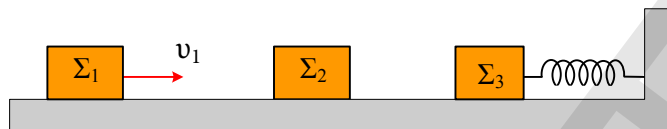


**ΕΠΙΛΕΓΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΣΕ ΚΡΟΥΣΕΙΣ -DOPPLER**

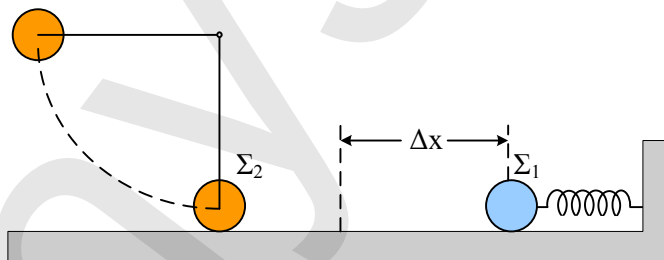
- 1) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο τα τρία σώματα του σχήματος  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$ ,  $\Sigma_3$ , βρίσκονται στην ίδια ευθεία που συμπίπτει με τον άξονα του ελατηρίου.



Το σώμα  $\Sigma_1$  κινούμενο με ταχύτητα μέτρου  $v_1=6\text{m/s}$  συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=5\text{ kg}$ . Μετά την κρούση, το σώμα  $\Sigma_2$  έχει ταχύτητα μέτρου  $v_2=2\text{m/s}$  και συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με το ακίνητο σώμα  $\Sigma_3$  μάζας  $m_3=15\text{ kg}$ . Το σώμα  $\Sigma_3$  είναι στερεωμένο στην άκρη του ιδανικού ελατηρίου σταθεράς  $K=320\text{N/m}$ , του οποίου η άλλη άκρη είναι ακλόνητη.

Να βρείτε:

- τη μάζα  $m_1$  του σώματος  $\Sigma_1$
  - την εξίσωση της ορμής του συσσωμάτωματος
  - το ποσοστό της ενέργειας που μεταβιβάστηκε στο  $m_2$  κατά την 1η κρούση
  - την χρονική εξίσωση της δύναμης που δέχεται ο τοίχος από το ελατήριο κατά την ταλαντώση.
- 2) Το ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου, σταθεράς  $K=100\text{ N/m}$  είναι ακλόνητα στερεωμένο όπως δείχνει το σχήμα.



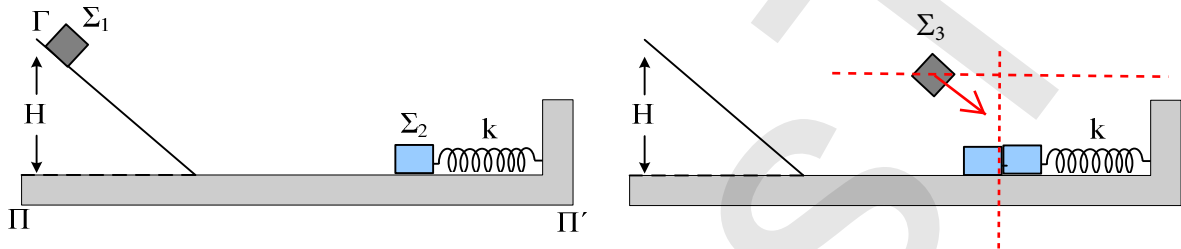
Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου τοποθετείται σώμα  $\Sigma_1$ , μάζας  $m_1 = 1\text{ kg}$ , χωρίς να είναι συνδεδεμένο με το ελατήριο, και προκαλείται συσπίρωση του ελατηρίου κατά  $\Delta x$ . Το σώμα  $\Sigma_1$  αφήνεται ελεύθερο, οπότε αυτό κινείται κατά μήκος του λείου οριζοντίου επιπέδου. Στο σημείο Γ, το σώμα  $\Sigma_1$  έχει ταχύτητα  $v_1 = 8\text{m/s}$  και συγκρούεται με σώμα  $\Sigma_2$ , μάζας  $m_2=3\text{ kg}$ , που ισορροπεί κατακόρυφα, δεμένο στην άκρη αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους  $L = 0,35\text{ m}$ , του οποίου το άλλο άκρο είναι σταθερά προσαρμοσμένο σε ακλόνητο σημείο. Η κρούση των σωμάτων είναι μετωπική και ελαστική.

