

ΘΕΜΑ Α

A1. Έστω συνεχής συνάρτηση $f: [\alpha, \beta] \rightarrow \mathbb{R}$ με παράγουσα συνάρτηση F . Τι ονομάζεται ορισμένο ολοκλήρωμα της συνάρτησης f από το α έως το β ; **(Mov. 6)**

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Εάν η τιμή του συντελεστή μεταβλητότητας είναι κάτω του 10%, ο πληθυσμός του δείγματος θεωρείται ομοιογενής. **(Mov. 2)**

β) Εάν οι συναρτήσεις $f, g: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους, με $g(x) \neq 0$, τότε ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)} \quad \text{--- (Mov. 2)}$$

γ) Εάν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, τότε είναι παραγωγίσιμη στο x_0 . **(Mov. 2)**

δ) Ισχύει ότι: $\int_{\alpha}^{\beta} e^x dx = \frac{e^{\beta+1}}{\beta+1} - \frac{e^{\alpha+1}}{\alpha+1}$ με $\alpha \neq -1$ και $\beta \neq -1$. **(Mov. 2)**

ε) Δίνονται οι συναρτήσεις f, g συνεχείς στο $[\alpha, \beta]$. Αν $f(x) \geq g(x)$ για κάθε $x \in [\alpha, \beta]$, τότε $\int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx \geq \int_{\alpha}^{\beta} g(x) dx$ **(Mov. 2)**

A3. Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) $\int_{\alpha}^{\beta} \eta \mu x dx = \dots$ **(Mov. 3)**

β) Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και C μία σταθερά, τότε: $(C \cdot f)'(x) = \dots$ **(Mov. 3)**

γ) Αν $\alpha \in \mathbb{R}^*$ και $x > 0$, τότε: $(x^{\alpha})' = \dots$ **(Mov. 3)**

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο: $f(x) = \begin{cases} \alpha^2 x + \ln x, & \text{αν } 0 < x \leq 1 \text{ και } \alpha \in \mathbb{R} \\ \frac{x^2 - x}{\sqrt{x+3} - 2}, & \text{αν } x > 1 \end{cases}$

B1. Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ **(Mov. 7)**

B2. Να δείξετε ότι $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 4$ **(Mov. 10)**

B3. Να βρείτε για ποιες τιμές του $\alpha \in \mathbb{R}$ η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $x_0 = 1$. **(Mov. 8)**

ΘΕΜΑ Γ

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι μισθοί των υπαλλήλων μίας εταιρείας (σε εκατοντάδες €):

Μισθός (εκατοντάδες €) X_i	Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) n_i	Σχετική συχνότητα $f_i\%$	$X_i \cdot n_i$
6	25		
10	17		
15	6		
20	2		
Σύνολα	$n = \dots$	100	

G1. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να τον συμπληρώσετε. **(Mov. 5)**

G2. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή \bar{x} των μισθών των υπαλλήλων. **(Mov. 5)**

G3. Τι ποσοστό υπαλλήλων έχουν μισθό το πολύ 1000 €; **(Mov. 7)**

G4. Να υπολογίσετε τη διακύμανση s^2 των μισθών των υπαλλήλων της εταιρείας. **(Mov. 8)**

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (x - 2)^2(x + \alpha)$, $x \in \mathbb{R}$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης f είναι $f'(x) = (x - 2)(3x + 2\alpha - 2)$, $x \in \mathbb{R}$. **(Mov. 5)**

Δ2. Να βρείτε τον αριθμό α , αν η συνάρτηση f παρουσιάζει ακρότατο στο $x_0 = 4$. **(Mov. 5)**

Δ3. Για $\alpha = -5$, να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και τις τιμές των ακροτάτων. **(Mov. 8)**

Δ4. Δίνονται οι συναρτήσεις $g(x) = 3x^2 - 12x$, $x \in \mathbb{R}$ και $h(x) = 6x - 24$, $x \in \mathbb{R}$. Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου Ω , που περικλείεται από τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $g(x)$ και $h(x)$. **(Mov. 7)**