ΟΝΟΜΑ: ΤΜΗΜΑ:

1. Για κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις επιλέξτε Σ για σωστό ή Λ για λάθος. **(5x5 = 25 μ.)**

α. Αν η συνάρτηση f είναι πολυωνυμική ν βαθμού, τότε η συνάρτηση f ΄ είναι πολυωνυμική ν - 1 βαθμού. **Σ** Λ

β. Αν μια συνάρτηση f δεν είναι παραγωγίσιμη στο x_o, τότε δεν μπορεί να είναι συνεχής στο σημείο αυτό. Σ **Λ**

γ. Αν για την παραγωγίσιμη συνάρτηση f στο R ισχύει f (x) > 0 για κάθε x ∊ R, τότε $\left(\sqrt{f(x)}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{f(x)}}$. Σ **Λ**

δ. Αν $f(x) = \dfrac{1}{g(x)}$, τότε $f'(x) = \dfrac{1}{g'(x)}$. Σ **Λ**

ε. Για κάθε συνάρτηση f ορισμένη και παραγωγίσιμη στο R ισχύει: $[f(-x)]' = f'(-x)$. Σ **Λ**

2. Αντιστοιχίστε κάθε τύπο συνάρτησης που είναι στη στήλη Α με τον τύπο της πρώτης παραγώγου της που είναι στη στήλη Β συμπληρώνοντας τον δεξιό πίνακα. **(5x5 = 25 μ.)**

Στήλη Α *f (x)*	**Στήλη Β** *f ΄(x)*
	0
βx + α	α
	β
$αx^2 + β$	αx + β
	2αx
$βx^2$	2βx + γ
	2βx
$αx^2 – βx$	2αx - β
	2αx + β
$βx^2 + αx - γ$	2βx + α
	2α + βx

Στήλη Α | *f (x)*	**Στήλη Β** | *f ΄(x)*
βx + α	**β**
$αx^2 + β$	**2αx**
$βx^2$	**2βx**
$αx^2 – βx$	**2αx - β**
$βx^2 + αx - γ$	**2βx + α**

3. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ με $f(x)= x^3 + αx^2 - 3x + β$ με $α, β \in \mathbb{R}$.

α) Να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης f. **(5 μ.)** β)Αν f ΄(1)=0 και f(0)=1, να βρείτε τα α και β. **(10 μ.)**

γ)Για τις τιμές των α και β που βρήκατε στο ερώτημα (β), να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία. **(10 μ.)**

α) $f'(x)=3x^2+2αx – 3$ β) $f'(1)=0 \iff 3\cdot1^2+2α\cdot1 – 3 = 0 \iff α = 0$.

$f(0)=1 \iff 0^3 + α\cdot0^2 - 3\cdot0 + β = 1 \iff β = 1$.

γ) Άρα $f(x)= x^3 - 3x + 1$ και $f'(x)=3x^2– 3$. Είναι $f'(x)=0 \iff 3x^2– 3 = 0 \iff x = ±1$

x	**-∞**	**-1**	**1**	**+∞**
f ΄(x)	**+**		**-**	**+**
f (x)	↗		↘	↗

Στα (-∞, -1], [1, +∞) η f είναι γνησίως αύξουσα. Στο [-1, 1] η f είναι γνησίως φθίνουσα.

4. α) Να βρεθεί το: $(2x - x\ln x)'$ **(10 μ.)**

β) Να βρεθεί το εμβαδόν που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των $f(x) = \ln x$, με x>0, $g(x) = 1$ και την ευθεία $x = 1$. **(15 μ.)**

α) $(2x - x\ln x)'= 2(x)' - [(x)'\ln x + x(\ln x)'] = 2\cdot1 – [1\cdot\ln x + x\cdot(1/x)] = 2 – \ln x – 1 = 1 – \ln x$.

β) Έστω $h(x) = f(x) – g(x) = \ln x – 1$. Είναι $h(x) = 0 \iff \ln x – 1 = 0 \iff \ln x = 1 \iff x = e$.

x	**0**	**e**	**+∞**
h(x)	**-**		**+**

Οπότε $E = -\int_1^e h(x)dx = -\int_1^e (\ln x - 1)dx = \int_1^e (1 - \ln x)dx = \left[\mathbf{2x - x\ln x}\right]_1^e =$

$= (2e – e\cdot\ln e) – (2\cdot1 – 1\cdot\ln 1) = 2e – e\cdot1 – 2 + 1\cdot0 = e – 2$.