

1. Οι αποστάσεις (σε km) των 26 κοινοτήτων ενός νομού από το πλησιέστερο νοσοκομείο είναι:

5 10 8 8 13 10 4 2 0 16 5 15 9
6 4 7 5 4 6 7 7 5 8 10 3 9

- α) Να κατασκευάσετε πίνακα: i) Συχνοτήτων. ii) Αθροιστικών συχνοτήτων των αποστάσεων.
β) Πόσες κοινότητες απέχουν από το νοσοκομείο περισσότερο από 10 km;

2. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

x_i	v_i	f_i	N_i	F_i	$f_i \%$	$F_i \%$
1	8	0,40				
2			10			
3	5					
4						90
5					10	
Σύνολο						

3. Να βρεθεί η μέση τιμή, η τυπική απόκλιση και ο συντελεστής μεταβλητότητας των τιμών της μεταβλητής του παρακάτω πίνακα:

x_i	v_i				
0	5				
1	25				
2	45				
3	15				
4	10				

4. Χρησιμοποιώντας τον παρακάτω πίνακα συχνοτήτων που δίνει την κατανομή συχνοτήτων 50 οικογενειών ως προς τον αριθμό των παιδιών τους, να βρεθεί ο αριθμός και το ποσοστό των οικογενειών που έχουν

- α) τουλάχιστον 1 παιδί, β) πάνω από 3 παιδιά, γ) από 3 έως και 5 παιδιά, δ) το πολύ 6 παιδιά, ε) ακριβώς 6 παιδιά.

Αριθμός παιδιών (x_i)	Αριθμός οικογενειών (v_i)
0	5
1	10
2	15
3	8
4	5
5	4
6	3
	50

5. Δίνεται ο πίνακας:

Κλάσεις	Κέντρο κλάσης (x_i)	v_i	$x_i v_i$	$\bar{X} - x_i$	$(\bar{X} - x_i)^2$	$v_i (\bar{X} - x_i)^2$
[4, 6)		7				
[6, 8)		13				
[8, 10)		17				
[10, 12)		19				
[12, 14)		29				
[14, 16)		10				
[16, 18)		5				
	ΣΥΝΟΛΑ	100				

- α) Να συμπληρώσετε τον πίνακα. β) Να υπολογίσετε: i) Τη μέση τιμή. ii) Τη διακύμανση iii) Τη τυπική απόκλιση της κατανομής iv) Το συντελεστή μεταβολής v) Να βρείτε την επικρατούσα τιμή.

6. Τα ύψη 8 αθλητών μιας ομάδας καλαθοσφαίρισης (μπάσκετ μπουλ) είναι (σε cm): 172, 175, 183, 177, 190, 193, 189, 195

- α) Να βρείτε: i) Το μέσο ύψος των αθλητών. ii) Τη διάμεσο των υψών.

β) Επίσης, σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις, να βρείτε:

- i) Το μέσο ύψος των αθλητών. ii) Τη διάμεσο των υψών.

Περίπτωση 1: Φεύγει ο αθλητής με το ύψος 172 cm

Περίπτωση 2: Έρχεται ακόμα ένας αθλητής με ύψος 197 cm

Περίπτωση 3: Φεύγει ο αθλητής με το ύψος 195 cm και έρχεται ένας αθλητής με ύψος 198 cm

7. Η μέση τιμή και η διάμεσος πέντε αριθμών είναι 6. Οι τρεις από αυτούς είναι οι 5, 8, 9. Να βρείτε τους άλλους δύο.

8. Η μέση ηλικία 18 αγοριών και 12 κοριτσιών μιας τάξης είναι 15,4 χρόνια. Εάν η μέση ηλικία των αγοριών είναι 15,8 χρόνια, να βρείτε τη μέση ηλικία των κοριτσιών.

9. Στο μάθημα της Στατιστικής 25 φοιτητές πήραν βαθμούς 7, 8, 9 και 10 σύμφωνα με τον διπλανό πίνακα, με μέση βαθμολογία $\bar{x}=8,4$.

x_i	$f_i \%$
7	α
8	28
9	32
10	β

- α) Να βρεθούν τα α, β .
β) Να βρεθεί η διάμεσος.

