

ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 22 ΜΑΪΟΥ 2007
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1ο

A. Να αποδειχθεί ότι για δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει

$$P(A-B) = P(A) - P(A \cap B).$$
 Μονάδες 8

B. α. Πότε μια συνάρτηση f λέμε ότι είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 4

β. Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων, όταν ο n είναι άρτιος αριθμός.

Μονάδες 3

Γ1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Στην περίπτωση των ποσοτικών μεταβλητών, οι αθροιστικές σχετικές συχνότητες F_i εκφράζουν το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες της τιμής x_i .

Μονάδες 2

β. Αν f, g είναι δύο παραγωγίσιμες συναρτήσεις, τότε για την παράγωγο της σύνθετης συνάρτησης ισχύει:

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$
 Μονάδες 2

γ. Αν για μια συνάρτηση f ισχύουν $f'(x_0)=0$ για $x_0 \in (a, \beta)$, $f'(x) > 0$ στο (a, x_0) και $f'(x) < 0$ στο (x_0, β) , τότε η f παρουσιάζει στο διάστημα (a, β) για $x = x_0$ ελάχιστο.

Μονάδες 2

Γ2. Να γράψετε στο τετράδιό σας τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων:

$$f_1(x) = x^v, \text{ όπου } v \text{ φυσικός}$$

$$f_2(x) = \ln x, \text{ όπου } x > 0$$

$$f_3(x) = \sqrt{x}, \text{ όπου } x > 0$$

$$f_4(x) = \sin x, \text{ όπου } x \text{ πραγματικός.}$$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = xe^x + 3$, όπου x πραγματικός αριθμός.

α. Να αποδείξετε ότι $f'(x) = f(x) + e^x - 3$

Μονάδες 10

β. Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - e^x}{x^2 - x}$.

Μονάδες 15

ΘΕΜΑ 3ο

Έστω ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ για τον οποίο ισχύει

$$P(-1)=P(0)=P(1)=P(2)=2P(3)=2P(4)=2P(5).$$

Ορίζουμε τα ενδεχόμενα του Ω :

$$A = \{1, 3, x^2 - x - 3\}, \quad B = \{2, x+1, 2x^2 + x - 2, -2x+1\}$$

όπου x ένας πραγματικός αριθμός.

α. Να βρεθούν οι πιθανότητες των απλών ενδεχομένων του Ω , δηλαδή οι $P(-1)$, $P(0)$, $P(1)$, $P(2)$, $P(3)$, $P(4)$, $P(5)$.

Μονάδες 7

β. Να βρεθεί η μοναδική τιμή του x για την οποία ισχύει $A \cap B = \{-1, 3\}$.

Μονάδες 8

γ. Για $x=-1$ να δειχθεί ότι:

$$P(A) = \frac{5}{11}, \quad P(B) = \frac{7}{11}, \quad P(A \cap B) = \frac{3}{11}$$

και στη συνέχεια να υπολογιστούν οι πιθανότητες $P(A-B)$ και $P(A \cup B')$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Θεωρούμε δύο δείγματα A και B με παρατηρήσεις:

Δείγμα A : 12, 18, t_3 , t_4 , ..., t_{25}

Δείγμα B : 16, 14, t_3 , t_4 , ..., t_{25} .

Δίνεται ότι $t_3 + t_4 + \dots + t_{25} = 345$.

α. Να αποδείξετε ότι οι μέσες τιμές \bar{X}_A και \bar{X}_B των δύο δειγμάτων A και B αντίστοιχα είναι $\bar{X}_A = \bar{X}_B = 15$.

Μονάδες 7

β. Αν S_A^2 είναι η διακύμανση του δείγματος A και S_B^2 είναι η διακύμανση του δείγματος B , να αποδείξετε ότι $S_A^2 - S_B^2 = \frac{16}{25}$.

Μονάδες 8

γ. Αν ο συντελεστής μεταβολής του δείγματος A είναι ίσος με $CVA = \frac{1}{15}$, να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής CVB του δείγματος B .

Μονάδες 10