

**ΘΕΜΑ Α**

- A1. Τι ονομάζεται διάμεσος  $\delta$  ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων που έχουν διαταχθεί σε αύξουσα σειρά; **Μονάδες 6**
- A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α) Αν μια συνάρτηση  $f$  δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της, τότε δεν είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$ . **Μονάδες 2**
- β) Το εύρος ως παράμετρος διασποράς εξαρτάται μόνο από τις ακραίες τιμές της μεταβλητής. **Μονάδες 2**
- γ) Έστω συνάρτηση  $f$  συνεχής στο  $[\alpha, \beta]$ . Τότε ισχύει η ακόλουθη ιδιότητα για το ορισμένο ολοκλήρωμα:

$$\int_{\alpha}^{\gamma} f(x)dx + \int_{\beta}^{\gamma} f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx, \text{ με } \alpha < \gamma < \beta.$$

**Μονάδες 2**

δ) Ισχύει ότι:  $(x^a)' = ax^{a-1}$ ,  $a \in \mathbb{R}^*$ ,  $x > 0$

**Μονάδες 2**

ε) Έστω δυο συνεχείς συναρτήσεις  $f, g: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$  με συνεχείς παραγώγους  $f', g'$ . Τότε ισχύει ότι:

$$\int_{\alpha}^{\beta} f'(x)g(x)dx = [f(x)g(x)]_{\alpha}^{\beta} - \int_{\alpha}^{\beta} f(x)g'(x)dx$$

**Μονάδες 2**

A3. Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες:

α)  $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \dots$  με  $\beta > \alpha > 0$

**Μονάδες 3**

β) Έστω συναρτήσεις  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  και  $g: B \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(A) \subseteq B$ . Αν η  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε κάθε  $x \in A$  και η  $g$  παραγωγίσιμη σε κάθε  $f(x) \in B$ , τότε η σύνθεσή τους  $g \circ f: A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι παραγωγίσιμη στο  $A$  και ισχύει ότι:

$$(g \circ f)'(x) = \dots$$

**Μονάδες 3**

γ)  $\int_{\alpha}^{\beta} c dx = \dots$  με  $c$  σταθερά και  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

**Μονάδες 3****ΘΕΜΑ Β**

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι ημερήσιες ώρες διαβάσματος 25 μαθητών μιας τάξης ενός ΕΠΑ. Λ.

Ημερήσιες ώρες διαβάσματος $x_i$	Μαθητές $n_i$	Αθροιστική Συχνότητα $N_i$	Σχετική συχνότητα (%) $f_i\%$	$x_i \cdot n_i$
1	6			
2	5			
3	4			
4	$k$			
5	$2k + 1$			
Σύνολα	$n=25$		100	

B1. Να υπολογίσετε τον αριθμό  $k$

**Μονάδες 4**

B2. Για  $k=3$  να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα.

**Μονάδες 8**

B3. Για  $k=3$  να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  και να βρείτε τη διάμεσο  $\delta$  των παρατηρήσεων.

**Μονάδες 10**

B4. Για  $k=3$  να υπολογίσετε το ποσοστό των μαθητών που διαβάζουν τουλάχιστον 3 ώρες ημερησίως.

**Μονάδες 3****ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:  $f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}, & x > 1 \\ \alpha x^2 + \beta x, & x \leq 1 \end{cases}$   $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

Γ1. Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

**Μονάδες 5**

Γ2. Να υπολογίσετε το  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

**Μονάδες 10**

Γ3. Να υπολογίσετε τα  $\alpha$  και  $\beta$ , ώστε η  $f$  να είναι συνεχής στο  $x_0=1$  και η γραφική παράσταση της  $f$  να διέρχεται από το σημείο  $A(-1,2)$ .

**Μονάδες 10****ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:  $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$

Δ1. Να βρείτε την παράγουσα  $F$  της  $f$ , αν  $F(0)=1$ .

**Μονάδες 5**

Δ2. Αν  $F(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$  να μελετήσετε τη μονοτονία και να βρείτε τα τοπικά ακρότατα της  $F$ .

**Μονάδες 8**

Δ3. Να συγκρίνετε τις τιμές  $F(2011)$  και  $F(2012)$  και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

**Μονάδες 5**

Δ4. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου  $\Omega$  που περικλείεται από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ , τον άξονα  $x'x$  και τις ευθείες με εξισώσεις  $x=0$  και  $x=1$ .

**Μονάδες 7**