

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤ. ΜΑΘΗΜΑ : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

ΘΕΜΑ 1

- A.** Δίνεται η συνάρτηση $F(x)=f(x)+g(x)$. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες, να αποδείξετε ότι: $F'(x)=f'(x)+g'(x)$. **Μονάδες 9**
- B.** **α)** Τι ονομάζεται **Σχετική συχνότητα** f_i της τιμής x_i , μιας μεταβλητής X ;
 Ποιες ιδιότητες ισχύουν για αυτήν;
β) Τι λέει ο **Νόμος των μεγάλων αριθμών**; **Μονάδες 6**
- Γ1.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α)** Η παράγωγος μιας παραγωγίσιμης συνάρτησης f σ' ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της $y = f(x)$, ως προς x , όταν $x = x_0$. **Μονάδες 2**
- β)** Αν x_1, x_2, \dots, x_k είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n , $k \leq n$, τότε για τις σχετικές συχνότητες f_1, f_2, \dots, f_k ισχύει $f_1 + f_2 + \dots + f_k = k$. **Μονάδες 2**
- γ)** Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μόνο ποιοτικών δεδομένων. **Μονάδες 2**
- δ)** Στην ομοιόμορφη κατανομή η τυπική απόκλιση είναι 0. **Μονάδες 2**
- ε)** Αν A είναι ενδεχόμενο ενός πειράματος τύχης και $P(A)=0$ τότε $A=\emptyset$. **Μονάδες 2**

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται ο πίνακας συχνοτήτων μιας μεταβλητής X στο οποίο η μέση τιμή του δείγματός είναι $\bar{x} = 2$

x_i	v_i
0	6
1	κ
2	6
3	6
4	8

- α)** Δείξτε ότι $\kappa=10$. **Μονάδες 7**
- β)** Να βρείτε τον συντελεστή μεταβλητότητας. **Μονάδες 10**
- γ)** Να βρείτε την ελάχιστη τιμή c κατά την οποία πρέπει να αυξηθούν οι παρατηρήσεις ώστε το δείγμα να γίνει ομοιογενές. **Μονάδες 8**

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται ο δειγματικός χώρος $\Omega = \{0, k, 2, 3, 4\}$ και οι πιθανότητες $P(\omega) = \frac{2\omega + 1}{25}$, $\omega \in \Omega$.

α) Να δείξετε ότι $k=1$ και βρεθεί η πιθανότητα του ενδεχομένου $A = \{\omega \in \Omega / \omega: \text{άρτιος}\}$.

Μονάδες 9

β) Αν $L = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3\sqrt{x^2 + 5} - 9}{x - 2}$, να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου $B = \{\omega \in \Omega / \omega \leq L\}$.

Μονάδες 8

γ) Αν s είναι η τυπική απόκλιση μεταβλητής X με παρατηρήσεις τα στοιχεία του Ω , να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου $\Gamma = \{\omega \in \Omega / \omega > s\}$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 4

Έστω μία συνεχής συνάρτηση $f(x) = (P(\omega_1) - x)^2 + (P(\omega_2) - x)^2 + \dots + (P(\omega_6) - x)^2$ με $x \in \mathbb{R}$, όπου $P(\omega_1), P(\omega_2), \dots, P(\omega_6)$ είναι οι πιθανότητες των ενδεχομένων του δειγματικού χώρου $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_6\}$.

α) Να αποδείξετε ότι η μέση τιμή (\bar{x}) των $P(\omega_1), P(\omega_2), \dots, P(\omega_6)$ είναι $\bar{x} = \frac{1}{6}$.

Μονάδες 8

β) Να αποδείξετε ότι η f παρουσιάζει ελάχιστο.

Μονάδες 5

γ) Να αποδείξετε ότι $f(x) \geq 6s^2$ όπου s είναι η τυπική απόκλιση των τιμών $P(\omega_1), P(\omega_2), \dots, P(\omega_6)$.

Μονάδες 5

δ) Αν $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ είναι ο δειγματικός χώρος που προκύπτει από την ρίψη ενός αμερόληπτου ζαριού να βρεθεί η εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο της $A\left(\frac{1}{3}, f\left(\frac{1}{3}\right)\right)$.

Μονάδες 7

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