Ιδιότητες Δυνάμεων

Η δύναμη α^ν, με βάση τον πραγματικό αριθμό α και εκθέτη το φυσικό ν>1, είναι το γινόμενο που αποτελείται από ν παράγοντες ίσους με α. Δηλαδή: $\alpha^\nu=\underbrace{\alpha\cdot\ldots\cdot\alpha}_{\nu}$.

* Μαθαίνουμε καλά τις ακόλουθες ιδιότητες έχοντας κατά νου ότι οι αριθμοί είναι έτσι διαλεγμένοι ώστε τα πάντα (κλάσματα κ.λπ.) να ορίζονται.

1. $\alpha^1=\alpha$

2. $\alpha^0=1,\ \alpha\neq 0$

3. $\alpha^\kappa\cdot\alpha^\lambda=\alpha^{\kappa+\lambda}$

4. $\alpha^\nu:\alpha^\mu=\dfrac{\alpha^\nu}{\alpha^\mu}=\alpha^{\nu-\mu}$

5. $\alpha^\kappa\cdot\beta^\kappa=(\alpha\beta)^\kappa$

6. $\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^\kappa=\dfrac{\alpha^\kappa}{\beta^\kappa}$

7. $(\alpha^\kappa)^\lambda=\alpha^{\kappa\cdot\lambda}$

8. $\alpha^{-\kappa}=\dfrac{1}{\alpha^\kappa}$ και $\left(\dfrac{\alpha}{\beta}\right)^{-\kappa}=\left(\dfrac{\beta}{\alpha}\right)^\kappa$

9. $(-\alpha)^\kappa=\alpha^\kappa$ αν κ είναι άρτιος (δηλαδή πολλαπλάσιο του δύο)

10. $(-\alpha)^\kappa=-\alpha^\kappa$ αν κ περιττός (δηλαδή όχι άρτιος)

Ασκήσεις

1. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $4^0=$ **γ.** $(-\sqrt{2})^0=$ **ε.** $\left(\dfrac{-5}{3}\right)^0=$

β. $5^1=$ **δ.** $-6^0\cdot 7^0=$ **στ.** $\dfrac{3^0}{-1^0}=$

[Απ. **α.** 1 **β.** 5 **γ.** 1 **δ.** -1 **ε.** 1 **στ.** -1]

! Για να είναι το “πλην” που βρίσκεται μπροστά από έναν αριθμό, υψωμένο στη δύναμη που είναι υψωμένος κι ο αριθμός, θα πρέπει να βρίσκεται μέσα στην ίδια παρένθεση με τον αριθμό, κάτω από τη δύναμη.

Παράδειγμα: $(-3)^2=9$ ενώ $-3^2=-9$. Αυτό συμβαίνει γιατί, $(-3)^2=(-3)\cdot(-3)=+9$ ενώ στη δεύτερη περίπτωση, ακολουθούμε τη σειρά προτεραιότητας των πράξεων και αναπτύσσουμε πρώτα τη δύναμη, δηλαδή, $-3^2=-3\cdot 3=-9$.

2. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $3 \cdot 3^2=$ **γ.** $(-2)^3(-2)^2=$ **ε.** $-5 \cdot 5^2 \cdot 5^3=$

β. $4^2 \cdot 4^3=$ **δ.** $2^4(-2)^2 =$ **στ.** $-6^4 \cdot (-6)^3=$

[Απ. α. 3^3 **β.** 4^5 **γ.** -32 **δ.** 2^6 **ε.** -5^6 **στ.** 6^7 **]**

3. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $3:3^2=$ **γ.** $(-2)^3:(-2)^2=$ **ε.** $(-5 \cdot 5^2) : 5^3=$

