

**ΘΕΜΑ Α**

Α1. Η διαφορά της μικρότερης τιμής από την μεγαλύτερη.

Α2. α) Σ β) Σ γ) Λ δ) Λ ε) Σ

Α3. α)  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$  β)  $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$  γ)  $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx = 0$ **ΘΕΜΑ Β**

$$B1. \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 4} = \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{(x-4)(x-3)}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4^-} (x-3) = 4 - 3 = 1$$

$$B2. \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \left( \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} - 3 \right) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \left( \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)} - 3 \right) = \lim_{x \rightarrow 4^+} \left( \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{(\sqrt{x})^2 - 2^2} - 3 \right) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4^+} \left( \frac{(x-4)(\sqrt{x}+2)}{x-4} - 3 \right) = \lim_{x \rightarrow 4^+} ((\sqrt{x}+2) - 3) = ((\sqrt{4}+2) - 3) = 1$$

$$B3. f(4) = \alpha. \text{ Πρέπει: } \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = f(4) \iff 1 = 1 = \alpha \iff \alpha = 1$$

**ΘΕΜΑ Γ**

Γ1.

Ηλικίες [ , )	Μέσο διαστήματος $K_i$	Συχνότητα $v_i$	$K_i v_i$	Αθροιστική Συχνότητα	Σχετική Συχνότητα $f_i$ %
[25,35)	30	7	210	7	17,5
[35,45)	40	12	480	19	30
[45,55)	50	15	750	34	37,5
[55,65)	60	6	360	40	15
Σύνολα		40	1800		100

$$Γ2. \bar{x} = \frac{\sum K_i v_i}{n} = \frac{1800}{40} = 45$$

$$Γ3. 15 + 6 = 21 \text{ εργαζόμενοι}$$

$$Γ4. 17,5\%$$

**ΘΕΜΑ Δ**Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$  με  $x \in \mathbb{R}$ .

$$Δ1. f'(x) = (x^3 - 6x^2 + 9x + 1)' = 3x^2 - 12x + 9$$

$$f'(x) = 0 \iff 3x^2 - 12x + 9 = 0 \iff 3(x^2 - 4x + 3) = 0 \iff x = 1 \text{ ή } x = 3$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f'(x)$		+	-	+
$f(x)$		↗	↘	↗

Η f είναι γ.α στα  $(-\infty, 1]$ ,  $[3, +\infty)$  και γ.φ. στο  $[1, 3]$ 

$$Δ2. \text{ Στο } x = 1 \text{ η } f \text{ παρουσιάζει τ.μ. το } f(1) = 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 + 1 = 1 - 6 + 9 + 1 = 5$$

$$\text{ Στο } x = 3 \text{ η } f \text{ παρουσιάζει τ.ε. το } f(3) = 3^3 - 6 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 + 1 = 27 - 54 + 27 + 1 = 1$$

$$Δ3. I = \int_1^3 f'(x) dx = [f(x)]_1^3 = f(3) - f(1) = 1 - 5 = -4$$

Δ4.  $g(x) = f'(x)$ . Άρα από τον προηγούμενο πίνακα μεταβολής του προσήμου της g θα είναι:

$$E = \int_0^1 g(x) dx - \int_1^3 g(x) dx = \int_0^1 (3x^2 - 12x + 9) dx - \int_1^3 (3x^2 - 12x + 9) dx = [x^3 - 6x^2 + 9x]_0^1 - [x^3 - 6x^2 + 9x]_1^3 =$$

$$= [(1^3 - 6 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1) - (0^3 - 6 \cdot 0^2 + 9 \cdot 0)] - [(3^3 - 6 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3) - (1^3 - 6 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1)] =$$

$$= [(1 - 6 + 9) - 0] - [(27 - 54 + 27) - (1 - 6 + 9)] = 4 + 4 = 8 \text{ τ.μ.}$$