

**• ΑΣΚΗΣΗ 1<sub>η</sub>.**

Έστω συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  για την οποία ισχύει  $|\eta\mu x| \leq f(x) \leq |x|$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . Θεωρούμε ακόμη τη συνάρτηση  $g$  με  $g(x) = [f(x)]^2$ . Να αποδείξετε ότι:

- α) η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0 = 0$ .
- β) η  $f$  δεν παραγωγίζεται στο  $x_0 = 0$ .
- γ) η  $g$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0 = 0$ .
- δ) ο άξονας  $x'x$  εφάπτεται της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $g$ .

**• ΑΣΚΗΣΗ 2<sub>η</sub>.**

Μια συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0 = 0$  και για κάθε  $x \in \mathbb{R}^*$  ισχύει  $f^3(x) + x^2 f(x) = x\eta\mu^2 x$ . Δείξτε ότι:

- α)  $f(0) = 0$ .
- β)  $[f'(0)]^3 + f'(0) = 1$
- γ) η εφαπτομένη της  $C_f$  στο σημείο της  $A(0, f(0))$  σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  γωνία  $\omega \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right)$ .