Να υπολογιστούν:

- η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου πριν και μετά την κρούση του  $\Sigma_1$  με το  $\Sigma_2$
- οι ταχύτητες των σωμάτων  $\Sigma_1$  και  $\Sigma_2$  αμέσως μετά την κρούση
- η τάση του νήματος, όταν το νήμα σχηματίζει γωνία  $45^\circ$  με την κατακόρυφο

δ) το μέτρο της μεταβολής της ορμής του σώματος  $\Sigma_2$  αμέσως μετά την κρούση και μέχρι το νήμα να σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία  $90^\circ$ .

- 3) Το σώμα  $\Sigma_2$  του σχήματος που έχει μάζα  $m_2 = 0,5 \text{ kg}$  είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου, σταθεράς  $k$ , του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητο. Το σώμα  $\Sigma_2$  ταλαντώνεται οριζόντια πάνω στο λείο οριζόντιο επίπεδο  $\Pi\Pi'$  με πλάτος  $A = 0,1 \text{ m}$  και περίοδο  $T = \pi/5 \text{ s}$



Το σώμα  $\Sigma_1$  του σχήματος με μάζα  $m_1 = 0,5 \text{ kg}$  αφήνεται ελεύθερο να ολισθήσει πάνω στο λείο πλάγιο επίπεδο, από τη θέση  $\Gamma$ . Η κατακόρυφη απόσταση της θέσης  $\Gamma$  από το οριζόντιο επίπεδο είναι  $H = 1,8 \text{ m}$ . Το σώμα  $\Sigma_1$ , αφού φθάσει στη βάση του πλάγιου επιπέδου, συνεχίζει να κινείται, χωρίς να αλλάξει μέτρο ταχύτητας, πάνω στο οριζόντιο επίπεδο  $\Pi\Pi'$ . Το  $\Sigma_1$  συγκρούεται μετωπικά (κεντρικά) και πλαστικά με το σώμα  $\Sigma_2$  τη στιγμή που το  $\Sigma_2$  έχει τη μέγιστη ταχύτητά του, και κινείται με την ίδια φορά με το  $\Sigma_1$ .

A) Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του συσσωματώματος

- B) Σώμα  $\Sigma_3$  μάζας  $m_3 = 6 \text{ Kg}$ , με ταχύτητα  $v_3 = 5 \text{ m/s}$  που σχηματίζει γωνία  $\pi/3$  με τον οριζόντια συγκρούεται πλαγιά ελαστικά, με το συσσωματώμα στην θετική ακραία του θέση. Μετά την κρούση το  $\Sigma_3$  σχηματίζει γωνία  $\pi/6$  με την κατακόρυφο που διέρχεται από το κέντρο της κρούσης και έχει ταχύτητα  $v'_3 = 1 \text{ m/s}$ . Να γράψετε την εξίσωση απομάκρυνσης του συσσωματώματος μετά την κρούση

Δίνεται  $g = 10 \text{ m/s}^2$

- 4) Ένα κομμάτι ξύλο μάζας  $M = 1,9 \text{ kg}$  είναι δεμένο στο ένα άκρο νήματος μήκους  $L = 0,9$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το ξύλο ισορροπεί με το νήμα σε κατακόρυφη θέση. Βλήμα μάζας  $m = 0,1 \text{ kg}$ , που κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $v_0$ , σφηνώνεται στο ξύλο. Το σύστημα βλήμα-ξύλο εκτρέπεται ώστε η μέγιστη απόκλιση του νήματος από την αρχική κατακόρυφη θέση του είναι  $\varphi = 60^\circ$ .

