



Μέχρι τώρα χρησιμοποιούσαμε την έκφραση ειδική ευθεία για να δηλώσουμε μια ευθεία που μέσω της κεντρικής προβολής δεν απεικονίζεται πουθενά ή δεν είναι εικόνα κάποιας ευθείας. Από την άλλη για τα θεωρήματα που αποδείξαμε με χρήση κεντρικής προβολής θα έπρεπε κανονικά να δούμε ειδικές περιπτώσεις (όπως παραλληλία ευθειών). Για παράδειγμα το θεώρημα Θεώρημα Desargues ισχύει και όταν οι πλευρές των τριγώνων δεν διέρχονται από το ίδιο σημείο, αλλά είναι παράλληλες κτλ. Έτσι αυξάνεται πολύ ο όγκος της δουλειάς. Για το λόγο αυτό είναι σκόπιμο να επεκτείνουμε τα επίπεδα π και π' ονομάζοντας τις ειδικές ευθείες κατεκδοχήν ευθείες. Μια δέσμη παραλλήλων στο επίπεδο θεωρούμε ότι συντρέχει σε ένα σημείο της κατεκδοχήν ευθείας. Άρα κάθε κανονική ευθεία του επιπέδου έχει ένα κατακδοχήν σημείο. Επιπλέον το σύνολο των κατεκδοχήν σημείων ενός δύο επιπέδου συγκροτούν την κατεκδοχήν ευθεία. Ένα αποτέλεσμα αυτού, είναι διαφορετικές ευθείες να έχουν πάντα ένα κοινό σημείο.

Αυτή η θεώρηση μας απαλλάσσει στα παραδείγματά μας από την εξέταση πολλών περιπτώσεων. Θα έπρεπε όμως να είμαστε σίγουροι ότι με μια τέτοια παραδοχή δεν υπάρχουν αντιφάσεις (συνέπεια). Αυτό φυσικά έχει γίνει και από έναν μικρό αριθμό αξιωμάτων (νομίζω 5, όπου το 4ο και 5ο είναι τα θεωρήματα του Desargues και Πάππου) μπορούμε να κτίσουμε ένα «διαφορετικό» από το ευκλείδειο επίπεδο, το προβολικό. Αυτό φυσικά δεν είναι σκοπός του ιστού γιατί μένουμε μόνο στο πως θα μας βοηθήσει μια τέτοια θεώρηση σε προβλήματα. Για όποιον ενδιαφέρεται ας κοιτάξει ένα πανεπιστημιακό σύγγραμμα προβολικής Γεωμετρίας. Εδώ θα συμπληρώσουμε τις 2 ιδιότητες των κεντρικών προβολών με τις ακόλουθες:

- 3. Μια κεντρική προβολή από επίπεδο π σε π' διατηρεί το διπλό λόγο $[A, B, \Gamma, \Delta]$ τεσσάρων συνευθειακών σημείων όπου $[A, B, \Gamma, \Delta] = (A\Gamma/\Gamma B)/(A\Delta/\Delta B)$ με τα τμήματα που εμφανίζονται στους λόγους να τα θεωρούμε προσανατολισμένα.
- 4. Αν σ κύκλος σε επίπεδο π και O εσωτερικό του σημείο τότε υπάρχει κεντρική προβολή από το π σε κατάλληλο επίπεδο π' που απεικονίζει τον σ σε κύκλο σ' και το O στο κέντρο του σ' , O' .
- 4α. Αν σ κύκλος στο επίπεδο π και λ μια ευθεία που δεν τέμνει τον σ , τότε υπάρχει μια κεντρική προβολή από το π σε κατάλληλο επίπεδο π' που απεικονίζει τον σ σε κύκλο σ' στο π' και την λ στην κατεκδοχήν ευθεία του π' .

. Συνήθως θεωρούμε ότι το π' είναι το ίδιο το π (με κατάλληλη μετατόπιση). Τότε αναφερόμαστε σε προβολικούς μετασχηματισμούς. Μπορεί να αποδειχθεί ότι κάθε προβολικός μετασχηματισμός είναι σύνθεση κεντρικής ή παράλληλης προβολής και ομοιότητας. Ακολουθούν τρία ωραία applets.

- {In: nw: Πρόβλημα 1 κεντρική προβολή B ' Πρόβλημα 1}
- {In: nw: Πρόβλημα 2 κεντρική προβολή B ' Πρόβλημα 2 (Θεώρημα Pascal)}

- {In: nw: Πρόβλημα 3 κεντρική προβολή B ' Πρόβλημα 3 (Θεώρημα Butterfly)}