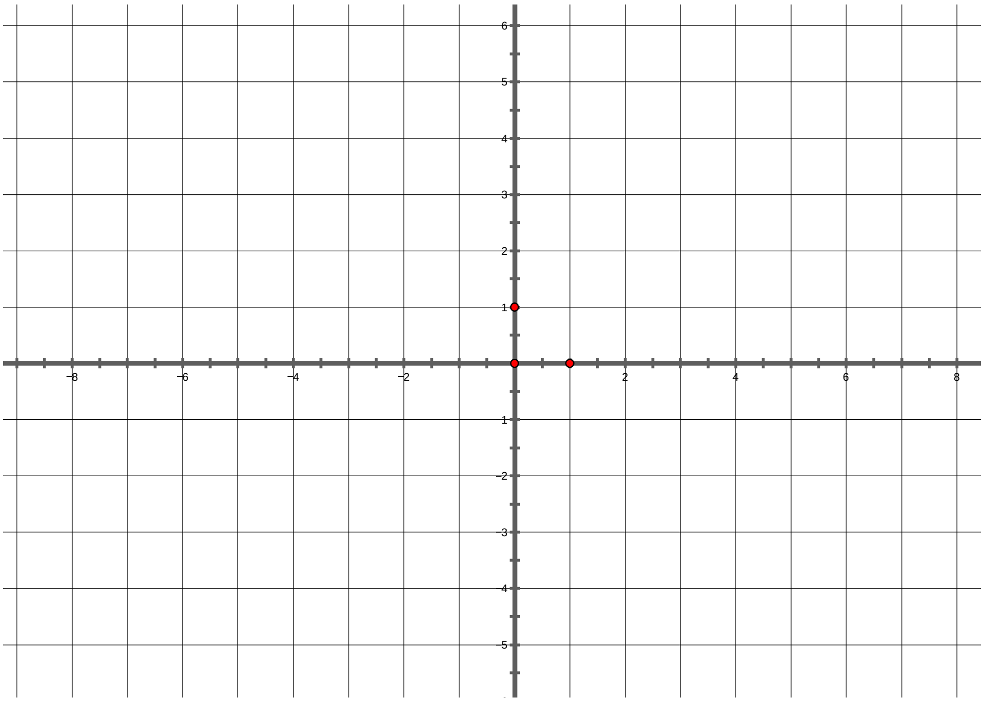
β) $y = -3x^2+2$ και $y= -3(x+2)^2$ στο ίδιο σύστημα αξόνων.