Να υπολογιστούν :

α) η ταχύτητα  $v_0$  του βλήματος.

β) το ποσοστό επί τοις εκατό της ελάττωσης της κινητικής ενέργειας του συστήματος βλήμα-ξύλο κατά την κρούση. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

γ) τη στιγμή που το σύστημα βλήμα-ξύλο περνάει από την κατώτερη θέση της τροχιάς του, χτυπά αρχικά ακίνητη σφαίρα μάζας  $M_s = 1 \text{ Kg}$  και ακτίνας  $r = 0,2 \text{ m}$ , κεντρικά και ελαστικά, η οποία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο μάζας της, με ροπή αδράνειας  $I_{cm} = mr^2/2$ , αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης δαπέδου σφαίρας είναι  $\mu = 0,2$  να υπολογίσετε τον χρόνο εκκίνησης της κυλίσσης χωρίς ολίσθηση.

- 5) Από την κορυφή κεκλιμένου επιπέδου ύψους  $h = 1,6 \text{ m}$  και γωνίας κλίσεως  $\varphi = 30^\circ$  αφήνεται να ολισθήσει σώμα μάζας  $m_1 = 1\text{kg}$ . Στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου το σώμα συναντά λείο οριζόντιο επίπεδο στο οποίο και κινείται μέχρις ότου συγκρουστεί πλαστικά με σώμα μάζας  $m_2 = 4\text{kg}$ . Το συσσωμάτωμα κινούμενο συναντά και συσπειρώνει ιδανικό οριζόντιο ελατήριο, το οποίο έχει μόνιμα στερεωμένο το ένα του άκρο. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης επί του κεκλιμένου επιπέδου είναι  $\mu = 0,75$  να υπολογιστούν :
- η συσπείρωση του ελατηρίου.
  - το ποσοστό επί τοις εκατό της ελάττωσης της αρχικής ενέργειας του σώματος  $m_1$  κατά την ολίσθησή του επί του κεκλιμένου επιπέδου.
  - τη ταχύτητα με την οποία θα αποχωριστεί το συσσωμάτωμα από το ελατήριο
- δ) να σχεδιάσετε την γραφική παράσταση δυναμικής ενέργειας ελατηρίου σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τη θέση φυσικού μήκους.
- Δίνονται  $g = 10\text{m/s}^2$ ,  $K = 1000 \text{ N/m}$  Δεν υπάρχουν απώλειες ενέργειας κατά τη στιγμή που το σώμα  $m_1$  συναντά  $v_0$  οριζόντιο επίπεδο .

- 6) Θεωρούμε κατακόρυφο τεταρτοκύκλιο AB ακτίνας  $R = 2 \text{ m}$  που εφάπτεται στο κάτω άκρο του B με λείο οριζόντιο επίπεδο. Σώμα μάζας  $m_1 = 4\text{kg}$  αφήνεται να γλιστρήσει κατά μήκος του τεταρτοκυκλίου από το άνω άκρο A. Το σώμα περνάει από το σημείο B του τεταρτοκυκλίου με ταχύτητα  $v_B = 5\text{m/s}$  και συνεχίζει να κινείται χωρίς τριβή κατά μήκος της οριζόντιας εφαπτομένης του τεταρτοκυκλίου στο σημείο B. Αφού διανύσει διάστημα S στο οριζόντιο επίπεδο, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2 = 4\text{kg}$  που είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $K = 250 \text{ N/m}$ , το οποίο έχει το άλλο άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Να υπολογιστούν :
- το ποσοστό της αρχικής ενέργειας του  $m_1$  που έγινε θερμότητα κατά την κίνηση του στο τεταρτοκύκλιο
  - το ποσοστό της αρχικής μηχανικής ενέργειας που μεταβιβάστηκε στο  $m_2$  εξαιτίας της ελαστικής κρούσης
  - να γραφεί η εξίσωση της απομάκρυνσης του  $m_2$  μετά την κρούση
  - ποτε θα ξαναγίνει κρούση μεταξύ των  $m_1, m_2$

