

1. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, με $f(x) = \lambda x^3 - x$ όπου λ πραγματικός αριθμός, για την οποία ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$.

α. Να βρείτε την τιμή του λ .

β. Για την τιμή του λ που βρήκατε, να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης f .

$$2. \quad \text{Δίνεται η συνάρτηση } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 6x - 7}{x - 1}, & \text{αν } x \neq 1 \\ \lambda - 2, & \text{αν } x = 1 \end{cases}$$

όπου $x \in \mathbb{R}$.

α) Να βρείτε το $f(0)$ και το $f(2)$.

β) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 6x - 7}{x - 1}$

γ) Να βρείτε το λ , ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο $x_0 = 1$.

3. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = -1$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = 3$, να βρείτε τα όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - g(x)}{(h(x))^2} =$

β) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3f(x) - 3[g(x)]^2}{g(x) + 2f(x)} =$

2009 ΕΠΑΛ (ημερήσια)

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = x^3 + 4x + 2ae^x$, όπου $a = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$

Να υπολογίσετε την τιμή του πραγματικού αριθμού a .

2009 ΓΕΝΙΚΑ (ημερήσια)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 6x^2 + ax - 7$, όπου a πραγματικός αριθμός, για την οποία ισχύει

$$2f''(x) + f'(x) + 15 = 3x^2, x \in \mathbb{R}$$

α. Να δείξετε ότι $a = 9$

β. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1}$

2010 ΓΕΝΙΚΑ (ημερήσια) Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = 2\sqrt{x^2 - x + 1} - 1, x \in \mathbb{R}$$

β1. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1}$

2010 ΓΕΝΙΚΑ (εσπερινά) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + ax^2 - 9x + \beta$, όπου a, β πραγματικοί αριθμοί.

Γ2. Για $a = \beta = 3$, να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f'(x) + 9}{x^2 - 4}$

2010 ΤΕΕ (εσπερινά) Δίνονται οι συναρτήσεις

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{2 - x}, x \neq 2 \quad \text{και} \quad g(x) = 6 - \sqrt{x + 2}, x \geq -2$$

Να υπολογίσετε: **B1.** $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ **Μονάδες 7**

B2. $\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$

Εάν $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -4$ και $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 4$, να αποδείξετε ότι

B3. $\lim_{x \rightarrow 2} (g(x) + 8x) = 20$ **Μονάδες 6** και

B4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} g(x)$