β. $4^5 : 4^3=$ **δ.** $2^4:(-2)^2 =$ **στ.** $-(-6)^4:(-6)^3=$

[Απ. α. 3^{-1} **β.** 4^2 **γ.** -2 **δ.** 2^2 **ε.** -1 **στ.** 6 **]**

4. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $2^2 \cdot 3^2=$ **γ.** $(-2)^2 \cdot 3^2=$ **ε.** $-5^3 \cdot 5^3 \cdot (-5)^3=$

β. $(-2)^3 \cdot (-4)^3=$ **δ.** $-2^3 \cdot 4^3 \cdot (-3)^3=$ **στ.** $(2^4 \cdot 3^4 \cdot 6^3):6^7=$

[Απ. α. 6^2 **β.** 8^3 **γ.** 6^2 **δ.** 24^3 **ε.** 125^3 **στ.** 1 **]**

5. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $10^{10} \cdot 10^{-8}=$ **β.** $[(-2)^2]^2=$ **γ.** $\alpha^4\beta^{-2}\alpha^{-2}\beta^4=$

δ. $17\alpha^3(17\alpha^3)^{-1}=$ **ε.** $(\alpha^2\beta)^{-2}=$ **στ.** $\left(\frac{-4}{3}\right)^5\left(\frac{3}{2}\right)^5 =$

[Απ. α. 10^2 **β.** 16 **γ.** $\alpha^2\beta^2$ **δ.** 1 **ε.** $\frac{1}{\alpha^4\beta^2}$ **στ.** -2^5 **]**

6. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α. $(3x^4)^2 =$ **γ.** $\left(-\frac{2}{3}xy^2\right)^2 =$ **ε.** $\left(-\frac{1}{2}\alpha^2\beta^3\right)^3 : (-5\alpha^3\beta^4)=$

β. $(-2y^2)^3=$ **δ.** $\left(-\frac{1}{2}\alpha^2\beta^3\right)^3 =$ **στ.** $\left(-\frac{2}{3}xy^2\right)^2 : (-3xy)^3=$

[Απ. α. $9x^8$ **β.** $-8y^6$ **γ.** $9^{-1} \cdot 4x^2y^4$ **δ.** $-8^{-1}\alpha^6\beta^9$ **ε.** $40^{-1}\alpha^3\beta^5$ **στ.** $-4 \cdot 3^{-5}x^{-1}y$ **]**

7. Να γράψετε τις παρακάτω παραστάσεις ως μία δύναμη:

α. $9^2 \cdot 3^3=$ **γ.** $(-3)^4 \cdot 3^2=$ **ε.** $((-5)^4)^{-1}:125 =$

β. $(-2)^3 \cdot (-4)^6=$ **δ.** $32^5 : 4^3=$ **στ.** $8^3 : 5^9=$

[Απ. α. 3^7 **β.** -2^{15} **γ.** 3^6 **δ.** 2^{19} **ε.** 5^{-7} **στ.** $\left(\frac{2}{5}\right)^9$ **]**

8. Να κάνετε τις πράξεις:

α. $\frac{(\alpha^{-2}\beta\gamma)^4}{\alpha^{-2}\beta^{-2}} =$ **β.** $\frac{\alpha^3\gamma^2}{\alpha\beta^{-2}} : \frac{\gamma^2}{\beta^4} =$ **γ.** $\frac{3^{\nu-1}2 \quad 3^{1-\nu}}{2^{1-\nu}3 \quad 2^{\nu-1}} =$

δ. $\frac{(\alpha^{-2})^2(\alpha^{-2})^{-3}}{\alpha^2} =$ **ε.** $\left(\frac{x^{-2}y^3z^{-1}}{x^3y^{-1}z^2}\right)^{-2} : \frac{(x^2z^3y)^4}{(y^2)^2} =$

[Απ. α. $\alpha^{-6}\beta^6\gamma^4$ **β.** $\alpha^2\beta^6$ **γ.** $2 \cdot 3^{-1}= \frac{2}{3}$ **δ.** 1 **ε.** $\frac{x^2}{y^8z^6}$ **]**