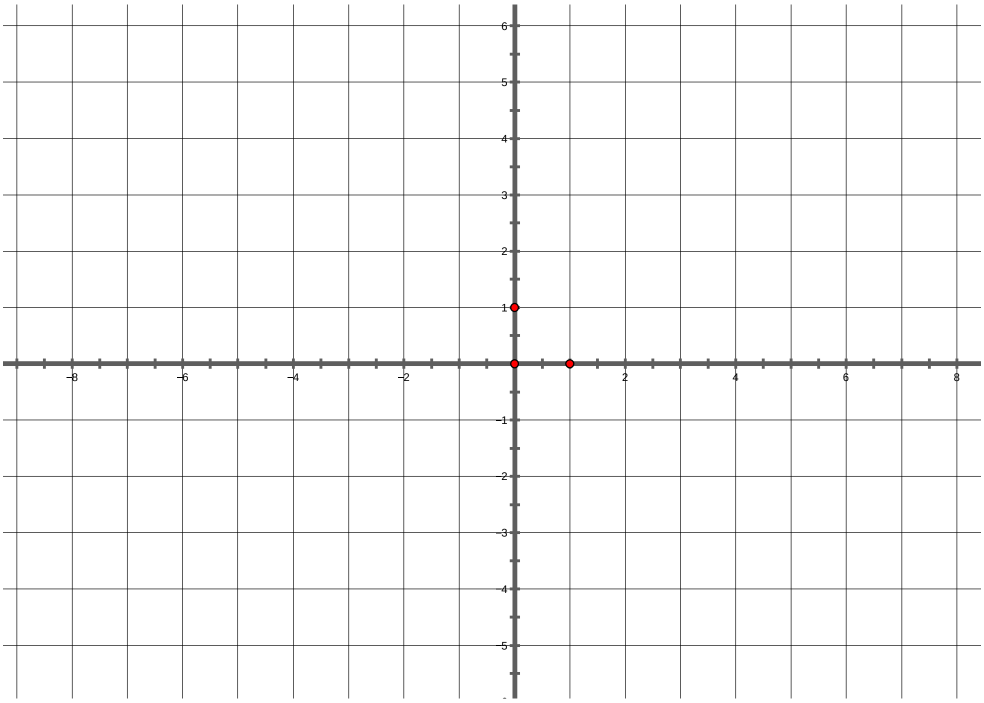
---

3) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

α) f(x)= $\begin{cases} 2x-3, & x \le 1 \\ 2x^2, & x > 1 \end{cases}$



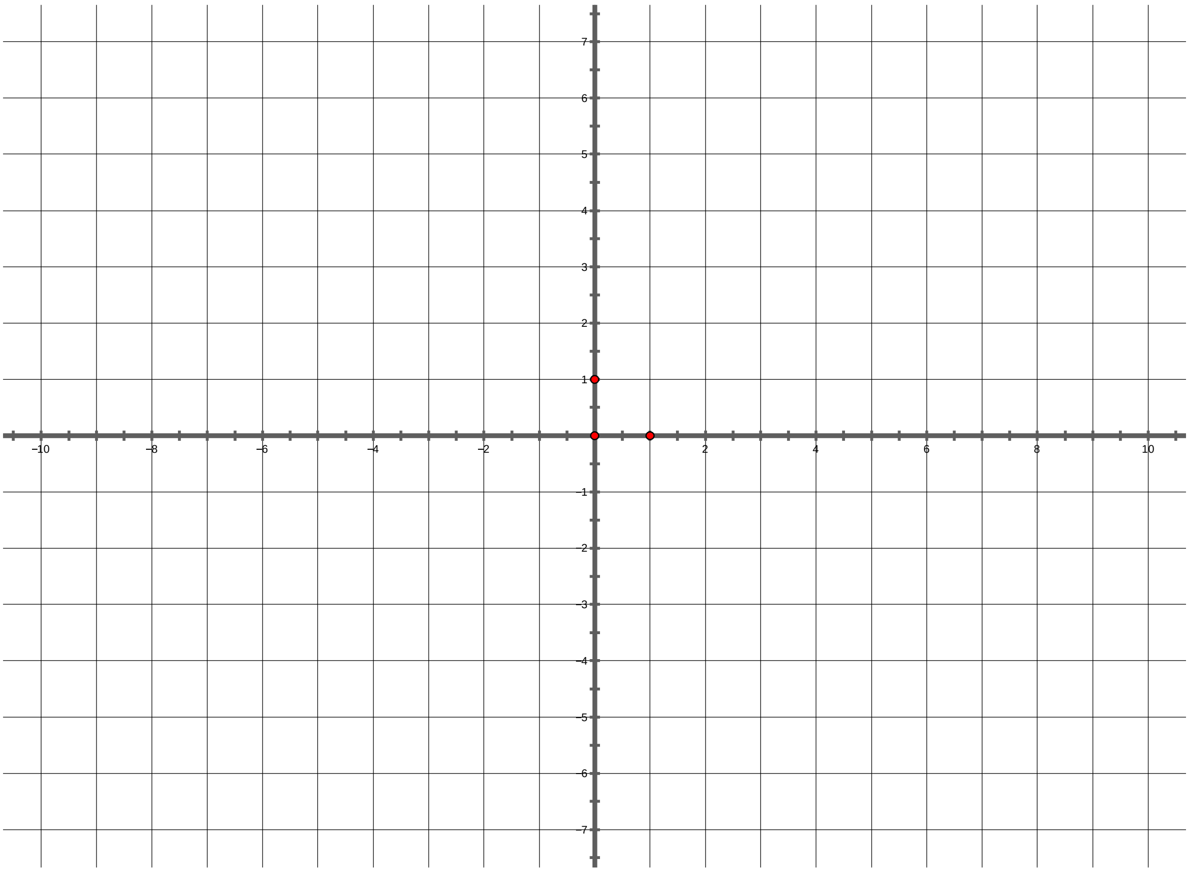
β) g(x)= $\begin{cases} 3x+5, & x \le -2 \\ -2, & -2 < x \le 1 \\ -\frac{2}{x}, & x > 1 \end{cases}$



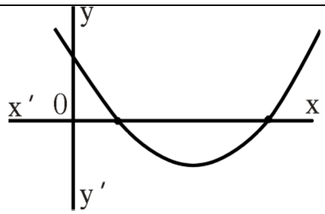
----

4) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

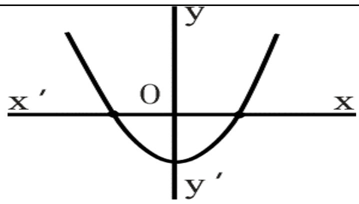
i) $f(x)=x^2-3x+2$ ii) $g(x)= -2x^2-12x-20$.



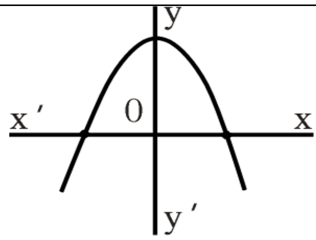
5) Οι παρακάτω γραφικές παραστάσεις αντιπροσωπεύουν συναρτήσεις γενικής μορφής $y = \alpha x^2 + \beta x + \gamma,\ \alpha \neq 0$. Συμπληρώστε το πρόσημο του Δ και του α στον πίνακα.



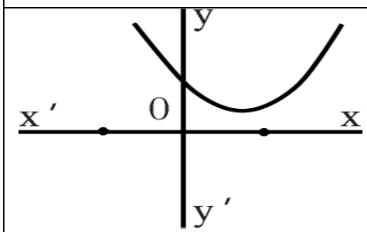
A.



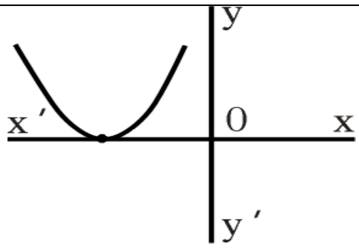
B



Γ



Δ



E

	Δ	α
A		
B		
Γ		
Δ		
E		

6) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

i) $f(x)=x^2-3x+2$ ii) $g(x)=2x^2-4x+2$ iii) $h(x) =3x^2-3x+2$.

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx