

# Φ1

## • ΑΣΚΗΣΗ 1η.

Αν οι αριθμοί  $\alpha, \beta$  είναι αντίθετοι και οι  $\gamma, \delta$  είναι αντίστροφοι, να βρείτε την τιμή της παράστασης  $A = \delta - [-\alpha - (\beta + 3)] - \delta(\gamma + 1)$ .

## • ΑΣΚΗΣΗ 2η.

Αν  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι διαδοχικοί ακέραιοι, δείξτε ότι ο αριθμός  $\alpha + 2\beta + 3\gamma + 4$  είναι πολλαπλάσιο του 6.

## • ΑΣΚΗΣΗ 3η.

Αν για τους πραγματικούς αριθμούς  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$  ισχύει  $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ , να

αποδείξετε ότι  $\frac{7\alpha - 13\gamma}{7\beta - 13\delta} = \frac{\alpha}{\beta}$ , όπου  $\beta\delta(7\beta - 13\delta) \neq 0$ .

## • ΑΣΚΗΣΗ 4η.

Δίνεται η παράσταση  $A = \frac{2^7 \cdot x^8 \cdot \psi^{-5}}{2^5 \cdot x^6 \cdot \psi^{-2}}$ , όπου  $x\psi \neq 0$ .

α) Να δείξετε ότι  $A = \frac{4x^2}{\psi^3}$ .

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης  $A$ , όταν  $x = 16$  και  $\psi = 4$

## • ΑΣΚΗΣΗ 5η.

Αν  $v \in \mathbb{Z}$  να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

α)  $A = (-1)^{2v} + (-1)^v \cdot (-1)^{v+1} - (-1)^{4v+2}$

β)  $B = (-1)^v \cdot (-1)^{v+1} \cdot (-1)^{v+3} \cdot (-1)^{3v+1}$

## • ΑΣΚΗΣΗ 6η.

Να αποδείξετε ότι  $(2\alpha - \beta)(2\alpha + \beta) - (\alpha + \beta)^2 - (\alpha - \beta)^2 = 2\alpha^2 - 3\beta^2$ .

## • ΑΣΚΗΣΗ 7η.

Για κάθε  $\alpha \in \mathbb{Z}$ , να αποδείξετε ότι: Αν ο αριθμός  $(\alpha + 3)^2$  είναι άρτιος, τότε ο αριθμός  $\alpha$  είναι περιττός. (Υπ. Εις άτοπον απαγωγή)

## • ΑΣΚΗΣΗ 8η.

Αν για κάθε  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  ισχύει  $\alpha\beta = 1$ , να δείξετε ότι  $\frac{\alpha^3}{1 + \alpha^2} - \frac{\beta^3}{1 + \beta^2} = \alpha - \beta$ .

## • ΑΣΚΗΣΗ 9η.

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

α)  $A = \frac{x^3\psi - x\psi^3}{x^3 - \psi^3}$

β)  $B = \left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)^2 \cdot \frac{\alpha^3 + \alpha^2}{(\alpha + 1)^3}$ .

**• ΑΣΚΗΣΗ 10η.**

Να αποδείξετε ότι:

$$(x-2\psi)^3 + 3(x-2\psi)^2(x+2\psi) + 3(x-2\psi)(x+2\psi)^2 + (x+2\psi)^3 = 8x^3.$$

**• ΑΣΚΗΣΗ 11η.** (Καθηγητή)

Να παραγοντοποιήσετε τη παράσταση  $\alpha^3x - \alpha^2\beta\psi + 2\alpha^2x - 2\alpha\beta\psi$ .

**• ΑΣΚΗΣΗ 12η.**

Αν  $\alpha + \beta = -2$  και  $\alpha\beta = -3$ , να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α)  $\alpha^2 + \beta^2$    β)  $\alpha^3 + \beta^3$    γ)  $\alpha^4 + \beta^4$    δ)  $\alpha^5 + \beta^5$

**• ΑΣΚΗΣΗ 13η.**

Αν  $\alpha - \frac{1}{\alpha} = 5$  να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

α)  $\alpha^2 + \frac{1}{\alpha^2}$    β)  $\alpha^3 - \frac{1}{\alpha^3}$    γ)  $\alpha^4 + \frac{1}{\alpha^4}$

**• ΑΣΚΗΣΗ 14η.**

Αν  $\kappa, \lambda, \mu$  είναι τρεις διαδοχικοί ακέραιοι, τότε δείξτε ότι:

- α) Ο αριθμός  $\kappa + \lambda + \mu$  είναι πολλαπλάσιο του 3.  
β) Ο αριθμός  $2\kappa + \lambda + 3\mu$  είναι περιττός  
γ) Ο αριθμός  $3\kappa + \lambda + \mu + 12$  είναι πολλαπλάσιο του 5.

**• ΑΣΚΗΣΗ 15η.**

Δείξτε ότι:

- α)  $(\alpha - \beta)^3 + (\beta - \gamma)^3 + (\gamma - \alpha)^3 = 3(\alpha - \beta)(\beta - \gamma)(\gamma - \alpha)$   
β)  $27x^3 + (4x - 5)^3 + (5 - 7x)^3 = 9x(4x - 5)(5 - 7x)$   
γ)  $4(\alpha + \beta)^2 - 4(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) + (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + 3\beta)^2$   
δ)  $(\alpha + \beta)^3 - 3(\alpha + \beta)^2(\alpha - \beta) + 3(\alpha + \beta)(\alpha - \beta)^2 - (\alpha - \beta)^3 = 8\beta^3.$

**• ΑΣΚΗΣΗ 16η.**

Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις:

α)  $\left(\frac{\alpha}{\alpha - \beta} + \frac{\beta}{\beta - \alpha}\right) \cdot \left(\frac{\alpha - \beta}{\alpha} - \frac{\beta - \alpha}{\beta}\right)$    γ)  $\frac{x - \frac{1}{x}}{\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} + x}$

β)  $\frac{\alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3}{2(\alpha + \beta)}$    δ)  $\frac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9} : \left(\frac{1 - \frac{3}{x}}{\frac{1}{x}(x + 3)}\right)^{-3}$