$$g = 10\text{m/s}^2.$$

- 7) Σε οροφή είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς  $K=60\text{N/m}$ , στο άλλο άκρο του οποίου στερεώνεται σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1=17\text{kg}$ . Το σύστημα ισορροπεί. Ένας παρατηρητής βρίσκεται στον κατακόρυφο άξονα  $y'y'$  που ορίζει ο άξονας του ελατηρίου. Ο παρατηρητής εκτοξεύει κατακόρυφα προς τα πάνω σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2=3\text{kg}$  με ταχύτητα μέτρου  $v_0=12\text{m/s}$ . Το σημείο εκτόξευσης απέχει απόσταση  $h=2,2\text{m}$  από το σώμα  $\Sigma_1$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  έχει ενσωματωμένη σειρήνα που εκπέμπει συνεχώς ήχο συχνότητας  $f_s=700\text{Hz}$ .
- Να υπολογίσετε τη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής λίγο πριν από την κρούση του σώματος  $\Sigma_2$  με το σώμα  $\Sigma_1$ .
  - Η κρούση που επακολουθεί είναι πλαστική και γίνεται με τρόπο ακαριαίο. Να βρεθεί η σχέση που περιγράφει την απομάκρυνση  $y$  της ταλάντωσης του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος, σε συνάρτηση με το χρόνο. Για την περιγραφή αυτή θεωρούμε ως αρχή μέτρησης του χρόνου ( $t=0$ ) τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά του άξονα των απομακρύνσεων τη φορά της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
  - Η σειρήνα δεν καταστρέφεται κατά την κρούση. Να βρεθεί η σχέση που δίνει τη συχνότητα  $f_A$ , την οποία αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής σε συνάρτηση με το χρόνο μετά την κρούση.
  - Να βρεθεί ο λόγος της μέγιστης συχνότητας  $f_{A,\max}$  προς την ελάχιστη συχνότητα  $f_{A,\min}$  που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής.  
Δίνονται η ταχύτητα διάδοσης του ήχου στον αέρα  $v_{\eta\chi}=340\text{m/s}$  και  $g=10\text{m/s}^2$ .
- 8) Το σώμα  $\Sigma_1$  μάζας  $m_1 = 1 \text{ kg}$  του επόμενου σχήματος αφήνεται να ολισθήσει από την κορυφή λείου κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ακτίνας  $R = 1,8 \text{ m}$ .



Στη συνέχεια το σώμα  $\Sigma_1$  κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα  $\Sigma_2$  μάζας  $m_2 = 2 \text{ kg}$ . Το σώμα  $\Sigma_2$  είναι στερεωμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $k = 300 \text{ N/m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τη στιγμή της κρούσης η ταχύτητα του  $\Sigma_1$  είναι παράλληλη με τον άξονα του ελατηρίου. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

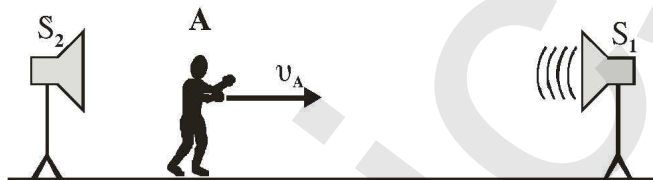
Να βρείτε:

- Την ταχύτητα του σώματος  $\Sigma_1$ , στο οριζόντιο επίπεδο, πριν συγκρουστεί με το  $\Sigma_2$ .
- Την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά την κρούση.
- Το διάστημα που διανύει το συσσωμάτωμα, μέχρι η ταχύτητά του να μηδενιστεί για πρώτη φορά.
- Το χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης, μέχρι τη στιγμή που η ταχύτητα του συσσωματώματος μηδενίζεται για δεύτερη φορά.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας:  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 9) Σώμα μάζας  $m_1$  κινούμενο σε οριζόντιο επίπεδο συγκρούεται με ταχύτητα μέτρου  $v_1=15\text{m/s}$  κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας  $m_2$ . Η χρονική διάρκεια της κρούσης θεωρείται αμελητέα. Αμέσως μετά την κρούση, το σώμα μάζας  $m_1$  κινείται αντίρροπα με ταχύτητα μέτρου  $v_1'=9\text{m/s}$ .
- Να προσδιορίσετε το λόγο των μαζών  $m_1/m_2$ .
  - Να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας  $m_2$  αμέσως μετά την κρούση.
  - Να βρεθεί το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του σώματος μάζας  $m_1$  που μεταβιβάστηκε στο σώμα μάζας  $m_2$  λόγω της κρούσης.
  - Να υπολογισθεί πόσο θα απέχουν τα σώματα όταν σταματήσουν.
- Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του επιπέδου και κάθε σώματος είναι  $\mu=0,1$ . Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

- 10) Παρατηρητής A κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v_A$  μεταξύ δύο ακίνητων ηχητικών πηγών  $S_1$  και  $S_2$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Η πηγή  $S_2$  αρχικά δεν εκπέμπει ήχο, ενώ η πηγή  $S_1$  εκπέμπει ήχο με συχνότητα  $f_1 = 100 \text{ Hz}$ .  
Να βρείτε:

- Υπολογίστε την ταχύτητα  $v_A$  με την οποία πρέπει να κινείται ο παρατηρητής, ώστε να ακούει ήχο με συχνότητα  $f_A = 100,5 \text{ Hz}$ .

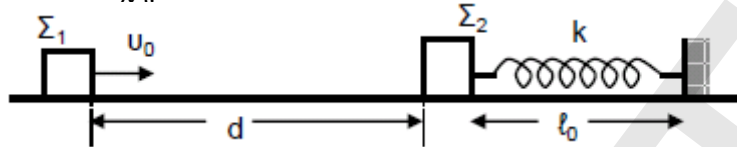
Κάποια στιγμή ενεργοποιείται και η δεύτερη ηχητική πηγή  $S_2$ , η οποία εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_2 = 100 \text{ Hz}$ .

- Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα  $\Delta t_1$  μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου που ακούει ο κινούμενος παρατηρητής.  
Η συχνότητα της ηχητικής πηγής  $S_2$  μεταβάλλεται σε  $f'_2 = 100,5 \text{ Hz}$ , ενώ ο παρατηρητής A σταματάει να κινείται.
- Να υπολογίσετε το χρονικό διάστημα  $\Delta t_2$  μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου που ακούει ο ακίνητος παρατηρητής.
- Να υπολογίσετε το πλήθος των ταλαντώσεων τις οποίες εκτελεί το τύμπανο του αυτιού του παρατηρητή A μεταξύ δύο διαδοχικών μηδενισμών της έντασης του ήχου που ακούει.

Θεωρούμε ότι οι εντάσεις των ήχων των δύο πηγών είναι ίσες και δεν μεταβάλλονται με την απόσταση.

Δίνεται: ταχύτητα διάδοσης ήχου στον αέρα  $v_{\eta\chi} = 340 \text{ m/s}$ .

- 11) Σώμα  $\Sigma_1$  με μάζα  $m_1$  κινείται σε οριζόντιο επίπεδο ολισθαίνοντας προς άλλο σώμα  $\Sigma_2$  με μάζα  $m_2 = 2 m_1$ , το οποίο αρχικά είναι ακίνητο. Έστω  $v_0$  η ταχύτητα που έχει το σώμα  $\Sigma_1$  τη στιγμή  $t_0 = 0$  και ενώ βρίσκεται σε απόσταση  $d = 1 \text{ m}$  από το σώμα  $\Sigma_2$ . Αρχικά, θεωρούμε ότι το σώμα  $\Sigma_2$  είναι ακίνητο πάνω στο επίπεδο δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου με αμελητέα μάζα και σταθερά ελατηρίου  $k$ , και το οποίο έχει το φυσικό του μήκος  $\ell_0$ . Το δεύτερο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο τοίχο, όπως φαίνεται στο σχήμα:



Αμέσως μετά τη κρούση, που είναι κεντρική και ελαστική, το σώμα  $\Sigma_1$  αποκτά ταχύτητα με μέτρο  $v_1' = \sqrt{10} \text{ m/s}$  και φορά αντίθετη της αρχικής ταχύτητας.

Δίνεται ότι ο συντελεστής τριβής ολίσθησης των δύο σωμάτων με το οριζόντιο επίπεδο είναι  $\mu = 0,5$  και ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

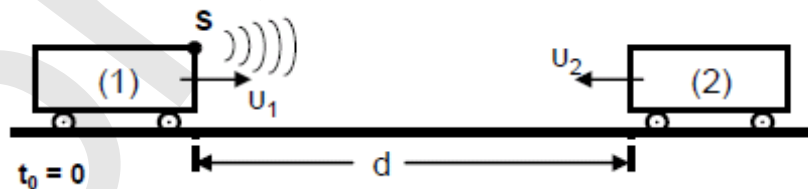
- Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα  $v_0$  του σώματος  $\Sigma_1$ .
- Να υπολογίσετε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μεταφέρθηκε από το σώμα  $\Sigma_1$  στο σώμα  $\Sigma_2$  κατά την κρούση.
- Να υπολογίσετε το συνολικό χρόνο κίνησης του σώματος  $\Sigma_1$  από την αρχική χρονική στιγμή  $t_0$  μέχρι να ακινητοποιηθεί τελικά.

Δίνεται:  $\sqrt{10} \approx 3,2$

- Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου, αν δίνεται ότι  $m_2 = 1 \text{ kg}$  και  $k = 105 \text{ N/m}$ .

Θεωρήστε ότι η χρονική διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα και ότι τα δύο σώματα συγκρούονται μόνο μία φορά.

- 12) Σε κινούμενο τρένο (1) με ταχύτητα  $v_1$  υπάρχει ηχητική πηγή που εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s$  για χρονικό διάστημα  $\Delta t_s$ . Τρένο (2) κινείται με ταχύτητα  $v_2$  αντίθετης φοράς και τη στιγμή  $t_0 = 0$  απέχει από το τρένο (1) απόσταση  $d$ . Στο τρένο (1) υπάρχει συσκευή ανίχνευσης των ανακλώμενων στο τρένο (2) ηχητικών κυμάτων. Δίνεται ότι ο ανακλώμενος ήχος στο τρένο (2) έχει την ίδια συχνότητα με τον προσπίπτοντα σε αυτόν ήχο.



- Αν  $f_1$  είναι η συχνότητα του ήχου που ανιχνεύει η συσκευή, να δείξετε ότι
 
$$f_1 = \frac{(v + v_2)}{(v - v_2)} \cdot \frac{(v + v_1)}{(v - v_1)} \cdot f_s$$

Δίνονται: ταχύτητα ήχου  $v = 340 \text{ m/s}$ ,  $f_s = 1900 \text{ Hz}$ ,  $v_1 = 20 \text{ m/s}$ ,  $v_2 = 20 \text{ m/s}$ ,  $\Delta t_s = 0,81 \text{ s}$ .

- Αν τη χρονική στιγμή  $t_1 = 6,8 \text{ s}$  η συσκευή αρχίζει να ανιχνεύει τον ανακλώμενο ήχο, να βρεθεί η απόσταση  $d$  που είχαν τα τρένα τη χρονική στιγμή  $t_0 = 0$ .
- Ποια χρονική στιγμή  $t_2$  η συσκευή ανίχνευσης των ανακλώμενων κυμάτων σταματά να καταγράφει τον ανακλώμενο ήχο;