10. Η μέση τιμή των $2, \kappa, 5, 2\kappa, \kappa+5, 8$ είναι 6. i) Να βρεθεί ο κ ii) Να βρεθεί η διάμεσος

13. Να βρεθούν τα όρια:

i) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2+x+x^2}-2}{x^2+4x+3}$, ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4-x+x^2}-2}{x}$, iii) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x-8}{2-\sqrt{2x}}$, iv) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5}-2}{x+1}$

15. Να μελετηθούν οι παρακάτω συναρτήσεις ως προς τη μονοτονία και να βρεθούν τα ακρότατα αν υπάρχουν:

α) $f(x)=3x+10$ β) $f(x)=-5x+3$ γ) $f(x)=\ln x$ δ) $f(x)=x^2-2x$ ε) $f(x)=-x^2+6x+1$ ζ) $f(x)=x^3-3x^2$

16. Να βρεθεί το $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε η συνάρτηση $f(x)=x^3-\alpha x^2$ να παρουσιάζει ακρότατο στο $x_0=1$. Στη συνέχεια, να βρεθεί το είδος του ακροτάτου και η τιμή του.

17. Να βρεθούν τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε η συνάρτηση $f(x)=\alpha x^2+\beta x$ να παρουσιάζει ακρότατο στο $x_0=1$ το 1.

18. Να βρεθούν τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε η συνάρτηση $f(x)=\alpha x^3-\beta x^2+2x$ να παρουσιάζει ακρότατα στα $x_1=1$ και $x_2=2$.

19. Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, με $f'(x)=x^2-3x$. α) Να δειχθούν ότι $f'(0)=0$ και $f'(3)=0$. β) Να μελετηθεί η συνάρτηση ως προς τη μονοτονία. γ) Για ποιες τιμές του x η f παρουσιάζει ακρότατα και ποιο είναι το είδος των ακροτάτων; δ) Αν $f(0)=2$, να βρεθεί ο τύπος της συνάρτησης.

20. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x)=x^2+kx+\lambda$, $k, \lambda \in \mathbb{R}$.

Αν η f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x_0=1$ και το σημείο $A(1,0)$ ανήκει στη γραφική της παράσταση,
α. να δείξετε ότι $k=-2$ και $\lambda=1$. β. να υπολογίσετε τη δεύτερη παράγωγο f'' της f .
γ. να δείξετε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει: $f(x)+f'(x)+f''(x)>0$.

23. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, της οποίας η πρώτη παράγωγος έχει τύπο: $f'(x)=3x^2-12x$.

- α) Να δείξετε ότι $f'(0)=0$ και $f'(4)=0$. β) Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.
γ) Να βρείτε την $f''(x)$. δ) Για ποιες τιμές του x η f παρουσιάζει ακρότατα και ποιο είναι το είδος των ακροτάτων;
ε) Αν $f(0)=2008$, να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης f .

24. Η περίμετρος ενός οικοπέδου, σχήματος ορθογωνίου παραλληλογράμμου, είναι 200 μέτρα. Αν το μήκος του είναι x μέτρα:

- α) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του οικοπέδου ως συνάρτηση του x δίνεται από τον τύπο $E(x)=-x^2+100x$.
β) Για ποια τιμή του x το εμβαδόν του οικοπέδου γίνεται μέγιστο;
γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή του εμβαδού του οικοπέδου.

25. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x)=x^3+\alpha x^2-3x+\beta$ με $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

- α) Να υπολογίσετε την παράγωγο της συνάρτησης f . β) Αν $f'(1)=0$ και $f(0)=1$, να βρείτε τα α και β .
γ) Για τις τιμές των α και β που βρήκατε στο ερώτημα (β), να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία.

29. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\alpha x^3-\frac{5}{2}x^2+4x-1$.

- α. Να βρεθεί η παράγωγος της f . β. Αν ισχύει η σχέση $f'(-1)+5f'(3)=0$, να υπολογιστεί η τιμή του α .
γ) Για την τιμή του α που βρήκατε i) να λυθεί η εξίσωση $f'(x)=0$, ii) να βρεθούν τα ακρότατα της f .

37. Έστω $f(x)=x^3+\alpha x^2+\alpha x+\beta$ και $g(x)=\alpha x^2+\beta$, με $\alpha=\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-3}{3x-5}$ και $\beta=\frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-3}$.

- α) Να βρεθούν τα α και β .
β) Για τις τιμές των α και β που βρήκατε να μελετηθούν οι f και g ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα.
γ) Να βρεθεί το εμβαδόν που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των f και g .