

**2010 ΕΠΑΛ (ημερήσια)** Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1} & , x < 1 \\ \sqrt{x+3} + a & , x \geq 1 \end{cases}, \text{ όπου } a \in \mathbb{R}.$$

Γ1. Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  **Μονάδες 7** Γ2. Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

Γ3. Να υπολογίσετε τον πραγματικό αριθμό  $a$ , ώστε η  $f$  να είναι συνεχής στο  $X_0=1$ .

Γ4. Για  $a = -3$ , να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $A = 3f(0) + 2f(6)$ .

**Μονάδες 7**

**Μονάδες 5**

**Μονάδες 6**

**2010 ΕΠΑΛ (εσπερινά)** Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} ax - 4 & , x \leq 3 \\ \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x} & , x > 3 \end{cases}$$

Γ1. Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$  **Μονάδες 5**

Γ2. Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$

**Μονάδες 12**

Γ3. Να βρείτε για ποια τιμή του  $a \in \mathbb{R}$  η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0 = 3$ .

**Μονάδες 8**

**2010 ΓΕΝΙΚΑ (ημερήσια)** Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = 2\sqrt{x^2 - x + 1} - 1, x \in \mathbb{R}$$

Β1. Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1}$

**Μονάδες 10**

**2010 ΓΕΝΙΚΑ (εσπερινά)** Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 + ax^2 - 9x + \beta$ , όπου  $a, \beta$  πραγματικοί αριθμοί.

Γ2. Για  $a = \beta = 3$ , να βρείτε το όριο  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f'(x) + 9}{x^2 - 4}$

**Μονάδες 5**

**2010 ΤΕΕ (ημερήσια)** Δίνεται η συνάρτηση  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \ln x + 3x - \lambda & , 0 < x < 1 \\ \mu^2 + 1 & , x = 1 \\ \frac{x - x^2}{1 - \sqrt{x}} & , x > 1 \end{cases} \text{ όπου } \lambda, \mu \in \mathbb{R}$$

Β1. Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  **Μονάδες 5**

Β2. Να βρείτε το  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

**Μονάδες 10**

Β3. Να βρεθεί η τιμή του  $\lambda$  ώστε να υπάρχει το  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

**Μονάδες 4**

Β4. Για  $\lambda = 1$  να βρεθεί για ποιες τιμές του  $\mu \in \mathbb{R}$  η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0 = 1$

**Μονάδες 6**

**2010 ΤΕΕ (εσπερινά)** Δίνονται οι συναρτήσεις

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{2 - x}, x \neq 2 \text{ και } g(x) = 6 - \sqrt{x + 2}, x \geq -2$$

Να υπολογίσετε: Β1.  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  **Μονάδες 7**

Β2.  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$

**Μονάδες 5**

Εάν  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -4$  και  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 4$ , να αποδείξετε ότι

Β3.  $\lim_{x \rightarrow 2} (g(x) + 8x) = 20$  **Μονάδες 6** και

Β4.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} g(x)$

**Μονάδες 7**