Θέμα 1ο

Α) Για μια συνάρτηση f: A→R ($A \subseteq R$) με $x_o \in A$ θα λέμε ότι η f είναι συνεχής στο x_o όταν $\lim_{x \to x_o} f(x) = f(x_o)$

Β) **i)** Σ, **ii)** Λ, **iii)** Λ, **iv)** Σ

Γ) **i)** $v_1 + v_2 + \ldots + v_\kappa = v$

ii) $(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

iii) $(lnx)' = 1/x$

Θέμα 2ο

Α) β>1 <==> 7+β>8, και επειδή 7+β>2+α θα είναι t_{max}=7+β.

α>0 <==> 2+α>2 άρα t_{min}=2

R=8 <==> t_{max} - t_{min} = 8 <==> 7+β – 2 = 8 <==> β=3

Β) Για β=3, οι παρατηρήσεις είναι: 8, 2+α, 5, 10, 2, 4

$\bar{x}=6$ <==> $\frac{8+2+\alpha+5+10+2+4}{6}=6$ <==> α + 31 = 36 <==> α=5

Για α=5, β=3 οι παρατηρήσεις είναι: 8, 7, 5, 10, 2, 4 δηλαδή 2, 4, 5, 7, 8, 10

Γ) Άρα η διάμεσος είναι $\delta = \frac{t_3+t_4}{2} = \frac{5+7}{2} = 6$

Δ) Η διακύμανση είναι: $s^2 = \frac{(6-2)^2+(6-4)^2+(6-5)^2+(6-7)^2+(6-8)^2+(6-10)^2}{6} = \frac{16+4+1+1+4+16}{6} =$

$= \frac{42}{6} = 7$

Θέμα 3ο

Α) $\alpha = \lim_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{x-2} = \lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x-1)}{x-2} = \lim_{x\to 2}(x-1) = 2-1 = 1$

$\beta = \lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x})^2-1^2} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{x-1} = \lim_{x\to 1}(\sqrt{x}+1) = \sqrt{1}+1 = 2$

Β) Για α = 1 και β = 2 έχω $f(x) = x^2 - 3x + 2$

i) Άρα $f'(x) = 2x - 3$

ii) Και $f''(x) = 2$

Θέμα 4ο

Έχω $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$

Α) $f'(x) = 3x^2 - 6x$

$f'(x) = 0$ <==> $3x^2 - 6x = 0$ <==> $3x(x-2) = 0$ <==> x = 0, x = 2

x	**-∞**	**0**	**2**	**+∞**
f ΄(x)	+	-	+	
f (x)	↗	↘	↗	

Στα (-∞, 0], [2, +∞) η f είναι γνησίως αύξουσα. Στο [0, 2] η f είναι γνησίως φθίνουσα.

Β) Στο x = 0 η f παρουσιάζει τοπ. μέγιστο το $f(0) = 0^3 - 3\cdot 0^2 + 1 = 1$

Στο x = 2 η f παρουσιάζει τοπ. ελάχιστο το $f(2) = 2^3 - 3\cdot 2^2 + 1 = -3$

Γ) $\int_0^2 f'(x)dx = [f(x)]_0^2 = f(2) - f(0) = -3 - 1 = -4$

Δ) $g(x) = f'(x)$, άρα από τον προηγ. πίνακα $g(x) \le 0$ στο [0, 2], άρα $E = -\int_0^2 g(x)dx = -\int_0^2 f'(x)dx = -(-4) = 4$